

準一次元系における液晶対流の時空構造

福井大 工 小川淳司、木村智幸、原田義文

1. はじめに

液晶の電気流体力学的対流現象 (EHC) は非平衡開放系のパターンダイナミクスの研究における典型的な例として知られ、様々な角度からの研究が可能である [1,2]。本研究は、実験で観測されている準一次元系における振動対流 [3] に焦点をあて、モデル方程式による計算機シミュレーションを行なった。

直線状ロールのロール軸方向のアスペクト比がロール軸に垂直な方向のアスペクト比に比べて充分小さい、いわゆる準一次元系においては、2種類のコヒーレントな振動対流状態が実験的に観測されている [3]。臨界電圧直上で定常な straight roll パターンが形成されるが、更に高い電圧値以上で、定常対流パターンは不安定となり、対流ロール軸が左右に傾き振動する。この第2の不安定状態としての振動対流状態が OS1 と呼ばれるものである。もう一つのタイプの振動対流は、phase slip oscillation (OS2) と呼ばれるものでさらに高い電圧値で起こるものである。本研究の目的はモデル方程式の計算機シミュレーションにより、上記の様な準一次元系におけるダイナミクスを明らかにすることである。

2. モデル方程式

モデル化の方法は、縮約の方法に応じて種々考えられるが、振動対流が時間依存をもつ非緩和的運動であることから、そのような非緩和的運動を内在したものでなければならない。このような非緩和的運動をひきおこすものとして典型的なものは、レーリーベナール対流で良く知られた非局所的効果としての平均流の効果である。二次元的に広がった系における EHC は直線状対流ロールが不安定化すると弱いディフェクト乱流にいたる。この状態においては、平均流効果によるディフェクトの自発的な生成消滅が起きている。このような弱い乱流状態を記述するいくつかのモデル方程式が考案されており、たとえば、ドリフト項を含んだ異方的 Swift-Hohenberg モデル [4,5]、簡略化された振幅方程式 [6] 等がある。ここでは、佐々によって提出された前者のモデル [5] を用いて準一次元系における時空構造がいかなるものであるか、計算機シミュレーションによって調べる。

扱うモデル方程式は以下の通りである [5]。

$$\partial_t W + (\vec{U} \cdot \nabla) W = RW - |W|^2 W + \hat{D}W, \quad (1)$$

$$\hat{D} \equiv -(1 + \Delta)^2 - \eta_1 \partial_y^4 - 2\eta_2 \partial_x^2 \partial_y^2, \quad (2)$$

$$\vec{U} = (\partial_y \psi, -\partial_x \psi), \quad (3)$$

$$-\Delta\psi = h\hat{z}(\vec{\nabla}W^* \times \vec{\nabla}\Delta W + c.c.). \quad (4)$$

ここで $\Delta \equiv \partial_x^2 + \partial_y^2$, であり、 $\hat{z}$ は鉛直方向単位ベクトルを表す。 $W(x, y)$ は複素変数で $Re(W)$ が鉛直方向速度場に相当する。 $\vec{U}(x, y)$ はロールのひずみによって引き起こされるドリフト場、 $\psi(x, y)$ は渦度 ζ と $\zeta = -\Delta\psi$ の関係がある流れ関数である。コントロールパラメタは R で液晶対流では基板間の交流電圧の大きさに相当し、 η_1, η_2 は各々異方性パラメタである。 η_1 は対流ロールが y 軸に平衡になろうとする効果を表わし、 η_2 は交流電圧の周波数パラメタに相当する。 h の符号は液晶対流の場合負である。

3. 計算機シミュレーション

上記のようなモデル方程式を用いて、境界に沿って以下の現実的境界条件

$$W = (\vec{n} \cdot \vec{\nabla})W = \psi = 0 \quad (5)$$

及び周期境界条件を用いて、シミュレーションを行なった。ここで、 $\vec{n}$ は境界に垂直な単位ベクトルである。パラメタの値は、 $\eta_1 = 0.6, \eta_2 = 0.3$ 及び $h = -1.0$ ととった。空間的に広がった二次元系では、 $R_c = -\eta_2/h$ で straight roll は不安定化しディフェクト乱流状態へと遷移する [5]。

