

関孝和の数学と大成算経

Mathematics of Seki Takakazu and the *Taisei Sankei*

上野 健爾 (Ueno, Kenji)

四日市大学関孝和数学研究所

Seki Kowa Institute of Mathematics, Yokkaichi University

法政大学工学研究科

Graduate School of Engineering, Hosei University

はじめに

大成算経と関孝和との関わりについては建部賢明の証言しか残されていない。以下の引用ではかたかなをひらがなに直し、濁点を附し、漢字も現行の字体に変更し、割り注は括弧で括った。

凡倭漢の数学其書最も多しといえども、未だ釈鎖の奥妙を尽さざる事を嘆き、三士相議して天和三夏より、賢弘其首領と成て、各新に考へ得る所の妙旨悉く著し、就て古今の遺法を尽て、元禄の中年に至て編集す。総十二巻、算法大成と号して粗是を書写せしに、事務の繁き吏と成され、自ら其微を窺る事を得ず。孝和も又老年の上、爾歳病患に逼られて考検熟視する事能わず。

是に於て、同十四年の冬より賢明官吏の暇に躬ら其思を精する事一十年。広く考へ詳に註して二十巻と作し、更に大成算経と号て手親ら草書し畢れり（此書天和の季に創て宝永の末に終る。每一篇校訂する事数十度也。此功を積むに因りて総て二十八年の星霜を経畢んぬ）。

関孝和が沈黙を守っている以上、この証言がどれだけの真実を語っているかを判定することは難しい。関孝和が大成算経の最終編纂に全く関与しなかったことは間違いないが、それが建部賢明の述べる健康上の理由であったのかは関孝和の証言が残されていない以上、判断するのは難しい。

本論考では三部抄、七部書の中で関孝和の考え方を残していると思われる著作をもとにして関孝和の数学観と大成算経の数学観を比較して、関孝和がなぜ大成算経の最終編纂に関与しなかったのか、その理由を推察してみたい。

1 関孝和の著作

関孝和の数学を考察する際に一番問題になるのは関孝和の真作を定めることである。『発微算法』は関の生前に出版された唯一の著作であり、関孝和の著作であることは間違いない。『括要算法』は関孝和の遺著を編集して出版されているが、そのもとになって写本が現存し、その筆記年代は、年紀が記されている限りでは『括要算法』の出版年より以前であり、『括要算法』とそれらの写本とはそれほど大きな違いが無い。この点では『括要算法』はもとの原稿にほとんど手を入れていないとみられる。もっとも、写本そのものは後世に再筆写されたものであり、『括要算法』を参考に編纂し直された可能性も考慮しておく必要はある。

ところで、三部抄、七部書のすべてを関孝和の真作とする考え方もありうるが、いずれにしてもこれらの写本に記された年紀は古くても原本ではないので、後世、筆写される際に加筆訂正された可能性を考えておく必要がある。例えば、『解見題之法』は本来原本は存在しなかったか、存

在したとしても後に、おそらくは山路主住によって大きく加筆されたと考えられる¹。『解見題之法』の構成内容が、その題名から逸脱していることからそのことが推測される。特に、「分合第二」に傍書法の説明までが記されているが、見題を解くために必要な手法ではない。むしろ、関流の免許制度の見題免許のためにつけ加えられたと考えられる。「分合第二」に現れる文「図正負与段数而傍書加減相乗者名」と全く同じ文章が『解伏題之法』両式第二に登場することもこの事実を示唆する。

ところで、大変不思議な事実に関孝和の著作とされている数学の稿本では「開方算式」で「関孝和編撰」となっている以外はすべて「関孝和編」と記されていることである。天文暦学関係の関の著作とされる稿本では「関孝和述」「関孝和述著」「関孝和輯著」と記され、著しい違いがある。数学関係の稿本ではなぜ「関孝和編」とされ、「関孝和編述」とされなかったのか。さらにほとんどの稿本が重訂となっており、最初の草稿が残っていないのはなぜか。これらの間に答える直接的な証拠は現在の所、何も見つかっていないが、想像をたくましくすれば、残された草稿は関孝和が直接記したのではなく、弟子達が記したものをもとに関が手を入れたものではなかろうか。関孝和自身は自分の数学をシステムティックな形で自筆の稿本として残さなかったと考える方が、関孝和の手になると思われる草稿が何一つ残されていないことの説明にもなろう。それがまた、建部賢明が

凡倭漢の数学其書最も多しといえども、未だ釈鎖の奥妙を尽くさざる事を嘆き、三士相議して天和三(1683)夏より、賢弘其首領と成りて、各新たに考へ得る所の妙旨悉く著し、就て古今の遺法を尽て、元禄の中年に至て編集す。

