

砂れきの流送機構の確率過程としての特性について

矢野 勝正・土屋 義人・道上 正規

ON THE STOCHASTIC CHARACTERISTICS OF TRANSPORT MECHANISM OF SAND IN A STREAM

By *Katsumasa YANO, Yoshito TSUCHIYA and Masanori MICHIEUE*

Synopsis

The purpose of this paper is to discover the mechanism of sediment transport in a stream with the aid of an approach of stochastic models. The irregular and intermittent movement of sediment is expressed with a stochastic model, and its stochastic characteristics of sediment transport mechanics are made clear by the experimental investigations using colored sand as tracers. It was concluded from the result of experiment that the stochastic model proposed can well explain the bed-load movement of sand. It was made clear, for example, that the distribution of traveling distance of a single step is expressed by an exponential distribution and this fact is in good agreement with the experimental results. The relations between the average traveling distance of a single step and the probability of beginning sand movement per second, and the flow intensity are discussed by some knowledges of sediment transport. Moreover, an equation to estimate the bed-load discharge with tracers is proposed for a regime of flat bed.

1. 緒 言

流体による粒子輸送の研究は古くから多くの研究者の興味をひきおこし、多方面からその追求がなされてきた。たとえば、砂漠における空気による砂粒子の輸送、河川における水流による砂れき輸送およびパイプ内における空気や流体による粉体輸送などがいろいろな角度から研究されてきた。しかしながら、非常に多くの研究者たちが各分野において断片的な研究を行なっているため、それらを統一的に表わす理論はいまだ確立されていない。とくに、河川における流砂現象は飛砂現象に比較して、一般にその測定が困難であるために、理論的体系が組み立てがたく、流砂現象を表示する方法としては経験的または次元解析的手法によるものがほとんどである。ところが、一方実地面から流砂理論の確立が要望され、それを用いて種々の工学的問題の解明が要求されている。

流砂は輸送形式によって便宜上掃流砂と浮遊砂に分けられ、それぞれについていろいろな研究が実施されてきたが、この論文ではとくに掃流形式で輸送される砂れきの流送過程の究明を目的としたものである。

従来の掃流砂量公式としては Einstein の著名な掃流砂関数¹⁾があり、現在もっともしばしば用いられている流砂量公式である。また、わが国においても Einstein と同様な考え方にもとづいて建設省土木研究所の流砂量公式²⁾が発表されている。一方、Kalinske³⁾は Einstein とは相違した立場から流砂理論を組み立て、流砂量公式を誘導している。最近では、単一の砂粒子の運動が飛砂現象における saltation と類似であるという仮定にもとづき、砂粒子のちようやく速度、ちようやく高さおよびちようやく距離を算出し、さらにまたそれらを実験的に測定した結果と比較して、流砂量公式を誘導したものや^{4),5)}、あるいは砂粒の移動

は底面付近の流水のエネルギーが砂粒に伝達されるために生じるという仮定にもとづき、いままでの流砂理論の考え方を利用して流砂量公式を組み立てたものがある⁹⁾。

しかしながら、これらの流砂量公式を誘導するにあたって、砂粒の運動機構が明らかにされない状態で流砂量と水理量を直接関係づけているため、そこには多かれ少なかれ力学的に不十分な点が少なくなく、いまだ普遍性のある流砂力学が確立されていないのが現状である。こうした複雑な流砂現象の機構を明らかにする研究方向としては、単一粒子の流水中での運動を非常に詳細に測定研究する方法⁷⁾と集団としての砂粒の移動特性を追求する方法とが考えられ、その両者が一体化されたときに一般性のある流砂力学が確立されるように思われる。ここでは、主として後者の集団としての砂粒の移動特性を究明することにする。

砂れきの移動状況を詳細に観察すると、一般に休止している砂れきはずねに微小な振動をしているが、流体力や乱れまたは流送されてきた砂れきとの衝突によって移動を始め、それが一定距離を移動したあとで休止する。その移動状況は、不規則かつ断続的な運動のくり返しである。一個の砂れきの運動をラグランジュ的な見方で追跡すると、それは決定論的な運動をするのではなく、非決定論的な動き方をする。このような非決定論的な運動をする砂れきの移動を表わすために、確率的な考え方を導入する必要があるように思われる。Hubbel および Sayre^{8), 9)} はトレーサーを用いて実河川における流砂量を測定する方法を提案しており、その考え方の中に砂れきの移動を確率過程としてとらえた興味深い手法を展開している。著者らもかれらと同様な考え方にもとづき、砂れきの流送機構を明らかにするために、実験水路で詳細なトレーサー実験を行ない、砂れきの流送特性を追求し、またそれらの結果を用いて流砂量を算出する方法について考察した結果について述べる。

2. 砂れきの流送に対する確率モデル

いま流量および流砂量が一定で、かつ流砂の輸送形式が掃流である場合を考える。河床流れきと同じ輸送特性をもつ着色砂れきが、時刻 $t=0$ で原点 $x=0$ から移動を開始するとしよう。着色砂れきの移動は不規則かつ断続的な運動の反復現象であるとみなされるから、Einstein が提案した step の概念を導入することによって、その移動を確率過程で表示することができる。この 1 step は、砂れきが休止から移動を開始し、ふたたび休止するまでの過程である。着色砂れきの移動過程は距離に関して一様であること、将来の変化は過去の変化と独立であることの2つを仮定することにしよう。すなわち、このことは step をとる確率が区間の長さのみに依存し、この区間の位置および系の過去の履歴に独立であるということであって、これから着色砂れきの移動を数学的表現であらわすと、つぎようになる。

