数理解析研究所講究録
第1873巻 2014年 22-30

On Galois polynomials in skew polynomial rings

岡山大学・大学院自然科学研究科 山中 聡 (Satoshi YAMANAKA)
Graduate School of Natural Science and Technology
Okayama University

岡山大学・大学院自然科学研究科 池畑 秀一 (Shûichi IKEHATA)
Graduate School of Natural Science and Technology
Okayama University

Abstract

[13, 14, 15] において永原賢は歪多項式環における2次の分離多項式やガロア多項式について考察した. ここでは永原の微分型歪多項式環 $B[X;D]$ における2次のガロア多項式に関する結果を素数次数 p の多項式 $X^p - Xa - b$ に対して拡張することを試みた.

1 序と準備

本論文を通して, B は単位元1を持つ素数標数 p の環とし, D を B の微分とする. すなわち D は加法的写像で $D(\alpha\beta) = D(\alpha)\beta + \alpha D(\beta)$ $(\alpha,\ \beta \in B)$ を満たすものとする. また $B[X;D]$ をその乗法が $\alpha X = X\alpha + D(\alpha)$ $(\alpha \in B)$ によって定まる (微分型) 歪多項式環とする. 環拡大 A/B が分離拡大 (separable extension) であるとは $A \otimes_B A$ から A への A-A-準同型写像 $a \otimes b \to ab$ が分解 (splits) することである. また A/B が平田分離拡大 (Hirata-separable extension) であるとは $A \otimes_B A$ が A の有限個の直和の直和因子に A-A-同型であることである. 良く知られているように平田分離拡大は分離拡大である.

f が $B[X;D]$ における monic な多項式で $fB[X;D] = B[X;D]f$ を満たすとき剰余環 $B[X;D]/fB[X;D]$ は B の free な拡大環となる. $B[X;D]/fB[X;D]$ が B 上分離拡大 (resp. 平田分離拡大) のとき, f を $B[X;D]$ における分離多項式 (resp. 平田分離多項式) という. これらは分離拡大や平田分離拡大の典型的な, また本質的な例を与える. 岸本量夫, 永原賢, 宮下庸一, G. Szeto, そして筆者のひとりは多岐にわたって歪多項式環の分離多項式について研究してきた. 巻末の文献表を参照されたい.

環拡大 A/B が G-ガロア拡大であるとは, A の自己同型からなる有限群 G に対して $B = A^G$ (A における G の固定環) となり, 適当な A の有限個の元の集合 $\{x_i; y_i\}$ が存在して $\sum_i x_i\sigma(y_i) = \delta_{1,\sigma}$ $(\sigma \in G)$ が成り立つことである. ここで $\delta_{1,\sigma}$ はクロネッカーのデルタである. 上の $\{x_i; y_i\}$ を G-ガロアシステムと言う. 良く知られ

本研究は科研費 (基盤研究 (C) 234540049) の助成を受けたものである.

ているように G-ガロア拡大は分離拡大である．f を $B[X;D]$ の monic な多項式で $fB[X;D]=B[X;D]f$ を満たすものとする．このとき f が $B[X;D]$ におけるガロア多項式であるとは，適当な有限群 G に対して，$B[X;D]/fB[X;D]$ が B 上 G-ガロア拡大となっていることであるときに言う．

本論文を通して以下の記号を用いる:

$Z=B$ の中心.

$U(Z)=Z$ の可逆元全体.

$V_A(B)=\{x\in A|\, bx=xb\ \ (\forall b\in B)\}$.

u_r (resp. u_ℓ) $=u\in B$ による右 (resp. 左) 乗法.

$I_u=u_r-u_\ell=u\in B$ による B の内部的微分.

$B[X;D]_{(0)}=B[X;D]$ における monic な多項式 g で $gB[X;D]=B[X;D]g$ をみたすもの全体.

$B^D=\{\alpha\in B|\ D(\alpha)=0\},\ \ Z^D=\{\alpha\in Z|\ D(\alpha)=0\}$.

後の部分で用いる結果をまとめておく．次の補題は直接的な計算により簡単に示される．

補題 1.1. ([1, Corollary 1.7]) $f=X^p-Xa-b\in B[X;D]$ とする．このとき $f\in B[X;D]_{(0)}$ となるための必要十分条件は，次の二つが満たされることである．

(1) $a\in Z^D$ および $b\in B^D$.