と記した理由とも考えられる。建部兄弟は先生の関孝和が自分の数学を何一つ記すことがないことを残念に思い、それを何とかした、さらには関孝和の手法によって既存の数学をも書き直そうと壮大な企画を思い立ったと考えても不思議ではない。

『発微算法』の記述を見れば関孝和が自分の数学をまとめて発表しようとする意欲をほとんど持っていなかったことが推測される。解を得るための最終方程式だけを記した『発微算法』をみて理解できた人は関の弟子たちしかいなかったであろう。なぜ、骨と皮だけの解答集としてしか出版しなかったのか。関孝和は『発微算法』の出版にほとんど意欲を感じていなかったことが推測される。

さて主要な稿本の年紀を記すと次のようになる。

¹「享保丙午歳四月望前書」の年紀が入った写本が存在する。また『解見題之法』で言及されている図形の多くがこの順番で山路主住著『図象誌』に登場する。もちろん、山路が『解見題之法』に基づいて『図象誌』を表したと考えることも可能である。

解見題之法	享保丙午歲四月望前書(東北大学林集書 1354, 岡本写 21 では墨で年紀が消してあるが、享保丙午歲四月望前書と読める)
解隱題之法	貞享乙丑八月戊申日龔書
解伏題之法	天和癸亥重陽日重訂書
開方翻變之法	貞享乙丑仲冬十三日重訂
題術辨議之法	貞享乙丑十二月戊申日
病題明致之方	貞享乙丑癸角日重訂
方陣之法・円攢之法	天和癸亥大暑日重訂
算脱之法・驗符之法	天和癸亥小暑日訂書
求積	年紀なし
毬關變形草	年紀なし
開方算式	年紀なし
拾遺諸約之法	天和癸亥林鐘望日重訂
角法并演段図	天和癸亥八月下弦日重訂

その多くが「重訂」であり、また『解隱題之法』のように「龔書」と記されているものもある。関孝和が自ら記したとすれば「龔書」とわざわざ書くであろうか。おそらくは弟子が浄書したものではあるまいか。

ところで、多くの稿本の年紀が天和3年と貞享2年にかたまっているのは、算法大成の編纂と関係していると考えることが自然のようにも思われる。しかし、これらの稿本が「算法大成」の原稿として書かれたのかについては慎重に検討を要する。例えば『開法翻變之法』は「貞享乙丑仲冬十三日重訂」になっているが早稲田大学小倉文庫には巻頭には関孝和の印が押され、巻末に「貞享乙丑十一月十九日龔書之矣」と記された久留重孫による写本がある²。これは稿本が完成して時を経ずして関の弟子によって書写されたことを意味し、たとえ「算法大成」の原稿であったとしても、弟子たちが書き写して勉学に用いたことは確かである。

その一方で、大成算経の原稿とするには記述が簡略化されている部分が散見される。例えば『開法翻變之法』の「開出商数 第一」の開出商数之法の説明はきわめて簡単であるが『大成算経』卷之三「開方第三」では詳しく述べている。この部分は、実際に算木を動かして説明すれば簡単であるが文章にすると甚だ面倒な部分である。従ってメモ程度に記して算法大成で詳しく記す予定であったかもしれないが、記述が不完全であることは、教授用のメモ、或いは関孝和の弟子が講義の控えとして本来記したのとも考えることもできる。いずれにしても、今日の学術論文とは全く異なることは注意しておく必要がある。

2 関孝和の数学

前節で見たように、今日残された写本に関孝和自身が記した文章がどれほど残されているかはよくわからない。それにもかかわらず、残された写本の多くは何らかの形で関孝和の数学を反映していると考えられる。その特徴をいくつか挙げてみよう。

1. 中国伝統数学からの飛躍。これは既に『発微算法』にも見られる。中国伝統数学の様式をとってはいるが

解日依左術得小円径

²長田 直樹氏のご教示に感謝する。

と記すだけで実際の数値は記されていない。方程式が立った以上、原理的に数値解を求めることができるのでそれでよしとする態度は中国伝統数学から大きく逸脱している。原理的に解を求めることができることで安心する姿勢は現代数学につながる姿勢でもある。

2. 傍書法の創始によって多変数の方程式を書くことができるようにしたが、問題を解くためには変数を消去する必要がある。一般に連立方程式の変数の消去は方程式の形に応じて個別に行った方が速いことが多いが、関孝和は消去の一般論を重視し終結式の理論を完成させた。
3. 方程式論の創設。従来は問題を解くための補助手段であった方程式を数学の研究対象として、方程式の一般論を試みた。座標概念がなかったために不十分な結果に終わったが、数値解の求め方はホーナー以前に一般論を完成させていた。
4. 無限等比級数を初めて考察し、それを円周率の計算、球の体積の近似計算に応用した (Aitken Δ^2 法)。
5. 連立1次合同式の一般的な解法を見出した。
6. ベキ和の公式と関・ベルヌーイ数の導入。

