

モンテカルロ・フィルタを用いた損傷推定に関する研究

荒木時彦

要 旨

本研究では、構造物の動的損傷解析および確率論的推定手法であるモンテカルロ・フィルタに基づいた損傷推定手法を提案する。構造物損傷を含む全非線形動力学系の状態方程式を状態モデルとし、モンテカルロ・フィルタを適用することで、構造物損傷を含む状態変数の推定が可能となる。また、バイリニア型履歴復元力特性を有する1自由度せん断質点系に対する数値解析例を示す。

キーワード：構造ヘルスマニタリング，構造物損傷推定，モンテカルロ・フィルタ
全非線形動力学系

1. はじめに

建築構造物の保守・保全を目的とした構造ヘルスマニタリングに関する研究が近年注目されている。構造物の状態を継続的にモニタリングし、構造物の構成要素および構造物全体の劣化状態を精度よく調査する技術により、構造物を適当な時期に補強しその寿命を延ばすことが可能となる。本研究では、風直角方向における、構造物の動的損傷解析および確率論的推定手法に基づいた損傷推定手法に関する基礎的知見を提供する

2. 概要

まず、構造物損傷を状態変数として含む、全非線形動力学系の状態方程式について述べる。次に、確率論的推定手法であるモンテカルロ・フィルタについて説明する。ここでは全非線形動力学系の状態方程式を状態モデルとして取り扱う。最後にバイリニア型履歴復元力特性を有する1自由度せん断質点系に対する数値解析例を示す。

3. 全非線形動力学系

構造物損傷の尺度は1次の非線形微分方程式で表

される。構造物損傷の尺度として、初期通過型と累積型の2種類が考えられる。ここでは、最大変位応答と履歴消費エネルギーを考える。それぞれの微分表示を次に示す(Suzuki et al, 1988)。

最大変位応答

$$\dot{\eta}_{mi} = |\dot{x}_i| U(x_i \dot{x}_i) U(|\dot{x}_i| - \eta_{mi}) \equiv g_{mi} \quad (1)$$

履歴消費エネルギー

$$\dot{\eta}_{hi} = (1 - r_i) z_i (\dot{x}_i - g_{zi}) \equiv g_{hi} \quad (2)$$

但し、 $U(\cdot)$ は単位階段関数、 r_i は履歴における第*i*分岐勾配、 g_{zi} は履歴要素の微分表示である。以上の様に微分形式で表された損傷の尺度を履歴構造物の状態方程式と連立させると、変位、速度、履歴要素、損傷の尺度、を状態変数とする系の状態方程式は次のように表わされる。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{G}(\mathbf{X}, t) + \mathbf{V}(t) \mathbf{W}(t) \quad (3)$$

但し、 $\mathbf{G}$ は非線形関数で構成されるベクトル、 $\mathbf{V}$ は外乱の入力位置を示すマトリクス、 $\mathbf{W}$ は入力外乱であ

る。このようにして得られた状態方程式を，全非線形動力学系の状態方程式と呼ぶ (Suzuki et al, 1999)。

4. 状態空間モデル

観測時系列 y_n に対して以下の状態空間モデルを考える。

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{n-1}, \mathbf{v}_n) \quad (4)$$

$$y_n = \mathbf{H}(\mathbf{x}_n, \mathbf{w}_n) \quad (5)$$

式(4)は状態モデル，式(5)は観測モデルと呼ばれる。

$\mathbf{v}_n$ はシステムノイズ， $\mathbf{w}_n$ は観測ノイズである。式(4)

は，式(3)の状態方程式にシステムノイズを加え，離

散化したものである。第3章で述べたように， $\mathbf{x}_n$ は

構造物の状態変数であり，これには速度，変位および構造物損傷が含まれ，構造物損傷としては，最大変位応答および履歴消費エネルギーをとりあつかう。

本研究では，上式における，状態 $\mathbf{x}_n$ の推定を行う。

5. モンテカルロ・フィルタ

観測値の集合を $D_n = \{y_i : i = 1, \dots, n\}$ とし，状態

$\mathbf{x}_n$ の要素を x_n^i とすると，ベイズの定理により，

$$p(x_n^i | D_n) = \frac{p(y_n | x_n^i) p(x_n^i | D_{n-1})}{\int p(y_n | x_n^i) p(x_n^i | D_{n-1}) dx_n^i} \quad (6)$$

が成り立つ。しかし，この解析解を得ることは困難である。モンテカルロ・フィルタでは次の手順で

$p(x_n^i | D_n)$ を求める (Hoshiya et al, 2001)。

一期先予測

ランダムサンプル $\{x_{n-1}^i(k) : k = 1, \dots, N\}$ から式(4)の状態モデルの時系列解析により，次ステップの状態変数のサンプル $\{x_n^{i*}(k) : k = 1, \dots, N\}$ を得る。