(2) $D^p(\alpha)-D(\alpha)a=\alpha b-b\alpha\ \ (\alpha\in B)$.

ガロア多項式に関しては，次の補題が最も基本的である．

補題 1.2. ([10, Theorem 1.1 and Corollary 1.7], [7, Lemma 2.3]) $f=X^p-X-b\in B[X;D]_{(0)}$ とする．このとき f は $B[X;D]$ におけるガロア多項式である．より正確に言えば，$A=B[X;D]/fB[X;D]$, $x=X+fB[X;D]$ とするとき，$\sigma(x)=x+1$ で定義される位数 p の B-準同型 $\sigma:A\to A$ により生成される群 $G=<\sigma>$ により，A/B は G-ガロア拡大となる．

証明．この補題の証明はすでに与えられているが，最近具体的に G-ガロアシステムを与える新しい証明を得たので，ここに記すことにする．

まず $B=A^G$ は容易にわかる．このとき

$$\left\{1,x,\cdots,x^i,\cdots,x^{p-1};1-x^{p-1},(p-1)x^{p-2},\cdots,(-1)^i\binom{p-1}{i}x^{p-1-i},\cdots,-1\right\}$$

が A/B の G-ガロアシステムである．実際,

$$1 = k^{p-1} = (-x + \sigma^k(x))^{p-1}$$
$$= \sum_{i=0}^{p-1} (-1)^i \binom{p-1}{i} x^i \sigma^k(x^{p-1-i}) \quad (0 \leq k \leq p-2),$$
$$0 = (-x+x)^{p-1} = \sum_{i=0}^{p-1} (-1)^i \binom{p-1}{i} x^i x^{p-1-i}$$

より

$$1 = 1 - 0 = 1 - \sum_{i=0}^{p-1} (-1)^i \binom{p-1}{i} x^i x^{p-1-i}$$
$$= 1 \cdot (1 - x^{p-1}) + \sum_{i=1}^{p-1} x^i \cdot \left\{ (-1)^{i-1} \binom{p-1}{i} x^{p-1-i} \right\},$$
$$0 = 1 - 1 = 1 - \sum_{i=0}^{p-1} (-1)^i \binom{p-1}{i} x^i \sigma^k(x^{p-1-i})$$
$$= 1 \cdot \sigma^k(1 - x^{p-1}) + \sum_{i=1}^{p-1} x^i \cdot \sigma^k \left\{ (-1)^{i-1} \binom{p-1}{i} x^{p-1-i} \right\}.$$

□

一般の場合, $f = X^p - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ かつ $a \neq 1$ とするとき, f がガロア多項式かそうでないかを判別することは簡単ではない. [13] において永原は B の標数が 2 の場合の $f = X^2 - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ について考察し, 次の結果を得た.

命題 1.3. ([13, Theorem 3.7]) $2 = 0$ とし, $f = X^2 - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ とする. このとき f が $B[X;D]$ におけるガロア多項式であるための必要十分条件は, ある適当な元 $s \in U(Z)$ が存在して $D(s) + as = 1$ が成り立つことである.

[13] において, 永原は適当な有限群 G により $B[X;D]/fB[X;D]$ が B 上 G-ガロア拡大 (すなわち $f = X^2 - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ が $B[X;D]$ におけるガロア多項式) ならば, 必然的に G の位数は 2 であり, G は命題 1.3 の s を用いて $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ $(x = X + fB[X;D])$ で定義される $B[X;D]/fB[X;D]$ の自己同型 σ_s により生成される群 (すなわち $G = <\sigma_s>$) であることを示している.

本論文の目的は 2 次の場合の結果を一般の素数次数 p に拡張することである. 第二章において命題 1.3 を素数次数 p に拡張した定理を示している. また第三章において $f = X^p - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ に対する $B[X;D]/fB[X;D]$ の自己同型群について考察を行う.

2 次数pのガロア多項式

以下のように記号を定める:

$f = X^p - Xa - b \in B[X;D]$, $A = B[X;D]/fB[X;D]$, $x = X + fB[X;D] \in A$.

まず次の補題を示す.

