

超函数の台と特異台

(佐藤予想と層 $C_{N|X}$)

上智大 理工 森本光生

§1 で, 余法球束 $S^*_N X$ を定義する. §2 で, $S^*_N X$ 上に層 $\tilde{C} = C_{N|X}$ を定義する. §3 で, 層 $\tilde{C}$ のセクションは, $S^*_N X$ の "複素変数" に関して一意連続性をもつという予想を述べる. そして, この予想より, 超函数の台と特異台に関する佐藤予想がみらびかれることを示す. 今までに知られている超函数の台と特異台の相互依存性は, 佐藤予想により説明されることになる.

§1 余法球束 (conormal spherical bundles)

$$\begin{array}{ccc} X & \longleftrightarrow & M \\ \uparrow & & \uparrow \\ Y & \longleftrightarrow & N \end{array} \quad (1)$$

上図のように実解析的多様体が4つ与えられているとしよう. (M, Y は X の部分多様体, N は M と Y の部分多様体.) 標準的単射に双対な写像は, 次のように N 上の余接ベクトル

束 (cotangent vector bundles) の間の完全列をいふは =
あ:

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & & 0 & & 0 & & \\
 & \searrow & \downarrow & & \downarrow & & \\
 & T_N^* X & T_Y^* X|_N & & T_N^* M & & \\
 & & \downarrow & & \downarrow & & \\
 0 \rightarrow T_M^* X|_N & \rightarrow & T^* X|_N & \rightarrow & T^* M|_N & \rightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & \searrow & \downarrow & & (2) \\
 0 \rightarrow T_N^* Y & \rightarrow & T^* Y|_N & \rightarrow & T^* N & \rightarrow & 0 \\
 & & \downarrow & & \downarrow & \searrow & \\
 & & 0 & & 0 & & 0
 \end{array}$$

==2^o $T_N^* M$ は

$$T_N^* M = \text{Ker} (T^* M|_N \rightarrow T^* N)$$

で定義される N 上のベクトル束で, N 上の (M に関する) 余法ベクトル束 (conormal vector bundle) と呼ぶ. $T_Y^* X$, $T_N^* X$, $T_M^* X$ も同様の意味をもつ. また, $|_N$ は N 上への制限を表わす.

図式 (2) の可換性より, 次の可換図式 (3) が定義できる. (3) の各行, 各列は完全である:

$$\begin{array}{ccccccc}
& 0 & & 0 & & & \\
& \downarrow & & \downarrow & & & \\
0 \rightarrow & T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N & \rightarrow & T_Y^* X|_N & \xrightarrow{p} & T_N^* M & \rightarrow 0 \\
& \downarrow & & \downarrow & & \parallel & \\
0 \rightarrow & T_M^* X|_N & \rightarrow & T_N^* X & \xrightarrow{p} & T_N^* M & \rightarrow 0 \\
& \downarrow & & \downarrow & & & \\
& T_N^* Y & = & T_N^* Y & & & (3) \\
& \downarrow & & \downarrow & & & \\
& 0 & & 0 & & &
\end{array}$$

$S_N^* M = (T_N^* M - N) / \mathbb{R}^+$ など、対応する球束 (sphere bundle) を表わす. $S_N^* M \in N$ 上の (M に属する) 余法球束 (conormal sphere bundle) とよぶ. 上の完全列 (3) より, 次の球束の間の関係 (4), (5), (6) が得る.

$$\begin{array}{ccc}
S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N & \hookrightarrow & S_Y^* X|_N \\
\downarrow & & \downarrow \\
S_M^* X|_N & \hookrightarrow & S_N^* X
\end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{ccc}
S_Y^* X|_N \setminus (S_Y^* X|_N \cap S_M^* X|_N) & \xrightarrow{p} & S_N^* M \text{ (proj)} \\
\downarrow & & \parallel \\
S_N^* X \setminus S_M^* X|_N & \xrightarrow{p} & S_N^* M \text{ (proj)}
\end{array} \quad (5)$$

$$\begin{array}{ccc}
S_M^* X|_N \setminus (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) & \xrightarrow{g} & S_N^* Y \text{ (proj)} \\
\downarrow & & \parallel \\
S_N^* X \setminus S_Y^* X|_N & \xrightarrow{g} & S_N^* Y \text{ (proj)}
\end{array} \quad (6)$$

仮定 以後, X は M の複素化, Y は N の複素化, Y は X の複素部分多様体であると仮定する. $\pm \alpha$ とし,

$$\begin{aligned}
T^* X|_M &\cong T^* M \oplus \sqrt{-1} T^* M, \\
T^* Y|_N &\cong T^* N \oplus \sqrt{-1} T^* N.
\end{aligned} \quad (7)$$

したがって

$$\begin{aligned}
T_M^* X &\cong \sqrt{-1} T^* M, \\
T_N^* Y &\cong \sqrt{-1} T^* N, \\
T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N &\cong \sqrt{-1} T_N^* M
\end{aligned} \quad (8)$$

なる同型が存在する.