1個の着色砂れきがある不規則な長さの増分 $(x, x+h)$ に存在する間に1回以上の step をとる確率を $\lambda_1 h + o(h)$ とし、またその間で step をとらない確率を $1 - \lambda_1 h - o(h)$ とする。ここに、 λ_1 はすべての着色砂れきに対して一定な単位長さ当りの移動確率を表わす確率定数であり、 $o(h)$ は h よりも小さいオーダーの量を示す。1個の着色砂れきが区間 $(0, x+h)$ を流下するとき、step が n 回生起する確率 $p(n; x+h)$ に関する微分方程式は、つぎのように容易に導かれる¹⁰⁾。

$$dp(n; x)/dx = -\lambda_1 p(n; x) + \lambda_1 p(n-1; x) \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

$n=0$ の場合には、

$$dp(0; x)/dx = -\lambda_1 p(0; x) \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

となり、初期条件 $p(0; 0)=1$ および $p(n; 0)=0$ を用いると、(2.1) および (2.2) 式の解は、

$$p(n; x) = e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^n / n!, \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

なるポアソン分布となる。また、 n step を終えた着色砂れきが距離 x に存在する確率は $1 - \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^i / i!$ となり、これは n 回の step を終了した着色砂れきの位置に対する分布関数をあらわすので、これに関する x の微分は確率密度関数となる⁹⁾。

$$f(x; n) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} (\lambda_1 x)^{n-1} / \Gamma(n) \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここに、 $f(x; n)$ は着色砂れきが n 回 ($n \geq 1$) の step を終えたときの位置に関する確率密度関数であり、 $\Gamma(n)$ はガンマ関数をあらわす。(2.4) 式において $n=1$ とおけば、着色砂れきが 1 回の step で移動する確率密度関数がえられる。すなわち、

$$f(x; 1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 x} \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

上式から明らかなように、着色砂れきが 1 step で移動する距離は指数分布にしたがう。このことは非常に興味深いことであって、着色砂れきの 1 step の移動距離は場の偶然性に支配されるが、数多くの試行をくり返せば、(2.5) 式に従うことを意味している。着色砂れきが n step で流下する平均移動距離は (2.5) 式を用いると、つぎのように求まる。

$$\int_0^{\infty} x f(x; n) dx = n / \lambda_1$$

したがって、Einstein が定義した 1 step の平均移動距離は $1/\lambda_1$ となる。

つぎに、時間に関する着色砂れきの移動を考えることにする。着色砂れきが休止し始め、それが終了して、さらに移動を終えるまでの過程を時間に関する step と定義すれば、距離に関する場合と同様にあらわすことができる。1 個の着色砂れきが時間 $(0, t)$ において、 n step とする確率は (2.3) 式と類似の次式によってあらわされる。

$$p(n; t) = e^{-\lambda_2 t} (\lambda_2 t)^n / n! \quad \dots\dots\dots (2.6)$$

ここに、 λ_2 は単位時間当りの移動確率で、すべての着色砂れきに対して一定である。さらに、(2.6) 式から $n=0$ とおけば、着色砂れきが原点に残留する確率 $p(0; t)$ としては、次式がえられる。

$$p(0; t) = e^{-\lambda_2 t} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

1 個の着色砂れきが下流方向に流下する場合の時間とその移動距離の関係を模式的に図示すると Fig. 1 のようになる。いま、時刻 $t=0$ で時間に関する step を着色砂れきがとりはじめたとしよう。そうすれば、距離に関する step を n 回とった着色砂れきは、時間に関する step を n 回とることになり、時刻 t における n step をとった着色砂れきの位置に関する確率密度関数は、次式のようにあらわされる。

$$f_t(x; n) = f(x; n) p(n; t) \quad \dots\dots\dots (2.8)$$

ここに、 $f_t(x; n)$ は時刻 t において n step をとった着色砂れきの確率密度関数をあらわす。したがって、すべての step 数の確率密度関数の和を求めれば、着色砂れきの位置に対するつぎの確率密度関数がえられる。

$$\begin{aligned} f_t(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} f(x; n) p(n; t) \\ &= \lambda_1 e^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 t)} (\lambda_2 t / \lambda_1 x)^{1/2} I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}) \quad \dots\dots\dots (2.9) \end{aligned}$$

上式において、 $I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t})$ は 1 次の変形ベッセル関数である。(2.9) 式から着色砂れきの平均移動距離 $\bar{x}$ および分散 σ^2 は、それぞれつぎのようにあらわされる。

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x f_t(x) dx = (\lambda_2 / \lambda_1) t \quad \dots\dots\dots (2.10)$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 f_t(x) dx = 2\lambda_2 t / \lambda_1^2 - (\lambda_2 t)^2 / \lambda_1^2 = 2\lambda_2 t / \lambda_1^2 \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

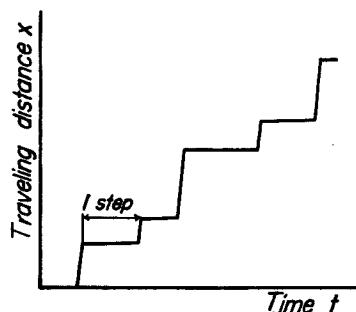


Fig. 1 Schematic diagram of sand movement.