補題 2.1. 任意の $s \in U(Z)$ に対し, $D^{p-1}(s^{p-1}) = -s^{-1}(sD)^{p-1}(s)$ となる.

証明. $W = sX+1$ とおけば $\alpha W = W\alpha + sD(\alpha)$ $(\alpha \in B)$ より $B[X;D] = B[W;sD]$ がわかる. このとき

$$\begin{aligned}(X+s^{-1})^p &= (s^{-1}W)^p = (s^{-1})^p W^p + (s^{-1}\cdot sD)^{p-1}(s^{-1})W \\ &= (s^{-1})^p W^p + D^{p-1}(s^{-1})W \\ &= (s^{-1})^p (sX+1)^p + D^{p-1}(s^{-1})(sX+1) \\ &= (s^{-1})^p\{(sX)^p + 1\} + D^{p-1}(s^{-1})sX + D^{p-1}(s^{-1}) \\ &= (s^{-1})^p\{s^pX^p + (sD)^{p-1}(s)X + 1\} + D^{p-1}(s^{-1})sX + D^{p-1}(s^{-1}) \\ &= X^p + \{(s^{-1})^p(sD)^{p-1}(s) + D^{p-1}(s^{-1})s\}X + (s^{-1})^p + D^{p-1}(s^{-1})\end{aligned}$$

となる. 一方で [9, page 190, Exercises 8] より

$$(X+s^{-1})^p = X^p + (s^{-1})^p + D^{p-1}(s^{-1}).$$

したがって $(s^{-1})^p(sD)^{p-1}(s) + D^{p-1}(s^{-1})s = 0$ となり, $D^{p-1}(s^{p-1}) = -s^{-1}(sD)^{p-1}(s)$ を得る. □

命題 1.3 の一般化として次の定理を得た.

定理 2.2. $f = X^p - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ とする. このとき f がガロア多項式であり, そのガロア群がある適当な $s \in U(Z)$ を用いて $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ で定義される σ_s によって生成される位数 p の群 $G = <\sigma_s>$ ならば, $s^{-1}(sD)^{p-1}(s) + s^{p-1}a = 1$ となる. 逆に $s^{-1}(sD)^{p-1}(s) + s^{p-1}a = 1$ を満たす $s \in U(Z)$ が存在するならば, f はガロア多項式であり, そのガロア群は $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ で定義される σ_s によって生成される群 $G = <\sigma_s>$ である.

証明. f がガロア多項式であり, そのガロア群がある適当な $s \in U(Z)$ を用いて $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ で定義される σ_s によって生成される位数 p の群 $G = <\sigma_s>$ とする. $\sigma_s(x^p - xa - b) = 0$ より

$$\begin{aligned}(x+s^{-1})^p - (x+s^{-1})a - b &= x^p + (s^{-1})^p + D^{p-1}(s^{-1}) - xa - s^{-1}a - b \\ &= (s^{-1})^p + D^{p-1}(s^{-1}) - s^{-1}a = 0.\end{aligned}$$

このとき $1+D^{p-1}(s^{p-1})=s^{p-1}a$ であり, したがって補題 2.1 より $s^{-1}(sD)^{p-1}(s)+s^{p-1}a=1$ を得る.

逆に $s^{-1}(sD)^{p-1}(s)+s^{p-1}a=1$ を満たす $s\in U(Z)$ が存在すると仮定する. $\Delta=sD$ とおけば, Hochschild の公式 [11, Theore 25.5] と補題 1.1 より

$$\begin{aligned}\Delta^p=(sD)^p&=s^pD^p+(sD)^{p-1}(s)D\\&=s^p(aD+I_b)+(sD)^{p-1}(s)D\\&=\{s^{p-1}a+s^{-1}(sD)^{p-1}(s)\}sD+I_{s^pb}\\&=\Delta+I_{s^pb}.\end{aligned}$$

となる. ここで $Y=sX$ とおく. このとき

$$\alpha Y=Y\alpha+\Delta(\alpha)\ \text{ かつ }\ \alpha Y^p=Y^p\alpha+\Delta^p(\alpha)\ \ (\alpha\in B)$$