計算では中心差分を用い空間格子は、正方格子とし、 $\Delta x = \Delta y = 1.0$ とした。時間発展には前進差分を用い、時間ステップは $\Delta t = 0.02$ とした。 ψ のポアソン方程式の計算には SOR 法を用いた。

ここでは典型的な場合として2種類の得られた時空構造について述べる。それぞれ、式 (5) の境界条件を用いた場合 (Case A)、及び $y = 0, L_y$ において式 (5) の境界条件を用い、 $x = 0, L_x$ において周期境界条件を用いた場合 (Case B) の時空構造である。いずれの場合も、コントロールパラメタの値は $R = 2.0$ とした。

- 1) Case A : 時空構造の変化の様子を図1に示す。図は 20000 計算ステップごとの $Re(W) = 0$ の等高線を描いたものである。対流ロールがセル中央付近からそれぞれ相反方向に伝搬していくのがわかる。 $y = L_y/2$ における $Re(W(x)) = 0$ の時間発展をみるとさらに良く分かる。
- 2) Case B : Case A と同様、 $Re(W) = 0$ の等高線の時空変化の様子を図2に示す。始め進行波は全体としてコヒーレントな構造を保ちながら右方向へ進行するがやがてディフェクトが発生し空間的な乱れを生じた後、反対方向すなわち左方向へコヒーレントな構造が伝搬するようになり、以後この過程を繰り返す。

以上が本シミュレーションで得られた準一次元系における、典型的な時空パターンの変化の様子であるが、実験で観測されている OS1、OS2 に相当するような振動対流は今までのところ見い出されていない。

Simulation(1)