3. 実験の概要

断面が $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ 、長さが 14 m の鋼製水路で、砂れきを 5 cm の厚さで河床こう配が 0.01 になるように敷き、水路の下流端から 8 m の位置を原点とし、そこに河床砂れきと同じ粒径の着色砂れきを設置して、着色砂れきの流下方向の移動分布および原点に残留している個数を測定した。使用砂れきは粒径範囲が $3 \sim 4\text{ mm}$ で、その平均粒径が 3.5 mm および比重が 2.65 である川砂と粒径範囲が $6 \sim 7.5\text{ mm}$ でその平均粒径が 6.75 mm および比重が 1.24 の非常に球状である人工軽量骨材の2種類である。また、トレーサーとして使用した着色砂れきは、ラッカーとシンナーを $1:1$ の割合で混合して、上記の砂れきに付着させた。原点における着色砂れきの敷き並べ方は、その個数を $100 \sim 200$ 個、面積を $16\text{ cm} \times (5 \sim 7)\text{ cm}$ とし、かつその厚さが一層で着色砂れき面と河床面とが一致するように配置した。さらに、着色砂れきが不自然な形にならないように、十分注意深く敷き並べた。流れの状態が等流になるまでに着色砂れきが流下しないように金網でおおい、等流状態になってから金網をとり、所定の時間まで着色砂れきを流下させるようにした。こうした実験をくり返すことによって、ある時刻における着色砂れきの流下方向の移動分布を知ることができる。また、このような実験では、その再現性が問題になると考えられるので、下流端から 7 m および 8 m の地点から着色砂れきをそれぞれ流下させて、この2種類の着色砂れきから求められた単位時間当りの移動確率 λ_2 と平均移動速度 λ_2/λ_1 に関して比較検討した。また、上記の実験のそれぞれに対して、流速分布および下流端で流砂量の測定も行なった。

4. 実験結果とその考察

流送機構の問題点を明確に把握し、それを明らかにする第一歩として、ここでは主として河床形態が transition または flat bed の領域に属するように実験的な考慮を払い、河床形態の影響が流送現象に直接介入しない場合を対象とした。行なった実験の条件を Table 1 に示す。

(1) 確率モデルの適合性

Fig. 2 は原点に残留する着色砂れきの残留確率の時間的変化を示したものの一例である。まず、この図には実験の再現性を確かめるために、水路の2点にそれぞれ着色砂れきを敷いて実施した実験結果が示され

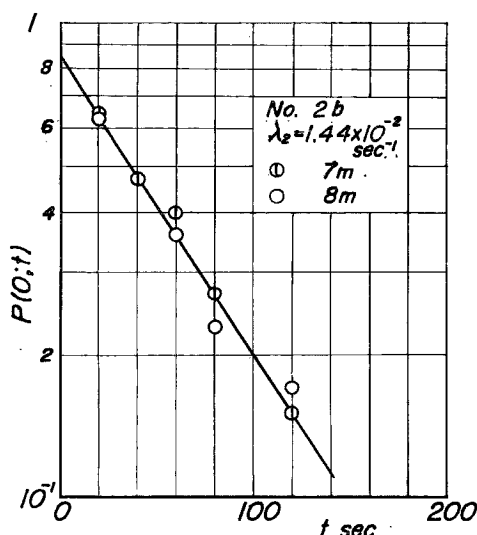


Fig. 2 Changes of probability of sediment staying still at origin with time.

ているが、これから明らかなように両者の一致は良好であって、このほかの実験条件に対してもその再現性が十分であることが確認された。この図から明らかなように、その時間的変化は片対数紙上で直線で示されるので、原点に残留する確率は指数関数で表示され、(2.7)式であらわされるものと一致する。ただし、 $t=0$ では実験結果は(2.7)式で示すような値1をとらないが、これは着色砂れきの敷き並べ方に原因しているのではないと思われる。図中の直線のこう配は時間に関して、原点に残留する確率が(2.7)式で示されるのと同じように指数的に減少しており、初期条件の影響さえ除去すれば、両者はよく一致するものと考えてよい。この確率モデルからえられた1 stepを移動するときの距離の分布と実験結果とを比較した図が Fig. 3 である。この図において、曲線は(2.5)式にヒストグラムの区間の長さをかけたものであり、ヒストグラムは区間を 20 cm ごとに区切り、各区間に対応する実験値の個

Table 1 Conditions of experiment performed

Run No.	Water depth h (cm)	Slope I	Shear velocity u_* (cm/sec)	Specific weight	Diameter d (cm)
1 a	2.54	1.00×10^{-2}	4.99	2.65	0.35
1 b	2.54	1.00	4.99	〃	〃
2 a	3.62	1.01	5.98	〃	〃
2 b	3.56	1.01	5.94	〃	〃
2 c	3.51	0.961	5.76	〃	〃
3 a	4.30	1.01	6.45	〃	〃
3 b	4.25	1.03	6.55	〃	〃
4 a	3.37	1.04	5.86	〃	〃
4 b	3.22	1.02	5.67	〃	〃
4 c	3.16	1.00	5.56	〃	〃
5 a	4.00	0.99	6.24	〃	〃
5 b	3.81	1.05	6.27	〃	〃
6 a	2.86	1.00	5.30	〃	〃
7 a	2.70	1.00	5.14	〃	〃
8 a	3.45	1.04	5.93	〃	〃
8 b	3.25	1.02	5.70	〃	〃
8 c	3.10	0.94	5.77	〃	〃
9 a	3.30	0.97	5.60	〃	〃
9 b	3.44	0.98	5.75	〃	〃
10 a	5.45	1.03	7.42	〃	〃
11 a	3.72	1.00	6.03	〃	〃
12 a	4.28	1.04	6.61	〃	〃
1	3.90	0.90×10^{-2}	5.87	1.24	0.675
2	3.30	0.97	5.60	〃	〃
3	5.00	1.05	7.17	〃	〃
4	5.37	1.10	7.60	〃	〃
5	2.87	0.98	5.26	〃	〃
6	5.87	1.05	7.78	〃	〃