より, $B[X;D]=B[Y;\Delta]$ かつ

$$\begin{aligned}Y^p-Y-s^pb&=(sX)^p-sX-s^pb\\&=s^pX^p+(sD)^{p-1}(s)X-sX-s^pb\\&=s^p(X^p-aX-b)=s^pf\end{aligned}$$

がわかる. また補題 1.2 より $g=Y^p-Y-s^pb=s^pf$ は $B[Y;\Delta]$ におけるガロア多項式であり, そのガロア群の位数は p である. したがって $B[X;D]=B[Y;\Delta]$ と $fB[X;D]=B[X;D]f=gB[Y;\Delta]=B[Y;\Delta]g$ より f は $B[X;D]$ におけるガロア多項式である. $A=B[X;D]/fB[X;D]$ と $x=X+fB[X;D]\in A$ を思い出そう. このとき補題 1.2 より A/B のガロア群は $\sigma_s(\sum_i x^id_i)=\sum_i(x+s^{-1})^id_i$ によって定義される位数 p の B-環準同型 $\sigma_s:A\to A$ によって生成される $G=<\sigma_s>$ であることがわかる. □

注意 [13] において, 永原は $f=X^2-Xa-b$ が $B[X;D]$ におけるガロア多項式のとき, そのガロア群の位数は 2 であることを示している. しかし一般の場合, $f=X^p-Xa-b$ が $B[X;D]$ におけるガロア多項式のとき, そのガロア群の位数が p になるかどうかはまだわかっていない. また補題 1.2 の証明と同様にして

$$\begin{aligned}\{1,sx,\cdots,(sx)^i,\cdots,(sx)^{p-1};\,1-(sx)^{p-1},(p-1)(sx)^{p-2},\cdots,\\(-1)^{i-1}\binom{p-1}{i}(sx)^{p-1-i},\cdots,-1\}\end{aligned}$$

が定理 2.2 における G-ガロアシステムであることが確かめられる.

補題 2.1 と定理 2.2 から次の系が直ちに導かれる.

系 **2.3.** $f = X^p - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ とする. このときある適当な $y \in Z$ が存在して $D^{p-1}(y) - ya = 1$ かつ $y = -s^{p-1}$ $(s \in U(Z))$ となれば, f はガロア多項式であり, そのガロア群は $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ で定義される σ_s によって生成される群 $G =< \sigma_s >$ である. 逆に f がガロア多項式であり, そのガロア群がある適当な $s \in U(Z)$ を用いて $\sigma_s(x) = x + s^{-1}$ で定義される σ_s によって生成される位数 p の群 $G =< \sigma_s >$ ならば, $y = -s^{p-1}$ $(s \in U(Z))$ かつ $D^{p-1}(y) - ya = 1$ となる.

系 **2.4.** $f = X^p - Xa - b \in B[X;D]_{(0)}$ とする. このとき適当な Z^D の可逆元 u が存在して $u^{p-1} = a$ となれば, f はガロア多項式であり, そのガロア群は $\sigma_u^{-1}(x) = x + u$ で定義される $\sigma_{u^{-1}}$ によって生成される群 $G =< \sigma_{u^{-1}} >$ である.

3 自己同型群

ここからは自己同型群 $\mathrm{Aut}(A/B)$ について考察する. 以下を思い出そう:

$$f = X^p - Xa - b \in B[X;D],\ A = B[X;D]/fB[X;D],\ x = X + fB[X;D] \in A.$$

補題 3.1. $V_A(B) = Z$ を仮定する. このとき任意の B-環準同型 σ に対し, 適当な $u \in Z$ が存在して $\sigma(x) = x + s$ となる. したがって σ は自己同型である.

証明. 任意の $\alpha \in B$ に対し $\alpha x = x\alpha + D(\alpha)$ より $\alpha\sigma(x) = \sigma(x)\alpha + D(\alpha)$, したがって $\sigma(x) - x \in V_A(B) = Z$ を得る. □

上の補題で $V_A(B) = Z$ を仮定したが, いつ $V_A(B) = Z$ となるのだろうか. これについて以下の補題を示す.

補題 3.2. $D(Z)$ で生成される Z のイデアルが非零因子を含めば, $V_A(B) = Z$ となる.

