

二成分混合流体の対流運動

広島大・理 八幡英雄

二枚の水平平行板間に閉じ込められた二成分混合流体に鉛直方向の温度勾配を加えたとき発生する対流 (Rayleigh-Bénard 対流) を考える.^{1),2)} いま二成分のうち分子量の大きい成分を 1 とする。また流体層の厚さを d 、動粘性率を ν として、以下現れる物理量は長さを d 、時間を d^2/ν によって無次元化してあるものとする。この系の対流を記述する場合の変数は、速度 $\mathbf{u}=(u_x, u_y, u_z)$ 、温度 θ 、成分 1 の濃度 ξ_1 、圧力 δp である。以下では境界条件の設定の便宜上変数 ξ_1 の代りに変数 $\eta = \xi_1 + \theta$ を用いる (ここで $\nabla \eta$ は成分 1 の濃度の流束に比例しているので、この変数を用いると境界で流束=0 の条件を容易に課することができる)。また直交座標系 (x, y, z) をとり z 軸を鉛直上向きにとる。対流を支配する (無次元化された) 運動方程式は Boussinesq 近似の範囲で

$$\partial_t u_i - \Delta u_i - \frac{1}{\sigma} \{ (1+S)\theta - S\eta \} \delta_{i,z} + \partial_i \left(\frac{\delta p}{\rho} \right) = -u_j \partial_j u_i, \quad (i = x, y, z) \quad (1)$$

$$\partial_t \theta - \frac{1}{\sigma} \Delta \theta - R u_z = -u_j \partial_j \theta \quad (2)$$

$$\partial_t \eta - \frac{1}{\sigma} \Delta \theta - \frac{L}{\sigma} \Delta \eta = -u_j \partial_j \eta \quad (3)$$

$$\partial_j u_j = 0 \quad (4)$$

となり、体系は 4 個の無次元パラメータによって制御される。ただし、 R は Rayleigh 数、 σ は Prandtl 数、 L は Lewis 数、 S は分離比である。また、 ρ は平均密度、 $\delta_{i,j}$ は Kronecker のデルタである。

これらの 4 個のパラメータを適当に選ぶと、次のような現象が起こることが実験で観測されている。^{3)~9)}

- (i) 対流のない熱伝導・濃度拡散の支配する状態 (convection-free state) から R を上昇することにより対流を発生させるとき、対流は亜臨界ホップ (subcritical or backward Hopf) 分岐によって振幅が増大する振動流として現れる。
- (ii) 対流状態において対流ロール細胞がロール軸の垂直方向に drift 運動する状態が存在し、travelling wave (TW) state とよばれる。
- (iii) 上記 TW 状態において、対流が容器全体にわたって存在する通常予想される状

態の他に、 R の値によっては対流が容器の一部のみに存在する状態 localized travelling wave(LTW) state が観測されている。

ここで、(i) の対流が時間振動流として発生するのは、次の条件が満たされることによる。convection-free state での温度および成分濃度の linear profile をもった定常分布において (a) 全密度が系のより上層部でより密、(b) より密度の大きな成分の濃度が系の下層部でより大となる。さらに、(c) 温度の緩和が密度の緩和に比べてはるかに速く起こる。このうち、(c) は通常の流体で満たされているが (拡散係数/温度伝導率 $\sim 10^{-2}$)、(a), (b) は分離比が $-1 < S < 0$ の場合に満たされる。したがって実験はこの条件のもとで行なわれている。(iii) の LTW では一つの体系内に熱伝導状態と対流状態が共存している。これは遷移が backward であることから基本的には理解されるが、二つの状態の境界面の位置が空間的に固定して存続することを説明するために、いくつかの理論的試みが提出されている。^{10)~12)}