数を試行回数で除して求めた相対度数をあらわしたものである。これからわかるように、実験値および理論曲線は指数分布をしており、両者の適合性を有意水準 5% として χ^2 検定を用いて検討した結果、1 step の移動距離の分布が指数分布にしたがうということがわかった。

つぎに、着色砂れきの系全体の平均移動距離と時間との関係を図示したものの一例が Fig. 4 である。実験値は (2.10) 式が示すように、両者の直線的関係をよく満足している。したがって、この図のこう配から着色砂れきの平均移動速度を決定することができる。Fig. 5 は着色砂れきの分散の値が時間とともにどのように変化するかを示したものである。この図において、プロットされた実験値はほぼ時間とともに直線的に変化しており、(2.11) 式の関係が成立することを示している。Figs. 2 および 4 を用いて、確率定数 λ_1 および λ_2 を決定することができるが、Fig. 2 は着色砂れきの敷き並べ方の影響が入る恐れがあるので、こうした初期条件の影響をできるだけ少なくするために、Figs. 4 および 5 から確率定数を決定することにした。このようにして実験結果から決定された確率定数 λ_1 および λ_2 を (2.9) 式に適用して各時間ごとの着色砂れきの移動分布を示したものが Fig. 6 であり、図中に図示されている点は実験値を示している。この場合、縦軸は (2.9) 式を規格化した確率密度関数で表示されている。原点におかれた着色砂れきが分

散していく過程は、初期においては指数分布を示しているが、当然のことながら時間の経過につれてモードをもった分布になり、そのモードが時間とともに減少していくことを示している。また、理論式と実験結果との適合性を χ^2 検定によって検討した結果、有意水準 5% で実験結果が理論によく適合していることが明らかとなった。以上の検討から、砂れきの移動を前述した 1 つの確率過程として表示することが可能であることが結論されよう。

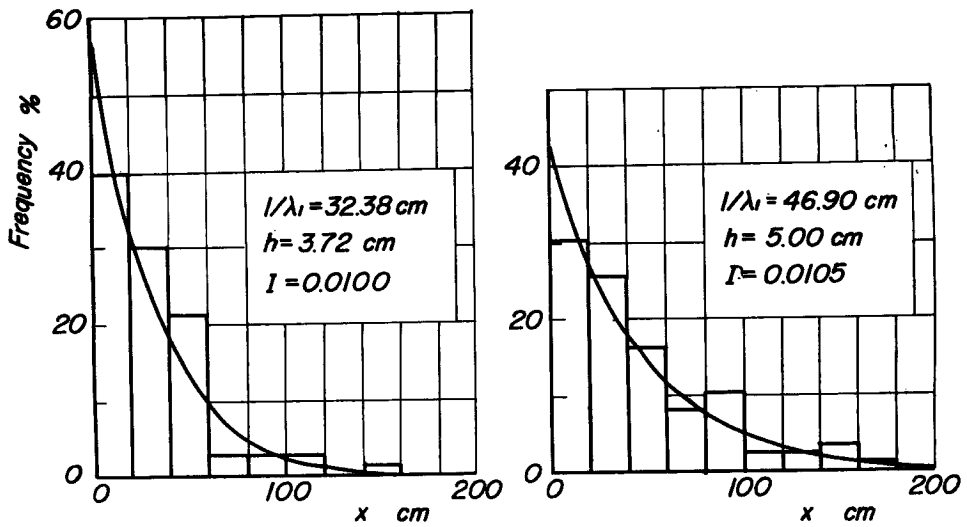


Fig. 3 Distributions of traveling distance of a single step.

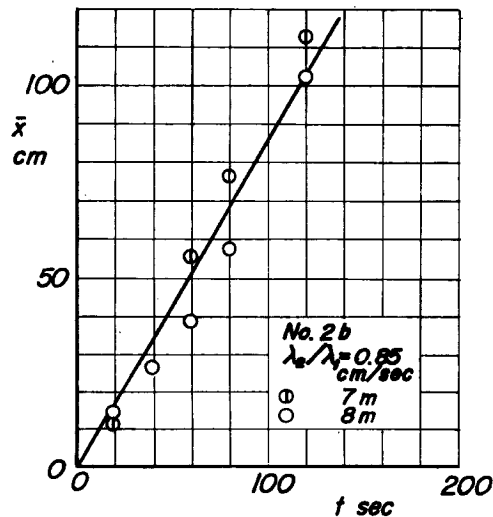


Fig. 4 An example of changes of average traveling distance of tracers with time.