証明. $g = x^{p-1}d_{p-1} + x^{p-2}d_{p-2} + \cdots + xd_1 + d_0$ を任意の $V_A(B)$ の元とする. $\alpha g = g\alpha$ $(\alpha \in B)$ より

$$\alpha d_{p-1} = d_{p-1}\alpha \ \text{ かつ } \ (p-1)D(\alpha)d_{p-1} = d_{p-2}\alpha - \alpha d_{p-2}.$$

また仮定より, 適当な $u_i, v_i \in Z$ が存在して $\sum_i D(u_i)v_i = c$ が Z の非零因子となる. $D(u_i)d_{p-1} = 0$ より $\sum_i D(u_i)v_i d_{p-1} = cd_{p-1} = 0$, したがって $d_{p-1} = 0$ を得る. これを繰り返せば $y = d_0 \in Z$ が示される. □

ここで次のように Z_0 を定める:

$$Z_0 = \{u \in Z \,|\, u^p + D^{p-1}(u) = ua\}.$$

このとき Z_0 は Z の加法的な部分群となる. 任意の $u \in Z_0$ に対し次のように B-環準同型 τ_u を定める:

$$\tau_u : A \to A, \quad \tau_u(\sum_{i=0}^{p-1} x^i d_i) = \sum_{i=0}^{p-1} (x+u)^i d_i.$$

容易にわかるように, 0 ではない $u \in Z_0$ に対し τ_u の位数は p である. また $\tau_u\tau_v = \tau_{u+v}$ $(u,\ v \in Z_0)$ より $\{\tau_u |\ u \in Z_0\}$ は $\mathrm{Aut}(A/B)$ の部分群である.

次の定理が主結果である.

定理 3.3. $V_A(B) = Z$ とする. このとき以下が成り立つ:
(1) $\mathrm{Aut}(A/B) = \{\tau_u |\ u \in Z_0\} (\cong Z_0)$. したがって $\mathrm{Aut}(A/B)$ はアーベル群であり, 1 ではない $\mathrm{Aut}(A/B)$ の元の位数は p である.
(2) 任意の $u \in Z_0$ に対し, u が Z で可逆ならば A/B は $<\tau_u>$-ガロア拡大である.
(3) 任意の $u \in Z_0$ に対し, u が Z の零因子ならば A/B は決して $<\tau_u>$-ガロア拡大とはならない.
(4) 任意の $u \in Z_0$ に対し, A/B が $<\tau_u>$-ガロア拡大であり, かつ $u \in Z^D$ ならば u は Z で可逆である.

証明. (1) $\sigma \in \mathrm{Aut}(A/B)$ とする. 補題 3.1 より $\sigma(x) = x + u$ $(u \in Z)$ と書ける. また $\sigma(x^p - xa - b) = 0$ より定理 2.2 の証明と同様に計算して $u^p + D^{p-1}(u) = ua$ を得る.
(2) u は Z_0 で可逆とし, $s = u^{-1}$ とおく. 補題 2.1 を用いて, $u^p + D^{p-1}(u) = ua$ より $s^{-1}(sD)^{p-1}(s) + s^{p-1}a = 1$ となる. したがって定理 2.2 より A/B は $<\tau_u>$-ガロア拡大である.
(3) u が Z の零因子のとき, 適当な $v \in Z$ が存在して $uv = 0$ となる. このとき $\tau(xv) = \tau(x)v = (x+u)v = xv$, したがって $B \subsetneqq A^{\tau_u}$.
(4) $\{\alpha_j; \beta_j\}$ を A/B の $<\tau_u>$-ガロアシステムとする. このとき $\sum_j \alpha_j\beta_j = 1$ かつ $\sum_j \alpha_j\tau_u(\beta_j) = 0$ が成り立つ. ここで $\beta_j = \sum_{i=0}^{p-1} x^i d_{ij}$ とおけば,