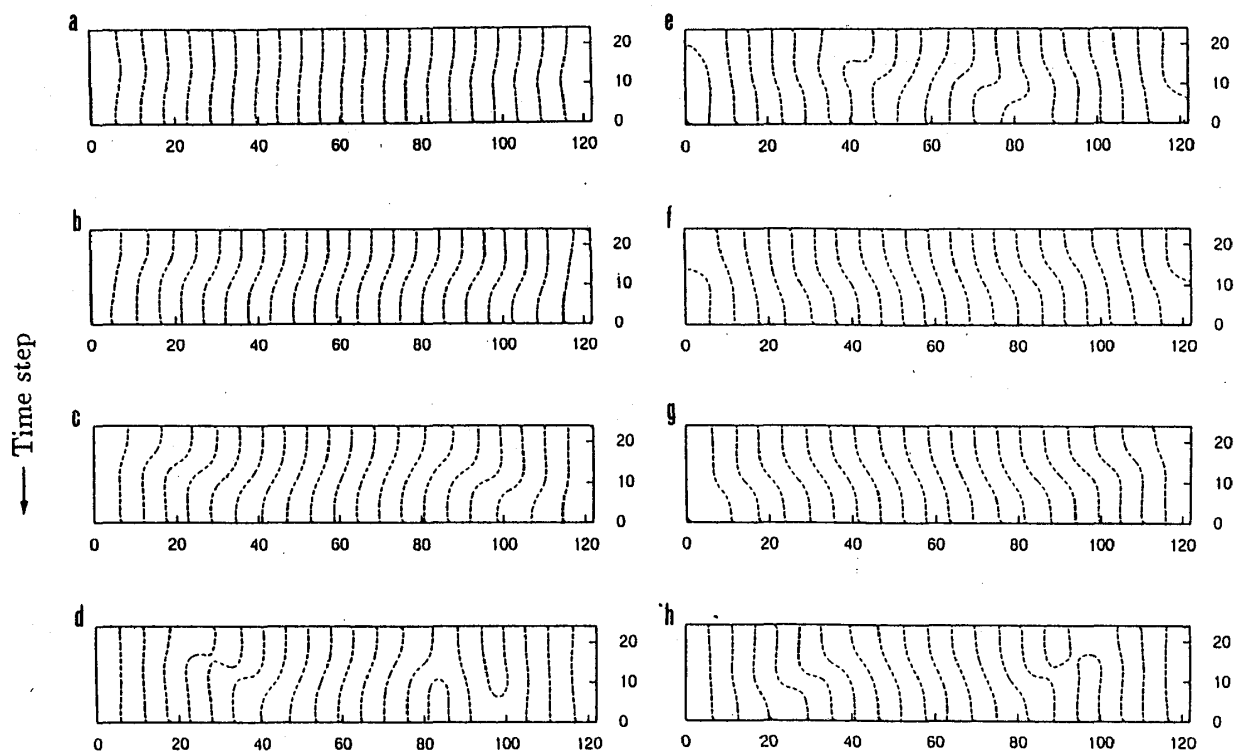


図1. Case1 における時空パターンの時間変化 ($a \rightarrow h$). 破線は W の実数部が零の等高線を表す.

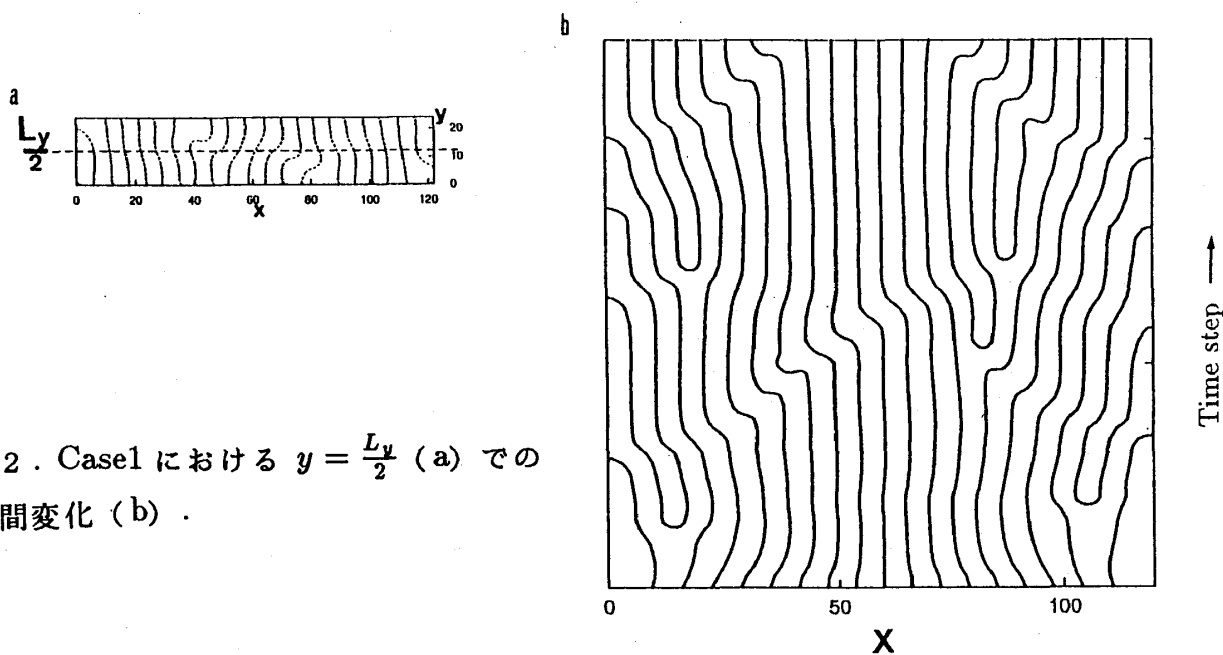
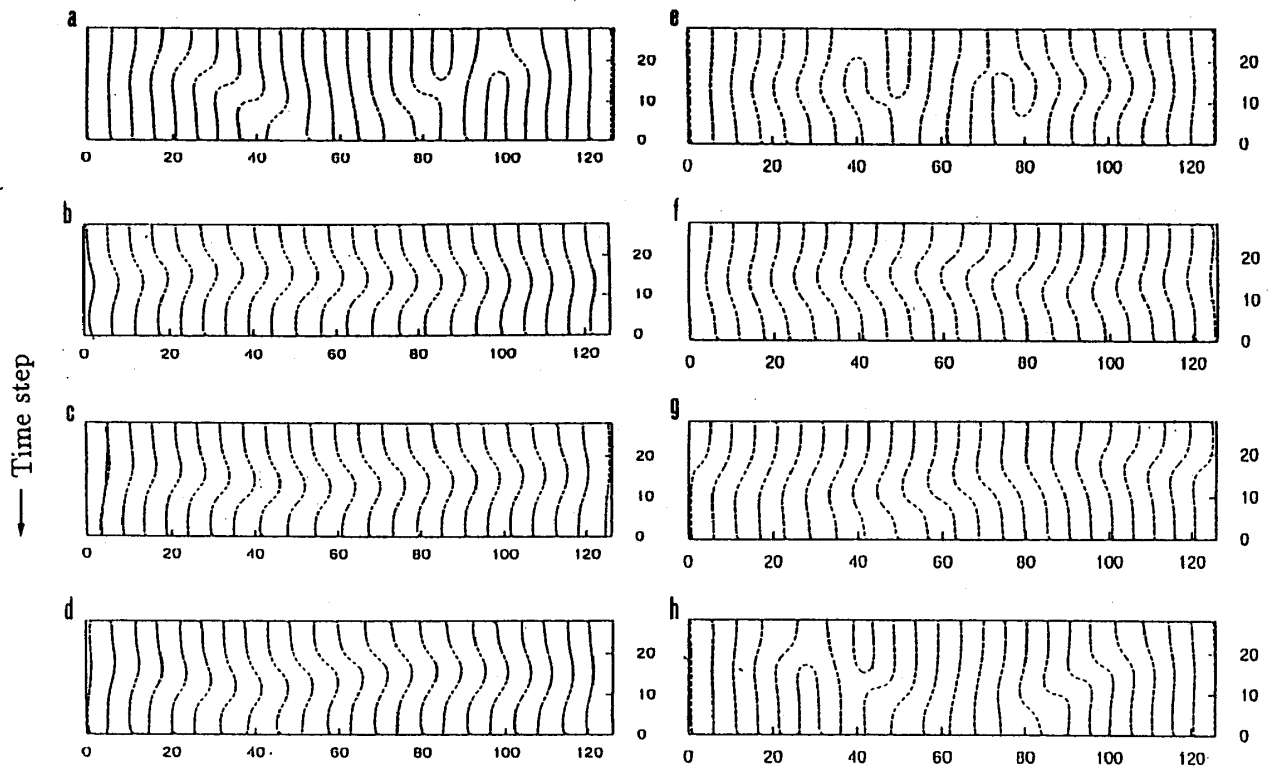