研究会においては、直方体中の二成分混合流体に現れる LTW に対する数値 simulation の一結果を、ビデオを用いて報告した。ロール軸方向 (y 軸) に対流の空間構造は一様として、体系の運動をロール軸に垂直な x 軸方向と z 軸で張られた (x, z) 平面内の 2 次元運動として扱う。境界条件は u については滑りなし、 θ は水平壁で等温的、鉛直壁で断熱的、濃度の流束 $\nabla \eta$ は非透過的とする。実際の計算においては (1) ~ (4) を MAC(marker-and-cell) 法¹³⁾によって離散化して得た差分方程式を時間について陽解法、圧力方程式について SOR 法によって積分し、その時間-空間発展を追跡した。容器の aspect ratio は $\Gamma_x = 12$ とし、2 次元領域 $\{(x, z) \mid 0 < x < 12, 0 < z < 1\}$ を x 軸方向に 192, z 軸方向に 16 の一様な mesh に分割した。また、初期条件としては小さな振幅をもった周期的ロールを仮定した。Rayleigh 数を $r = R/R_c$ ($R_c = 1708$) によって表す。初めに r を振動型不安定発生点よりも大きな値に設定して、振動対流を成長させる。Fig.1, 2 にこの時の対流の温度場 $\theta(x, z)$ の時間発展を示す。各長方形内の図形は各時刻における温度場 θ の等高線を (x, z) 平面上の容器を表す長方形領域内に描いたもので、実線・点線はそれぞれ θ の正負に対応している。各ブロック間の時間間隔は Fig.1, 2 でそれぞれ $0.5d^2/\nu$, $10d^2/\nu$ である。Fig.1 は $r = 1.20$ で運動を追うとき、線形成長に非線形性が効き始めてロール細胞に defect が発生し、この点からロール・パターンが両反対側に伝搬していく過渡状態を示す。これは、counter-propagating wave(CPW) と呼ばれ、実験的にも観測されて

いる。⁵⁾ また defect-induced turbulence として、TDGL 型方程式の simulation でも見出されている。¹⁴⁾ さらに時間が進むと成長は飽和し、defect の一方の側の対流細胞は減衰し片側だけに対流細胞の drift 波の伝搬が存続するようになる (LTW)。この drift の速度は r が大きくなる程遅くなりある r で静止して通常の定常ロール状態になる。Fig.2 は r を $r = 1.16$ に下げて drift 速度を大きくした状態での LTW の伝搬を示す。なお x 軸方向に周期的境界条件を課した系 (現実の対応でいえば annular cell) での simulation が Lücke らによって行なわれている。¹⁵⁾

参考文献

- 1) D.T.J. Hurle and E. Jakeman, J. Fluid Mech. 47(1971), 667.
- 2) D. Gutkiewicz-Krusin, M.A. Collins and J. Ross, Phys. Fluids 22(1979), 1443,1451.
- 3) R.W. Walden, P. Kolodner, A. Passner and C.M. Surko, Phys. Rev. Lett. 55(1985), 496.
- 4) E. Moses, V. Steinberg, Phys. Rev. A34(1986),693.
- 5) E. Moses, J. Fineberg and V. Steinberg, Phys. Rev. A35(1987), 2757.
- 6) R. Heinrichs, G. Ahlers and D.S. Cannell, Phys. Rev. A35(1987), 2761.
- 7) P. Kolodner, D. Bensimon and C.M. Surko, Phys. Rev. Lett. 60(1988), 1723.
- 8) T. Katoh and Y. Sawada, J. Phys. Soc. Japan 58(1989),3879.
- 9) J.J. Niemela, G. Ahlers and D.S. Cannell, Phys. Rev. Lett. 64(1990), 1365.
- 10) O. Thual and S. Fauve, J. de Phys. 49(1988), 1829.
- 11) D. Bensimon, B.I. Shraiman and V. Croquette, Phys. Rev. A38(1988), 5461.
- 12) M.C. Cross, Phys. Rev. Lett. 57(1986), 2935.
- 13) R. Peyret and T.D. Taylor, *Computational Methods for Fluid Flow*, (Springer, 1983)
日本機械学会編, 流れの数値シミュレーション, (コロナ社, 1988)
- 14) P. Couillet, C. Elphick, L. Gil and J. Lega, Phys. Rev. Lett. 59(1987),884.
- 15) W. Barten, M. Lücke, and M. Kamps, preprint.