$$\begin{aligned}\tau_u(\beta_j) &= \sum_{i=0}^{p-1}(x+u)^i d_{ij} = \sum_{i=0}^{p-1}\Big(\sum_{k=0}^{i}\binom{i}{k}x^k u^{i-k}\Big)d_{ij} \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} x^k\Big(\sum_{i=k}^{p-1}\binom{i}{k}u^{i-k}d_{ij}\Big),\end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned}\beta_j - \tau_u(\beta_j) &= \sum_{k=0}^{p-1} x^k d_{kj} - \sum_{k=0}^{p-1} x^k \Big(\sum_{i=k}^{p-1} \binom{i}{k} u^{i-k} d_{ij} \Big) \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} x^k \Big(d_{kj} - \sum_{i=k}^{p-1} \binom{i}{k} u^{i-k} d_{ij} \Big) \\ &= \sum_{k=0}^{p-1} x^k \Big(- \sum_{i=k+1}^{p-1} \binom{i}{k} u^{i-k} d_{ij} \Big).\end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}1 = 1 - 0 &= \sum_j \alpha_j \beta_j - \sum_j \alpha_j \tau_u(\beta_j) \\ &= \sum_j \alpha_j (\beta_j - \tau_u(\beta_j)) \\ &= \sum_j \alpha_j \Big(- \sum_{k=0}^{p-1} \sum_{i=k+1}^{p-1} x^k \binom{i}{k} u^{i-k-1} d_{ij} \Big) u.\end{aligned}$$

このように u は Z で可逆である. □

References

[1] S. Ikehata, On separable polynomials and Frobenius polynomials in skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.*, **22** 1980, 115–129.

[2] S. Ikehata, Azumaya algebras and skew polynomial rings, *Math, J. Okayama Univ.*, **23** 1981, 19–32.

[3] S. Ikehata, A note on separable polynomials in skew polynomial rings of derivation type, *Math. J. Okayama Univ.*, **22** 1980, 59–60.

[4] S. Ikehata, On H-separable polynomials of prime degree, *Math. J. Okayama Univ.*, **33** 1991, 21–26.

[5] S. Ikehata, Purely inseparable ring extensions and H-separable polynomials, *Math. J. Okayama Univ.*, **40** 1998, 55–63.

[6] S. Ikehata, Purely inseparable ring extensions and Azumaya algebras, *Math. J. Okayama Univ.*, **41** 1999, 63–69.

[7] S. Ikehata, On H-separable and Galois polynomials of degree p in skew polynomial rings, *Int. Math. Forum,* **3** 2008, no. 29-32, 1581-1586.

[8] S. Ikehata, On separable and H-separable polynomials of degree p in skew polynomial rings, *Int. J. Pure Appl. Math.,* **51** 2009, no. 1, 149–156.

[9] N. Jacobson, Lectures in abstract algebra. Vol III: Theory of fields and Galois theory, *D. Van Nostrand Co., Inc.,* 1964

[10] K. Kishimoto, On abelian extensions of rings. I, *Math. J. Okayama Univ.,* **14** 1970, 159–174.

[11] H. Matsumura, Commutative ring theory, Translated from the Japanese by M. Reid. Cambridge Studied in Advanced Mathematics, 8., *Cambridge University Press, Cambridge,* 1986.

[12] Y. Miyashita, On a skew polynomial ring, *J. Math. Soc. Japan,* **31** 1979, no. 2, 317–330.

[13] T. Nagahara, On separable polynomials of degree 2 in skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.,* **19** 1976, 65–95.

[14] T. Nagahara, Some H-separable polynomials of degree 2, *Math. J. Okayama Univ.,* **26** (1984), 87–90.

[15] T. Nagahara, A note on imbeddings of noncommutative separable extensions in Galois extensions, *Houston J. Math.,* **12** 1986, 411–417.

[16] H. Okamoto and S. Ikehata, On H-separable polynomials of degree 2, *Math. J. Okayama Univ.,* **32** 1990, 53–59.

[17] G. Szeto and L. Xue, On the Ikehata theorem for H-separable skew polynomial rings, *Math. J. Okayama Univ.,* **40** 1998, 27–32.

[18] S. Yamanaka and S. Ikehata, An alternative proof of Miyashita's theorem in a skew polynomial ring, *Int. J. Algebra* **6** (2012), 1011–1023.

[19] S. Yamanaka and S. Ikehata, On Galois polynomials of degree p in skew polynomial rings of derivation type, *Southeast Asian Bull. Math.* **37** (2013), to appear.

E-mail address : s_yamanaka@math.okayama-u.ac.jp
E-mail address : ikehata@ems.okayama-u.ac.jp