フィルタ過程

観測モデルより，各サンプルの重みが，

$$q_k^i = \frac{p(y_n | x_n^{i*}(k))}{\sum_{j=1}^n p(y_n | x_n^{j*}(k))} \quad (7)$$

により得られる。ここで， $\Pr\{x_n^i(j) = x_n^{i*}(k)\} = q_k^i$ である。

この確率に従って一期先予測で得られた $\{x_n^{i*}(k) : k = 1, \dots, N\}$ を更新する。更新されたサンプル

の確率密度関数が，求めるべき $p(x_n^i | D_n)$ である。

また，更新されたサンプルの平均値が状態 $\mathbf{x}_n$ の推定値となる。

6. 数値解析例

復元力特性としてバイリニア型履歴を有する 1 自由度質点系に対する数値解析を行った。質点系の無次元固有円振動数は 1.0，臨界減衰定数は 0.05，無次元弾性限変位は 1.0，である。外乱はスペクトル密度 0.6 の正規白色外乱の見本関数である。システムノイズは分散 0.016 の正規白色外乱，観測ノイズは分散 0.001 の正規白色外乱である。観測値は速度と外乱 (CASE1) および，変位と外乱 (CASE2) の時刻歴である。また，モンテカルロフィルタにおけるサンプルサイズは 1000 である。

図 1，図 2 および図 3 は，それぞれ，変位，速度，履歴要素の推定値を損傷解析による真値と比較したものである。横軸は系の固有周期で無次元化した無次元時刻である。いずれも非常によく推定が行われているが，履歴要素に多少のずれが見られる。

図 4 および図 5 は最大変位応答と履歴消費エネルギーの推定値を損傷解析による真値と比較したものである。両者とも，比較的よく推定が行われていることがわかる。また，速度を観測値とした場合よりも，変位を観測値とした場合のほうが推定精度がよいこともわかる。

図 6 および図 7 は，それぞれ，CASE2 の場合の，最大変位応答と履歴消費エネルギーに関する確率分布の時刻歴をヒストグラムで表したものである。ばらつきはほぼ一定したまま平均値が徐々に増加している様子が見られる。