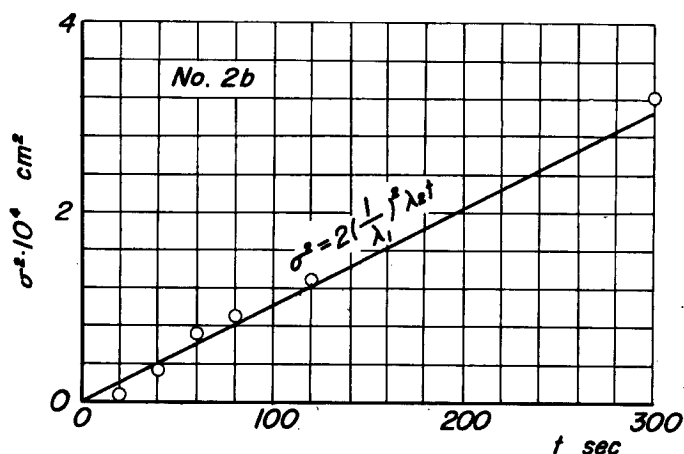


Fig. 5 An example of changes of variance of distribution with time.

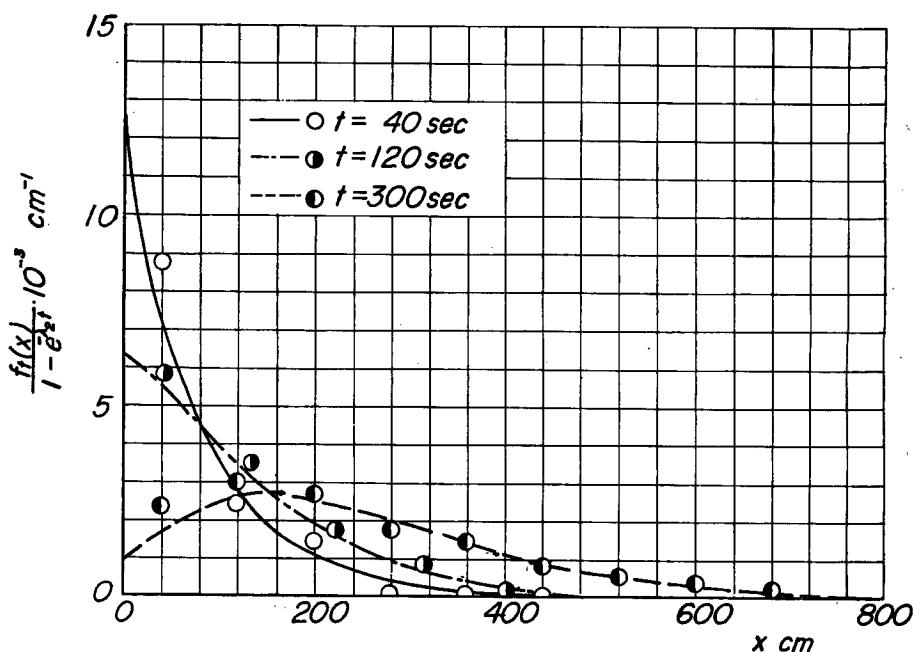


Fig. 6 Longitudinal distributions of colored sands at various time.

(2) 確率定数の水理特性

つぎに、前述した確率モデルに含まれている確率定数が水理量といかなる関係にあるかを検討することにして、Table 2は Table 1の水理条件のもとで実験を行なってえられた資料を示したものである。Fig. 7は1 stepの平均移動距離を粒径で除して無次元化したものを縦軸にとり、横軸に流れの強度 $(1/\psi - 1/\psi_0) = (u^{*2} - u_{*0}^2) / [(\sigma/\rho) - 1]gd$ をとって表示したものである。なお、図中には $1/\psi_0$ の値を 0.05 と仮定して計算された Einstein の提案による流砂量の増加にともなう平均移動距離の増大を示す関係と椿¹¹⁾らおよび高橋¹²⁾の実験データをも再整理して図示してある。1 stepの平均移動距離は約 $80d \sim 300d$ の範囲であ

Table 2 Results of experiment for stochastic characters and rate of sediment transport.

Run No.	$1/\lambda_1 d$	λ_2/λ_1 cm/sec	$\lambda_2\{d/(\sigma/\rho-1)g\}^{\frac{1}{2}}$	q_B cm ² /sec	$1/\psi$
1 a	1.94×10^2	1.33×10^{-2}	2.88×10^{-6}	3×10^{-4}	4.40×10^{-2}
1 b	0.98	5.67	24.3	5	4.40
2 a	1.18	64.1	230	280	6.33
2 b	1.40	49.2	147	180	6.23
2 c	2.42	53.2	92.4	380	5.84
3 a	1.53	128	352	—	7.35
3 b	1.95	76	163	—	7.58
4 a	0.95	42.6	188	—	6.07
4 b	1.37	32	98.4	—	5.69
4 c	2.47	31.2	53.1	230	5.47
5 a	1.76	61	146	660	6.88
5 b	1.94	35.5	76.9	710	6.93
6 a	4.34	12.5	12.1	10	4.95
7 a	1.56	3.67	9.9	12	4.68
8 a	1.98	52	110	350	6.21
8 b	1.64	58	149	270	5.74
8 c	0.76	71.9	397	150	5.05
9 a	2.04	84	174	380	5.54
9 b	2.14	60	118	390	5.84
10 a	1.63	322	831	3510	9.72
11 a	2.26	144	268	660	6.44
12 a	1.25	256	859	890	7.71
1	1.47×10^2	8.54	46×10^{-4}	0.54	2.17×10^{-1}
2	3.67	4.20	9.1	0.94	1.97
3	2.41	6.13	20.1	1.96	3.24
4	1.93	7.30	30.1	2.65	3.65
5	3.41	4.90	11.4	0.37	1.74
6	2.92	7.33	19.9	2.61	3.80

