

氏 名	村 島 定 行 むら しま だ け
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	論工博第655号
学位授与の日付	昭和49年1月23日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Green's and Neumann's Functions of Laplace Equation and Their Applications to Some Potential Problems (ラプラス方程式のグリーン関数とノイマン関数及びそのポテン シャル問題への応用)
論文調査委員	(主 査) 教授 清 野 武 教授 卯本重郎 教授 西川 禎 一

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は、工学および物理学において重要な意味をもつ二三の境界値問題を、グリーンの関数ならびにノイマンの関数の応用として考察し、さらにこれらに関連して現れる二三の特殊関数の性質と、それらの数値計算法について論じ、さらにこの理論を半導体材料の導電率測定法の一つに応用し、この測定法の理論的根拠を明らかにしたものである。

第1章は緒論であって、ポテンシャル論における境界値問題の種類について概説し、この論文の主な対象である有限長の円筒に関するポテンシャルの問題について、この研究の立場を説明している。

第2章は、円筒調和関数の三つの形式がそれぞれ重要な意義をもつことを示し、特に従来あまり応用されることのなかった ϕ -型の調和関数が本質的な役割りを果たすような混合境界値問題の具体的な例について、ポテンシャルの一般的表現を与え、三つの形式の解が、実際の応用において、相互補完的な機能をもつことを明らかにしている。

第3章は、円筒調和関数によるノイマンの関数の決定について論じたもので、グリーンの関数について知られている三つの形式に対応して、まず単純な境界をもつ領域について、ノイマンの関数の三つの形式を導き、さらに、2種の境界面および3種の境界面をもつ領域について、それぞれノイマンの関数を求めている。

またこれらの結果を整理して、全空間に対する基本的な解から出発して、重畳の方法、ならびにコーシーの定理による変換の適用により、複合境界面で囲まれた空間に対するポテンシャルを導出するための手続きを示す流れ図を与えている。

第4章は、 ϕ -型の解に含まれる関数 $K_{\nu}(x)$ (純虚数の次数をもつ第二種変形ベッセル関数) の数値計算法についての考察である。すなわち、一般の変形ベッセル関数の積分表示による定義式から出発して、二つのパラメータ S および X の任意の組合せに対し、この関数の値を計算する方法を開発し、誤差の検討を行なって、かなり精度の高い計算結果を得ている。またこの結果から、二変数関数としての K_{ν}

(x) のふるまいを明らかにし、二三の興味ある性質を見出している。

第5章は、純虚数の次数をもつ第一種および第二種ベッセル関数 $I_{\nu}(x)$ および $K_{\nu}(x)$ について、その性質ならびに相互の関係を論じ、さらに実用的な計算法について考察したものであって、ハンケル型その他の漸近展開の適用範囲を明らかにし、また $I_{\nu}(x)$ の計算に関連して現れる関数 $M_{\nu}(x)$ の性質についても検討している。さらに $K_{\nu}(x)$ および $M_{\nu}(x)$ の零点の計算法についても考察し、これらの関数の零点の分布をグラフに示している。

第6章は、実際のポテンシャル問題にみられるような、 ϕ -型の円筒調和関数の積分表示を、数値的に計算する方法について考察したものである。すなわち、関数 $K_{\nu}(x)$ および $I_{\nu}(x)$ を含ね積分を計算するために、高橋-森の二重指数関数法を適用した場合の精度および計算量を検討し、さらにこれを改良した変形二重指数関数法を提案して、二三の具体例について、良好な結果を得ている。

第7章は、有限長の円筒形半導体の導電率測定法として知られている四探針法の理論的研究であって、前章までの結果を応用して、この測定法の厳密な理論と、任意の電極配置に対する精密な数値計算法を示している。すなわち、無限長、半無限長ならびに有限長の円筒試料の母線上に探針を等間隔に配置した場合、半円形断面の無限長試料の軸に探針を置いた場合、有限長円筒試料の端面の直径上に探針を置いた場合、ならびに端面上の正方形の頂点に探針を置いた場合、などについて、それぞれ電位分布の厳密解を求め、いわゆる補正係数の正確な数値を与えている。また角柱状の試料を用いた場合の補正係数についても論じている。

第8章は結論であって、この研究の成果を要約している。

論文審査の結果の要旨

円筒座標によるポテンシャルの解析は、すでに古典的な問題として、その数学的基礎は古くから確立されていたように考えられていたが、その形式的な解に含まれるある種の特殊関数の具体的な性質や、その数値計算法については深く研究された例がなく、したがって工業的な導電率測定技術についても、それに対する理論的根拠が完全には与えられないままに残されていたものがあつた。

著者はこの点に着目し、円筒形半導体試料の導電率測定という実用的な問題から出発して、その根拠となるポテンシャル論的な解析を行ない、これに関連して派生した数学的な問題を掘り下げ、さらに数値解析的な検討を加えて、実用的な計算法を確立した。この研究で得られた主な成果はつぎのとおりである。

(1) 従来から知られていた円筒調和関数によるグリーン関数の理論を拡張し、ノイマン関数にも3種類の表現が可能であることを明らかにした。

(2) 単純な境界面、2種の境界面、および3種の境界面で囲まれた領域に対し、それぞれノイマン関数を求め、その適用例を示した。またこれらの関数の相互の関係を明らかにした。

(3) ある種の調和関数に含まれる純虚数の次数をもつ第一種および第二種ベッセル関数の数値計算法を開発し、これらの関数の数値表ならびにグラフを示し、二三の重要な性質を明らかにした。またこれらの関数の零点の計算法を開発した。

(4) ポテンシャルが上記の関数を含む積分表示で与えられた場合の計算法を考察し、この種の数値積分

に適する方法の一つとして、変形二重指数関数法を提案し、実用的な価値を明らかにした。

(5) 半導体材料の導電率測定法の一つとして知られている四探針法の厳密な理論的根拠を確立し、いわゆる補正係数の精密な計算法を開発した。

(6) 無限長、半無限長、有限長の円筒形試料に対する四探針法を詳細に検討し、従来から行なわれている探針配置のほかに、二三の探針配置が可能であることを示し、それぞれに対する正確な補正係数の計算法を与えた。

要するにこの論文は、半導体材料の導電率測定技術に対する厳密な理論的根拠を与え、さらにこれを包含するポテンシャル論にも新しい知見を加えたものであって、学術上、工業上寄与するところが少ない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。