

参 考 文 献

- 1) 木村資生 Nature 217, 624 (1968)
- 2) J. L. King and T. H. Jukes Science 164, 788 (1969)
中立説に関する最近の議論は
Proceeding of Sirth Ber Keley Symposium on Mathematical Statistics and Probability Vol. 5 にくわしい。
- 3) R. E. Dickerson J. nol. Evol. Vol. 1, 26-45 (1971)
- 4) M. O. Dayhoff Atlas of Protein Sequence and Structure Vol. 5 Silver Spring, Md., National Biomedical Research Foundation, 1972
- 5) 野口玉治 東京経済大学, 人文自然科学論集第 34 号 (1973)
物性研究 「分子進化」研究会報告
- 6) E. Zuckerkandl and L. Panling Evolving Genes and Proteins (edited by V. Bryson and H. J. Vogel), New York, Academic Press 1965, 97-166

環境のゆらぎが遺伝子頻度に及ぼす影響

九大理, 生物・数理生物 高 畑 尚 之
石 井 一 成

近年, 集団遺伝学に於いて, M. Kimura, T. Ohta らによって, 遺伝子頻度の拡散モデルによる理論的解析は確立された感がある。特にコルモゴロフの Backward eq. から導かれる固定確率やそれまでの平均待ち時間は「進化」を考える上でも重要な役割を演じているし, 興味深い量である。^{1) 2)}

その理論の中で遺伝子頻度にランダムな変移を起因せしめる factor として, 主に次の 2 つが考慮される。1 つは, 特に有限集団に於いて決定的であるが, 無作為交配 (Random Mating) を反映する Random Sampling という影響であり, 今 1 つは環境 (遺伝子を取りまく様々な外的作用) の揺動によるものである。³⁾

後者は Selection Intensity, S を確率変数ならしめる。

さて我々の最初の問題意識は次の主張に始まる T. Ohta の論文⁴⁾であった。「固定

確率に於いて、 S の分散が、その期待値に比して十分大きい時には、不利な遺伝子ですら Neutral (中立) な遺伝子の如くふるまう。」

以下は簡単な場合の結果であるが、拡散モデルの再検討を強いた意味で意義あると思われる。

モデルと仮定

- (a) 集団の大きさ N は Sampling による Random な影響を無視できる程大きく、
- (b) $S(t)$ は Gaussian Random Process に従うとし、
- (c) 遺伝子頻度 $X(t)$ は、次の Langevin eq. に従うとした。

$$dX(t) = X(t)(1-X(t))dS(t) \quad (1)$$

以下は、(1) の type の一般形、

$$dX(t) = f(X(t))dS(t) \quad (2)$$

から導かれる Fokker-Plank eq. を考える。

$u(X, t)$ を与えられた初期条件 $u(X, 0) = \delta(X - X_0)$ の下での $X(t)$ の遷移確率密度とすると、

$$u_t(X, t) = -\{(\bar{S} + V_S f_x)fu\}_x + \{V_S f^2 u\}_{xx} \quad (3)$$

で、 $\bar{S}$ は S の期待値、 $2V_S$ は分散を示す。Kimura 理論との相違点は、drift 項の第 2 項が付加されねばならない点にある。

$f(X) = X(1-X)$ の時は (3) 式は両境界 $X=0, 1$ で特異的で、いわゆる Singular Differential eq.⁶⁾ として扱わねばならない。完全な意味での遺伝子の固定 or 消滅は起こらない。境界条件として、 $X = \frac{1}{N}$, $1 - \frac{1}{N}$ に吸収壁があるとした。これは集団が haploid から成る場合に対応したものと考えてよい。

$$\text{flux. } J = -\{V_S f^2 u\}_x + (\bar{S} + V_S f_x)fu \quad (4)$$

によって得られる固定確率 P 、平均待ち時間 T は次の通りである。

$$P = \frac{\sinh \frac{C \xi_0}{2}}{\sinh \frac{C}{2}} e^{\frac{\xi}{2}(1-\xi_0)} \cong \xi_0 \left(1 + \frac{1-\xi_0}{2} C + \dots \right) \quad (5)$$

$$T = \frac{L^2}{C V_s} \left(\coth \frac{C}{2} - \xi_0 \coth \frac{C \xi_0}{2} \right) \cong \frac{L^2}{6 V_s} (1 - \xi_0^2) \left(1 - \frac{1 + \xi_0^2}{60} C^2 + \dots \right) \quad (6)$$

ただし,

$$L = 2 \ln(N-1), \quad C = \frac{\bar{S} L}{V_s}, \quad \xi_0 = \frac{1}{2} + \frac{\ln\left(\frac{1-X_0}{X_0}\right)}{2 \ln(N-1)} \quad (7)$$

X_0 は初期頻度

neutral の場合 ($\bar{S} = 0$)

$$P = \xi_0 \quad (8)$$

$$T = \frac{L^2}{6 V_s} (1 - \xi_0^2) \quad (9)$$

(6), (7) と (8), (9) を比較すると, $C = \left| \frac{\bar{S} L}{V_s} \right| \ll 1$ のとき, 中立な結果と一致することが判る。これは, T.Ohta らの条件 $\left| \frac{\bar{S}}{V_s} \right| \ll 1$ と異なるし, 又, 中立な場合, X_0 を N に無関係な $(0, 1)$ の任意の値を与えると, $P \rightarrow \frac{1}{2}$ ($N \rightarrow \infty$, X_0 ; fix) となる。

残された問題として, 現実の Process との比較検討, Langevin eq. (1), 境界条件の取り方等がある。又, Sampling の効果が無視できない有限集団に於いて付加されるべき drift 項がどのような結果を引き起こしたかについては, まもなく報告されるはずである。

参 考 文 献

- 1) Genetics 39 280 May 1954
- 2) Genetics 47 713-719 June 1962
- 3) Crow & Kimura An introduction to population genetics theory (1970).
Chapter 8
- 4) Genet. Res. Camb, 1972 19 p. 33-38
- 5) 伊藤 清, 確率論 第7章マルコフ過程
- 6) W. Feller, Proceeding of Second Berkley Symposium on Mathematical Statics and
Probability