り、 $(1/\psi - 1/\psi_0)$ の値が0.07の付近で最小値をとっているようにみうけられる。流れの強度が0.07よりも小さいところでは、流れの強度の減少とともに1 stepの平均移動距離は増大の傾向があり、それよりも大きいところでは、流れの強度の増加とともに1 stepの平均移動距離も若干増大している。しかしながら、Fig. 8における単位時間当りの移動確率は流れの強度の増加にともなって、きわめて敏感に増加しているが、1 stepの平均移動距離にはそうした傾向は見られない。これらのことから砂れきが1 stepを移動して停止する機構は、掃流力に支配されているというよりはむしろ河床を構成している砂れきによって決定される強さおよび大きさをもった乱れと砂れきの配列状態に依存しているように思われる。またすでに椿ら¹⁴⁾が指摘しているように、掃流力の増加にともなって流砂量が増加するのは1 stepの平均移動距離が増大するのではなく、主としてその単位時間当りの移動確率の増加に起因していると考えられる。したがって、Fig. 1に示した砂れきの移動の模式図によれば、掃流力の増加にともなって、砂れきの休止時間は減少すると考えられ、さらに掃流力が増加すると最終的には浮遊に移行するものと考えられる。

Fig. 9は砂れきの平均移動速度を沈降速度の次元で除して無次元化したものを縦軸にとり、それと流れ

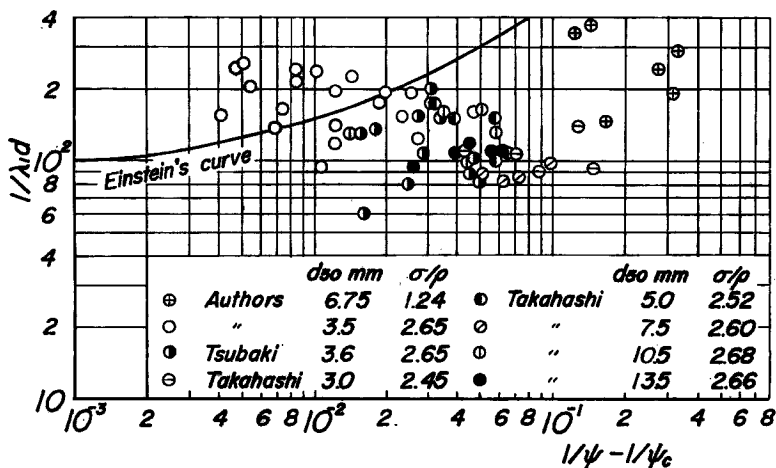


Fig. 7 Relation between dimensionless average traveling distance of a single step and flow intensity.

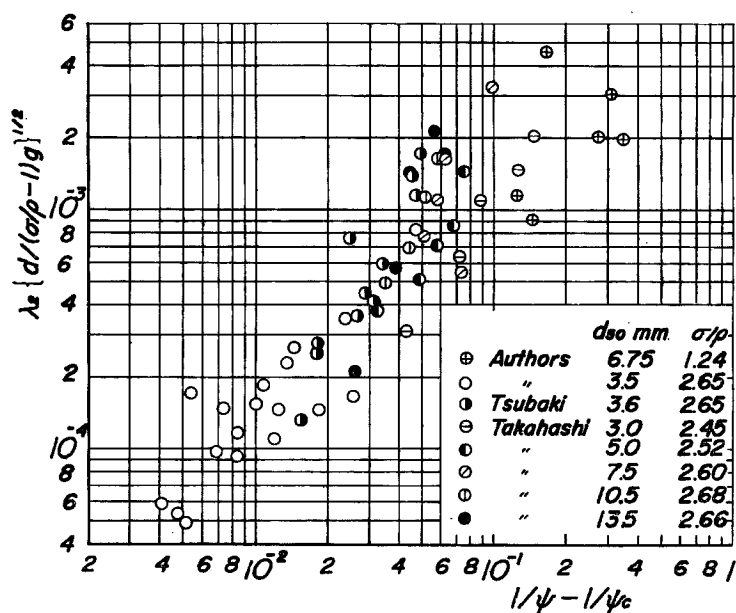


Fig. 8 Relation between dimensionless probability of sand beginning movement per second and flow intensity.

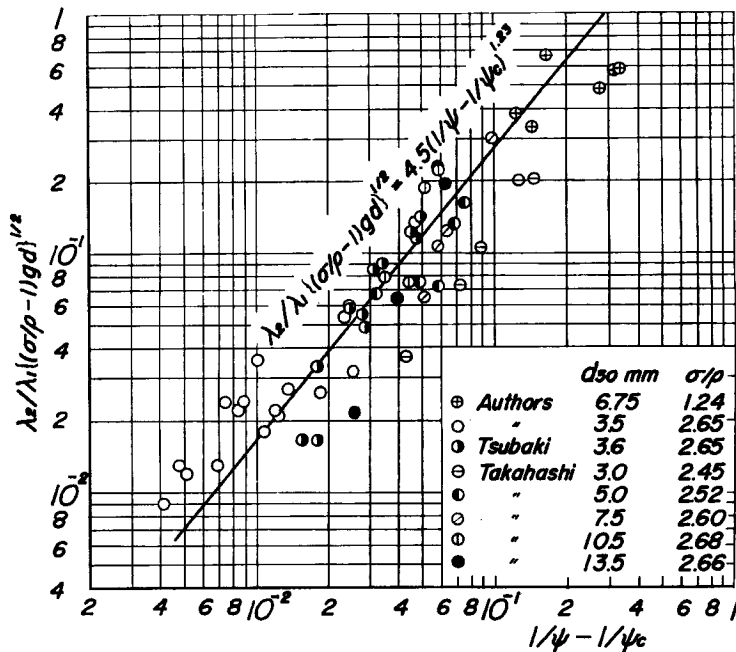


Fig. 9 Relation between dimensionless average velocity of movement of sand and flow intensity.