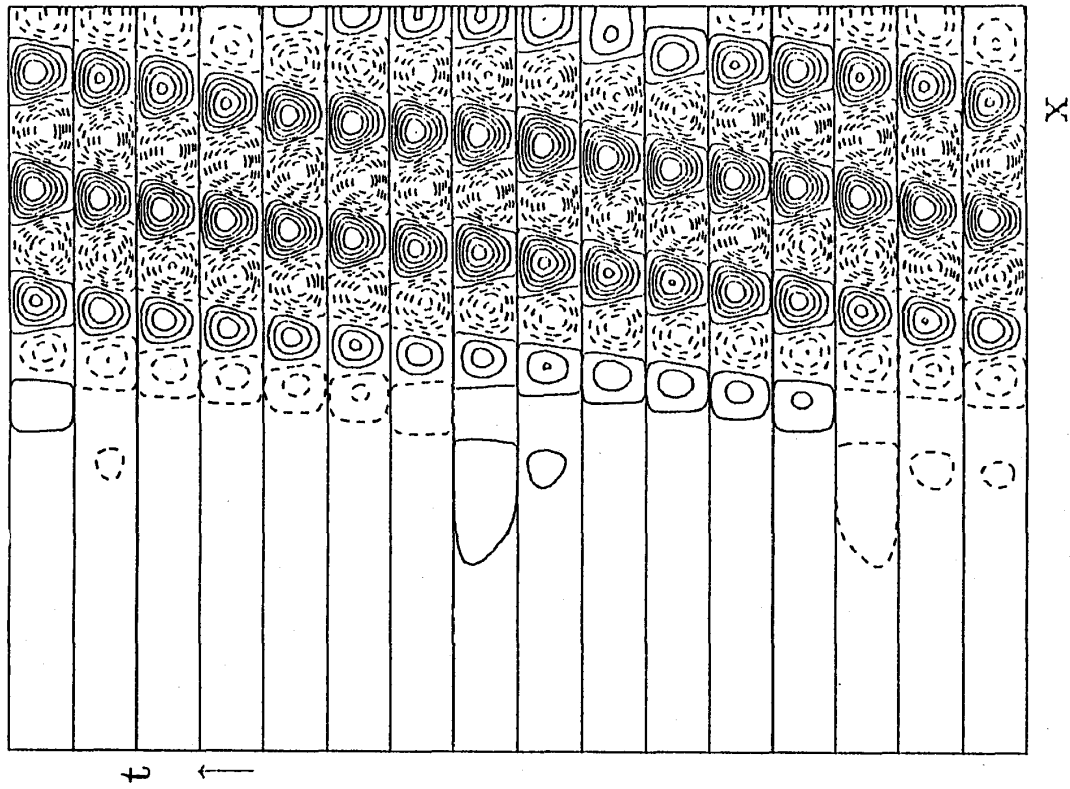


Fig.1

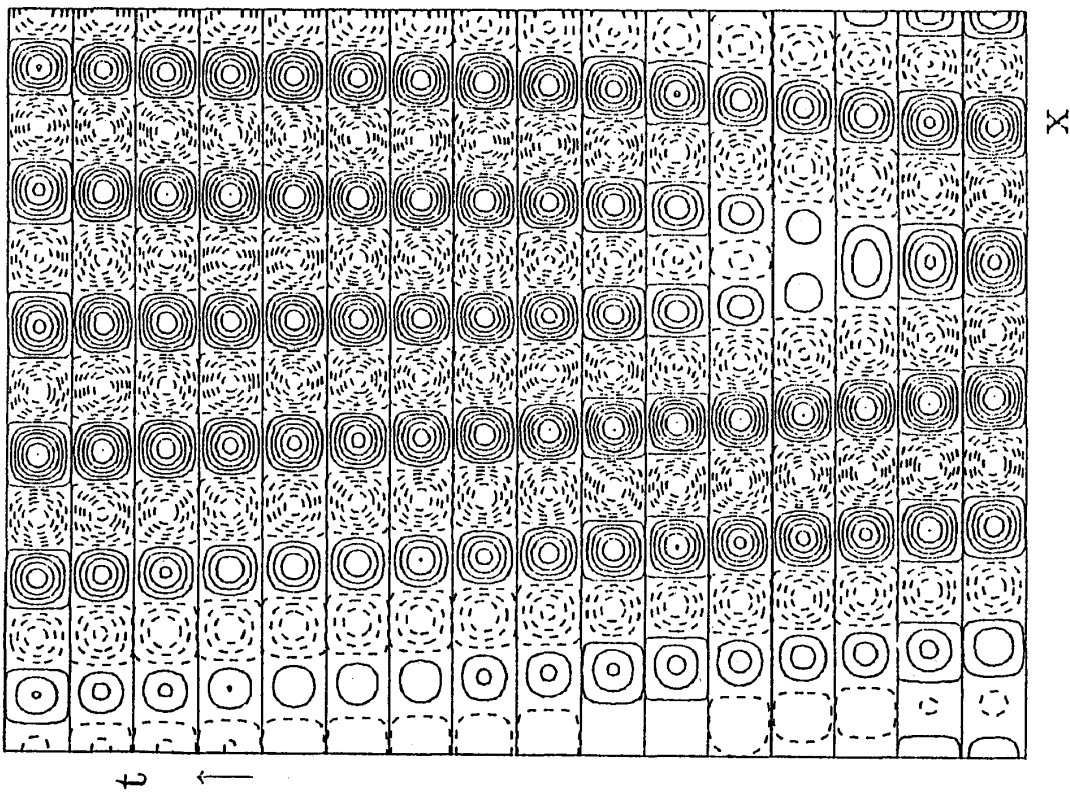


Fig.2