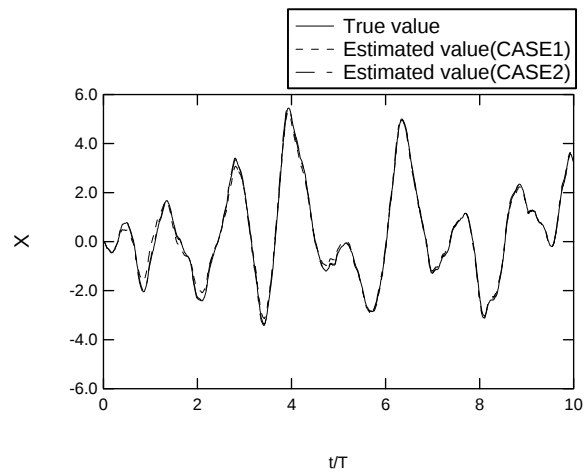


Fig.1 Displacement

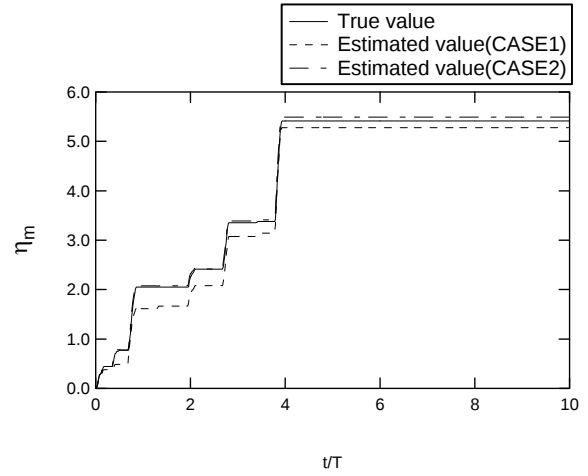


Fig.4 Maximum absolute displacement

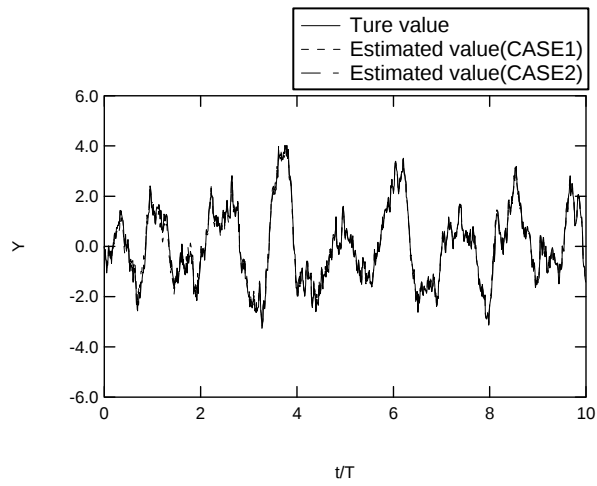


Fig.2 Velocity

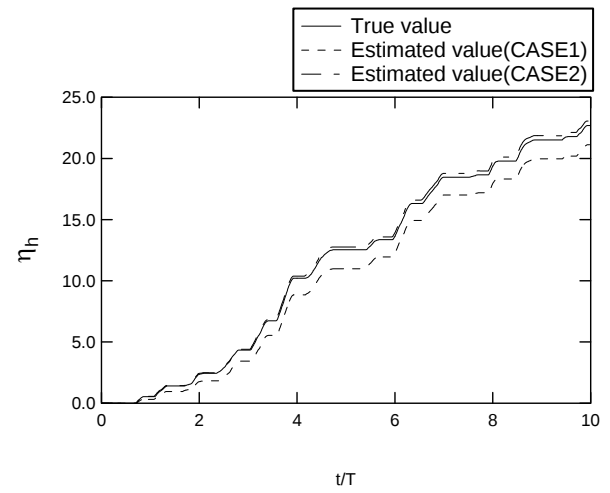


Fig.5 Cumulative hysteretic energy

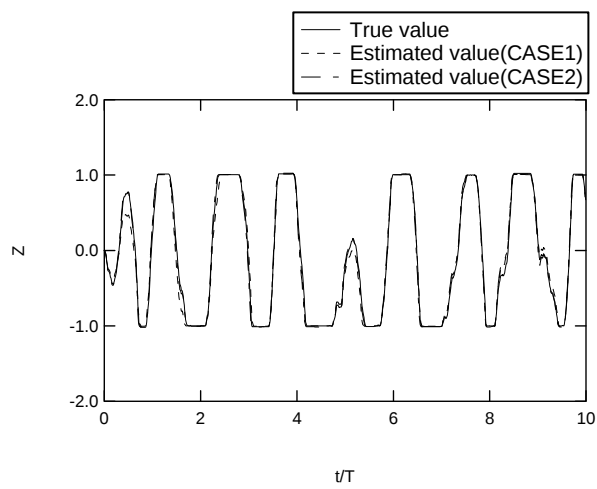


Fig.3 Hysteretic component

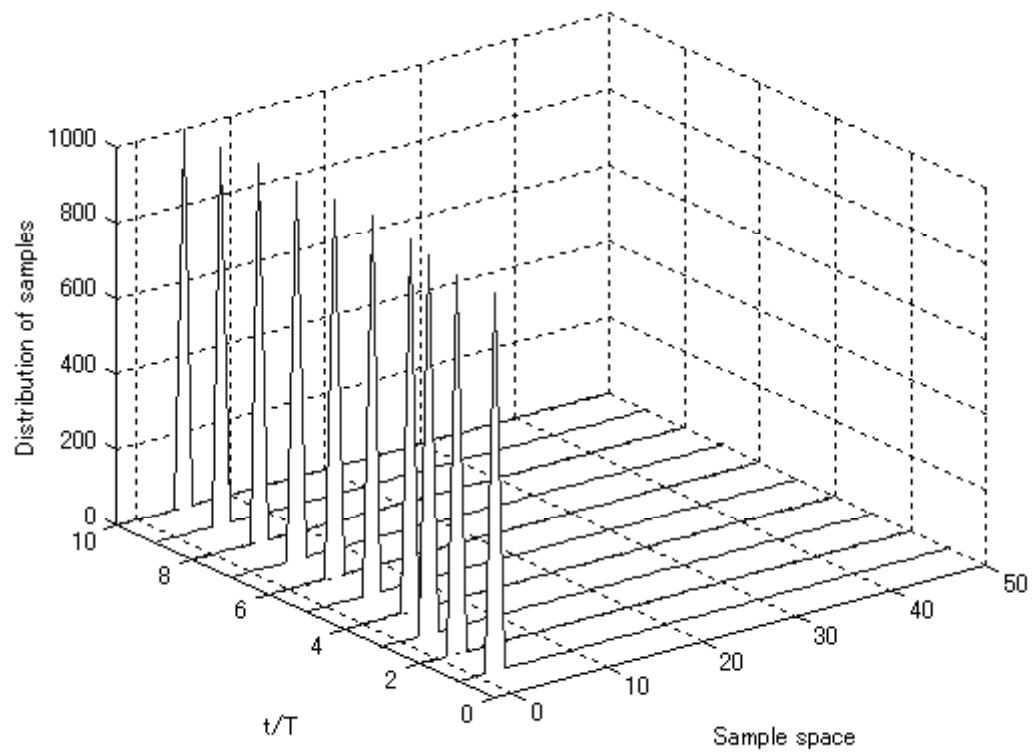


Fig.6 Sample distribution of maximum absolute displacement (CASE2).