の強度との関係を示したものである。実験値のばらつきはかなり大きいけれども、全体的には図中に示した実験式が成立すると考えられる。

つぎに、これらの着色砂れきをトレーサーとして用いた場合の流砂量式について考察しよう。着色砂れきの平均移動速度は (2.10) 式からわかるように λ_2/λ_1 となり、これは河床砂れきの平均移動速度をあらわしているので、流砂量は河床砂れきの移動層内の砂れきの個数にその平均移動速度 λ_2/λ_1 と砂れきの体積を乗じることによって求められる。ここで、問題になるのは砂れきの移動層の厚さであるが、著者らが行った実験の範囲では、着色砂れきの移動層は一層程度であると確認されたので、河床砂れきの移動層を河床面から一層であると仮定すると、流砂量式は次式のようになる。

$$q_B = (1/K_1 d^2) \cdot K_2 d^3 \cdot (\lambda_2/\lambda_1) \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

ここに、 q_B は単位時間当り、単位幅当りの流砂量、 K_1 および K_2 は砂れきの形状によって決定される定数である。(4.1) 式であらわされる流砂量式を $u_* d$ で除して無次元化し、著者らが用いた実験砂れきに対する K_2/K_1 の測定値 0.4 を用いることにすれば、流砂量は次式であらわされる。

$$q_B \equiv q_B/u_* d = 0.4 \lambda_2/\lambda_1 u_* \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

実験値と (4.2) 式の関係を示したものが Fig. 10 である。 $\lambda_2/\lambda_1 u_*$ の値が小さいところでは、実験値は (4.2) 式で求められる流砂量よりも若干小さくなっているが、全体的な傾向は (4.2) 式と実験値とはかなり一致している。流砂量が (4.2) 式で表示されることがわかったので、砂れきの平均移動速度に関する水理学的な考察が必要とされるが、ここでは次元解析的に求められた Fig. 9 の実験式によって砂れきの平均移動速度があらわされると仮定して、流砂量式を表示すると、つぎのようになる。

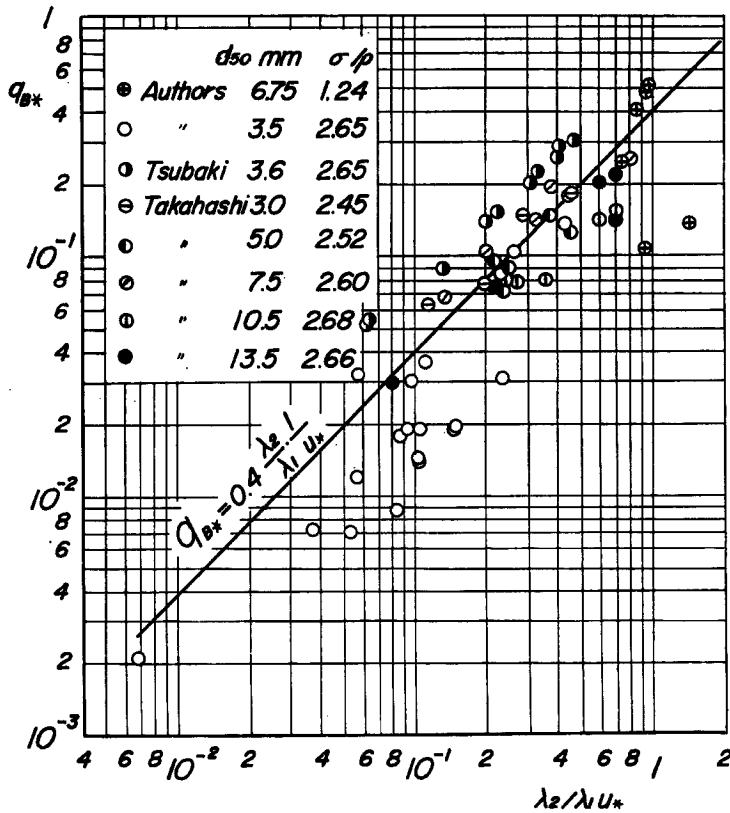


Fig. 10 Relation between dimensionless rate of sediment transport, $\bar{q}_B/u_* d$ and value of $\lambda_2/\lambda_1 u_*$.

$$q_{B*} = 1.8 \psi^{1/2} (1/\psi - 1/\psi_c)^{1.23} \dots\dots\dots (4.3)$$

Fig. 11 は (4.3) 式と実験値とを比較したものである。これから明らかなように、トレーサー実験から決定された諸量を用いて流砂量を算出した (4.3) 式と測定された流砂量とはかなりよい一致を示している。(4.2) 式は移動層の厚さが一層であると仮定されているために、掃流力が大きくなって砂れきが層状になって移動する場合とか saltation によって流砂の濃度分布が顕著になる場合には適用されないのは当然であり、この問題については河床形態などの影響も含めて今後詳細に検討していくつもりである。しかしながら、Fig. 11 に示されている実験範囲内においては、トレーサー実験からかなりの精度で流砂量を算出することが可能であることが明らかにされた。したがって、さらにこの種の研究を進めることによって、実河川における流砂観測にトレーサー法が有効な手段として適用されるであろう。