こうして見ると、関孝和は驚くほど一般論に興味を持ち、かつ大きな成果をあげていたことが分かる。これはそれまでの中国と日本の数学者には見られなかった特徴であり、関孝和の数学が現代数学にきわめて近いところに位置していることが分かる。この一般論の重視という点では建部兄弟とは大きく姿勢が異なっている。それは数学者としての優劣であるよりは好みの違いであり、建部兄弟は関孝和の一般論に驚嘆はしてもそこに異質のものを次第に感じるようになっていたように思われる。

3 「大成算経」と関孝和

関孝和の草稿のほとんどが『大成算経』に取り入れられ、さらに草稿で間違っていた箇所は削除、訂正されていることを見ると「大成算経」は関孝和の意図に沿って仕上げられているように思われる。しかし、局所的に見ていると関孝和の意図は理解できなくなる危険性がある。『解伏題之法』や『解隠題之法』で示されている関孝和の数学に関する考え方は、すでに述べたように一般論の構築である。『解隠題之法』、『開法騁變之法』では一変数の方程式の一般論が展開され、『解伏題之法』では連立高次方程式の消去法の一般論が展開されている。方程式が問題解法のための手段と見なされていた伝統数学からの大きな飛躍である。関孝和が建部兄弟に期待したとすれば、こうした一般論に基づく伝統数学の書き換えであったはずである。「算法大成」十二巻がどのような構成であったかが分からないので、はっきりした理由は分からないが、関孝和が「算法大成」の仕上がり具合に不満を持ったことが

孝和も又老年の上、時歳病患に逼られて考検熟視する事能わず

と記された真の理由であると思われる。

一変数の方程式の一般論や消去法の一般論など、個々の一般論をまとめてひとつの大系にするとなると話はさらに複雑になる。関孝和はおそらくそこまでは考えていなかったと思われる³。建部兄弟が一番苦労したのは恐らくこの点であったと思われる。関孝和がそのことに関してどのように

³『諸約之法』ではなく『拾遺諸約之法』のタイトルが気になるころではある。最初から何らかの体系的な構成を関孝和と建部兄弟は持っていて、それに対する「拾遺」であったとすると以下の推測は変更する必要がある。

考えていたかは分からないが、『大成算経』巻之三に『開方翻變之法』の内容が収録され、『解隱題之法』と『解伏題之法』が巻之十七に収録されるような構成は許しがたかったと思われる。『開方翻變之法』は『解隱題之法』と『解伏題之法』の後に来るべき論理構造を持っているからである。しかし、建部賢明から「では先生どのようにまとめられますか？」と質問されても関孝和が簡単に答えられたとも思われない。関孝和は賢明に質問されても「考検熟視する事」を拒否したものである。

ところで、元禄年間、関孝和が中間管理職として多忙な日々を送っていたと推測される記録が最近見出されている。もちろん、関孝和が病弱であり、日々の仕事が負担であり、数学を考える余裕がなかったことは建部賢明が記すところかもしれない。江戸時代は武士の職業は家に属していたこともあり、病気の場合、まわりの同僚が職務の遂行にそれなりの配慮をした例が残されている⁴。しかし、そうであって、関孝和が「算法大成」のできあがりにある程度の満足感を持っていたとすれば、さらに改良するための意見を述べることは可能であったはずである。しかし実際は関孝和は「算法大成」からは距離を置いていたことが上の文章からは読み取ることができる。

関孝和の数学上の業績の多くが一般論の構築であることを見れば、関は「算法大成」では体系的に数学を述べるべきであるとの考えを持っていたと推測される。しかし、自分の業績を積極的に文書として残そうとしなかったように見えることを考えると、関孝和自身はそうした事業にはそれほど意欲を持っていなかったことも推測される。それが

凡倭漢の数学其書最も多しといえども、未だ釈鎖の奥妙を尽くさざる事を嘆き、三士相議して天和三(1683)夏より、賢弘其首領と成りて、各新たに考へ得る所の妙旨悉く著し、就て古今の遺法を尽て、元禄の中年に至て編集す。

に現れている。関孝和が積極的であったならば、「賢弘其首領と成」ることはありえなかったはずである。

いずれにしても建部賢明によって完成された『大成算経』は関孝和の意図とは大きく外れた構成となったことは間違いない。一方、建部賢明の方から見れば多方面に展開した関孝和の一般論をひとつのまとまった著作に取り入れるとするには、離れ業が必要であった。「変技」や「三要」が導入されたのは賢明のこうした苦勞の結果であったと推測される。しかし、そのためには関孝和の数学の論理的な展開を犠牲にする必要があった。

email: ueno@math.kyoto-u.ac.jp

⁴かつて読んだ、尾張藩の例を記した書籍をどうしても書架に見出すことができず、記憶でしか記すことができないのは残念である。