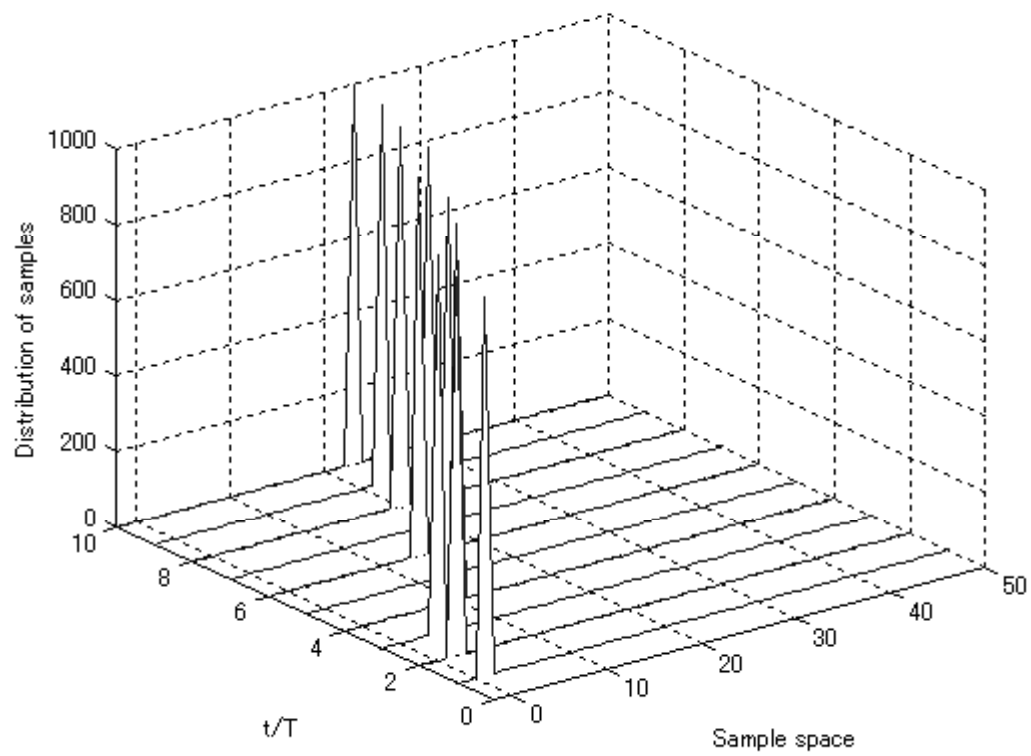


Fig.7 Sample distribution of cumulative hysteretic energy (CASE2).

7. おわりに

本研究では、構造ヘルスマモニタリングの一手法として、構造物全体の損傷を推定する方法について述べた。具体的には、全非線形動力学系の状態方程式とモンテカルロ・フィルタを用いることにより、構造物の損傷推定を行った。数値解析の結果、速度、変位、履歴要素は非常によく推定できることがわかった。また、構造物損傷においては最大変位応答および履歴消費エネルギーともに、比較的良好に推定されており、本手法の有効性を示している。今後の課題として、より大きなノイズに対しての本手法の適用可能性を検討するとともに、特有のスペクトル特性をもつ風外乱が作用する構造物に対する数値解析を行う必要があると考える。また、実用化を考えるならば、加速度と外乱を観測値とする損傷推定に関する知見が必要である。

参考文献

- Hoshiya, M and Maruyama, O (2001): State estimation of conditional non-gaussian random fields by BF/MCF. Proceedings of U.S.-Japan Cooperative Research on Urban Earthquake Disaster Mitigation, pp226-236
- Suzuki, Y and ARAKI, T (1999): Stochastic damage process and reliability analysis of wooden structures with uncertain properties. Computational Stochastic Mechanics, pp.235-244
- Suzuki, Y and Minai, R. (1988): Application of stochastic differential equation to seismic reliability analysis of Hysteretic structures. Probabilistic Engineering Mechanics. 3(1), pp43-52

Study of structural damage estimation using Monte Carlo Filter

Tokihiko ARAKI

Synopsis

The study of structural health monitoring for reducing a cost of maintenance of structures and guaranteeing the quality of structures is recently paid attention. In this study, a basic idea of structural damage estimation based on structural damage analyses and stochastic estimation method in a case of across-wind vibration is presented

Keywords: Structural health monitoring, Structural damage estimation, Monte Carlo Filter,
Whole non-linear dynamic system