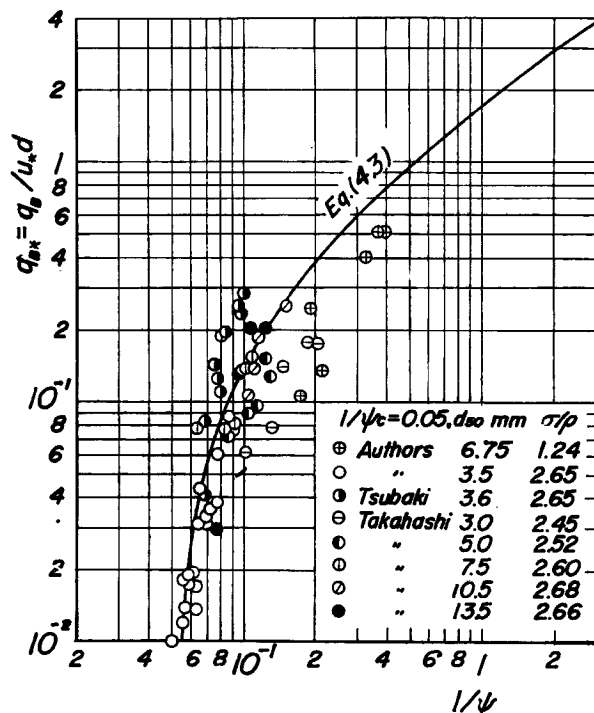


Fig. 11 Comparison between experimental values and curve calculated by empirical formula.

5. 結 語

以上、本文においては、砂れきの流送機構を明らかにすることを目的として、着色砂れきをトレーサーとして用いた場合の2, 3の考察を試みてきたが、えられた主要な結果をとりまとめて結語とする。

砂れきの流砂現象を1つの確率過程として表示することの可能性を詳細なトレーサー実験を行なうことによって確かめた。この確率モデルからえられた結果として、砂れきの1 stepの移動距離の分布は、一般に指数分布であらわれ、それは実験値とよく一致する。つぎに、1 stepの平均移動距離は約 $80d \sim 300d$ であり、掃流力の増大にともなって顕著な変化は認められない。これに反して、単位時間当りの移動確率は、掃流力の増加にともなって、敏感に増加することが明らかにされた。したがって、流砂現象において流砂量に大きく影響する因子は、単位時間当りの移動確率であることがわかった。

トレーサー実験からえられた砂れきの平均移動速度と水理量との関係を示す実験式を次元解析的手法を用いることによって求めた。砂れきの移動層が砂れきの大きさ程度であると仮定して流砂量を示す関係を求めたが、それは実験の範囲で実験値とよく一致することがわかった。さらに、砂れきの平均移動速度の実験式を用いて、流砂量と水理量との関係を求めた結果と実験値とを比較したところ両者はかなりよい一致を示している。こうした研究をさらに進めることにより、トレーサーを用いた流砂量の推定法を確立する可能性を見出しえた。

以上、本文において明らかにされたことは、砂れきの流送機構を十分説明しうるものではないけれども、今後さらにこうした基礎実験を進め、流砂現象の確率法則の究明につとめるとともに、砂れきの運動に関して力学的な検討も進めて、流砂力学の確立につとめていきたいと考えている。

最後に本研究を遂行するにあたって、実験および資料整理にあたり熱心に協力していただいた大学院学生青山俊樹君および図面の作成をしていただいた角野稔技官に謝意を表明する。なお、本研究の一部は文部省特定研究費によるものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Einstein, H.A.: The bed-load function for sediment transportation in open channel flow, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull. No.1025, 1950, pp.1—71.
- 2) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究（1），土木研究所報告，第98号の2，昭32，pp.13—30.
- 3) Kalinske, A.A.: Movement of sediment as bed load in rivers, Trans. A.G.U., Vol.28, No.4, 1947, pp.615—620.
- 4) Yalin, M.S.: An expression for bed-load transportation, Proc. A.S.C.E., Vol.89, HY3, 1963, pp.221—250.
- 5) 岸 力・福岡捷二：河床粒子の saltation の機構と流砂量，土木技術資料，土木学会北海道支部，第23号，昭41，pp.113—120.
- 6) Chang, F.M., Simons, D.B. and Richardson, E.V.: Total bed-material discharge in alluvial channels, U.S. Geological Survey, Water-Supply Division, 1965.
- 7) 土屋義人・角野 稔：水流による砂粒の運動機構に関する実験，京都大学防災研究所年報，第10号B，昭41，pp.97—107.
- 8) Hubbell, D.W. and Sayre, W.W.: Transport and dispersion of labeled bed material, North Loup River, Nebraska, U.S. Geological Survey, Water Resources Division, 1963.
- 9) Hubbell, D.W. and Sayre, W.W.: Sand transport studies with radioactive tracers, Proc. A.S.C.E., Vol.90, HY3, 1964, pp.39—68.
- 10) Feller, W.: An introduction to probability theory and its applications, Modern Asia Edition, Vol.1, 1960, pp.400—402.
- 11) 篠原謹爾・椿東一郎：河床砂礫の移動機構に関する一考察，九州大学応用力学研究所所報，第10号，昭32，pp.85—94.
- 12) 高橋正佑：河床砂礫の流送に関する実験的研究（第1報），新砂防，Vol.18, No.4, 昭41, pp.5—14.