図2. Case1 における $y = \frac{L_y}{2}$ (a) での時間変化 (b).

Simulation(2)

図 3 . Case2 における時空パターンの時間変化 ($a \rightarrow h$).

4. まとめ

異方的 Swift-Hohenberg 方程式を用いて、準一次元系における液晶対流の時空構造を計算機シミュレーションにより調べた。実験で観測されているような振動対流 (OS1, OS2) に相当する振動対流状態は見い出されなかったが、主に以下の点を見い出した。

- 1) Realistic B.C. の場合、中央付近から生成された進行波が相反方向に伝搬する状態、すなわち Counter Propagating Wave (CPW) 状態が見い出された。これは、二成分流体のベナール対流において分離比が負の弱非線形領域で観測されている CPW[7] と類似している。
- 2) Realistic B.C. - Periodic B.C. 混在型の場合、進行方向が交互に変動する進行波が得られた。進行方向の反転の際には、ディフェクトの形成が見られる。広い意味での振動対流であり、進行方向の反転時には弱い乱流状態となっている。

参考文献

- [1] M.C.Cross, and P.C.Hohenberg, Rev. Mod. Phys. **65** (1993) 851.
- [2] W.Zimmermann, Mat. Res. Soc. Bull. **16** (1991) 46.
- [3] Y.Tsuchiya, M.Kudo and C.Y.Yang, J. Phys. Soc. Jpn. **57** (1988) 691.
- [4] J.Swift, and P.C.Hohenberg, Phys. Rev. **A15** (1977) 319.
- [5] S.Sasa, Prog. Theor. Phys. **83** (1990) 824.
- [6] H.Sakaguchi, Prog. Theor. Phys. **92** (1994) 509.
- [7] E.Moses, J.Fineberg, and V.Steinberg, Phys. Rev. **A35** (1987) 2575.