± α ,

$$\begin{aligned}
\text{id} : T^* M &\xrightarrow{m} T^* X|_M \longrightarrow T^* M \\
\text{id} : T^* N &\xrightarrow{m} T^* Y|_N \longrightarrow T^* N
\end{aligned} \quad (9)$$

と id (恒等写像) に分解する写像 m が存在するから,

$$\begin{aligned}
\text{id} : T_N^* M &\xrightarrow{m} T_N^* X \longrightarrow T_N^* M \\
\text{id} : T_N^* M &\xrightarrow{m} T_Y^* X|_N \longrightarrow T_N^* M
\end{aligned} \quad (10)$$

なる写像 m が誘導される. 故に図式 (3) の各行は split である:

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 \longrightarrow & T_M^* X|_N \cap T_Y^* X|_N & \longrightarrow & T_Y^* X|_N & \xrightarrow[p]{m} & T_N^* M & \longrightarrow 0 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \parallel & (11) \\
 0 \longrightarrow & T_M^* X|_N & \longrightarrow & T_N^* X & \xrightarrow[p]{m} & T_N^* M & \longrightarrow 0
 \end{array}$$

また、次の球束の間の写像も定義できる:

$$\begin{array}{ccc}
 S_Y^* X|_N & \xleftarrow{m} & S_N^* M \\
 \downarrow & & \parallel \\
 S_N^* X & \xleftarrow{m} & S_N^* M
 \end{array} \quad (12)$$

(以下で、写像 m により $S_N^* M \in S_Y^* X|_N$ の部分集合とみることができる.)

$$\begin{array}{ccc}
 S_Y^* X|_N \setminus m(S_N^* M) & \xrightarrow{n} & S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N \text{ (proj)} \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 S_N^* X \setminus m(S_N^* M) & \xrightarrow{n} & S_M^* X|_N \text{ (proj)}
 \end{array} \quad (13)$$

注意 (8) の同型より, spherical bundles について次の同型を得る:

$$\begin{aligned}
 S_M^* X &\cong \sqrt{-1} S^* M \\
 S_N^* Y &\cong \sqrt{-1} S^* N
 \end{aligned} \quad (8')$$

$$S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N \cong \sqrt{-1} S_N^* M$$

(6) の各行の写像は、次のように簡単に表わされる:

$$\sqrt{-1} S^* M, \sqrt{-1} S_N^* M \xrightarrow{\cong} \sqrt{-1} S^* N.$$

注意 余接ベクトル束 $T^* M$ etc. のかわりに、接ベクトル

Ⅳ 束 TM と考えると、法ベクトル束 $T_N M$ が

$$T_N M = \text{Coker}(TN \rightarrow TM)$$

で定義される。 $T_N M$ と $T_N^* M$ は互に双対的である。 $T_N M$ に対応する球束を $S_N M$ と書くことにする。余法球束の間の関係に双対な関係が、法球束に対しては成立する。

例 1 $M = \mathbb{R}, \quad N = (0)$

$$X = \mathbb{C}, \quad Y = (0).$$

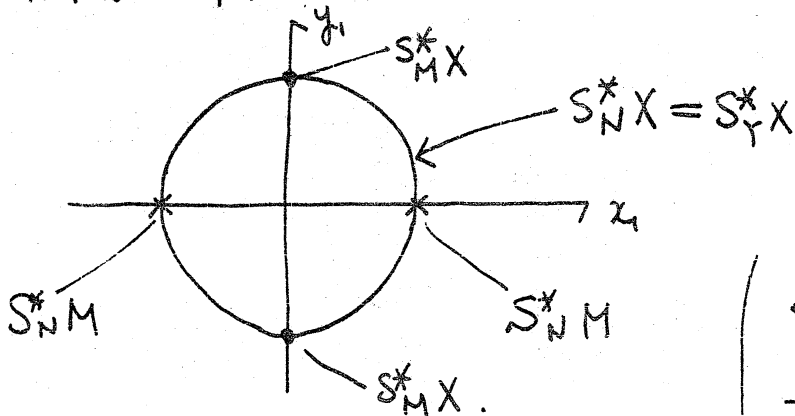
$$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

$$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1); x_1 = 0, y_1 = \pm 1\}$$

$$\times S_N^* M|_0 = \{x_1; x_1 = \pm 1\} \cong_m \{(x_1, y_1); y_1 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\Delta S_N^* Y|_0 = \phi.$$



$$\left(\begin{array}{c} \xleftarrow{p} \xrightarrow{\quad} \\ \xrightarrow{m} \xleftarrow{\quad} \\ \cong \mathbb{R}^1 \end{array} \right)$$

例2 $M = \mathbb{R}^2$, $N = \mathbb{R} = \{(x_1, x_2); x_1 = 0\}$

$X = \mathbb{C}^2$, $Y = \mathbb{C} = \{(z_1, z_2); z_1 = 0\}$

$N \ni 0 = (0, 0)$ 上のファイバ $\pi^{-1}0$ を $\mathbb{C}^2$ と同一視する:

$$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1^2 + y_1^2 + y_2^2 = 1\}$$

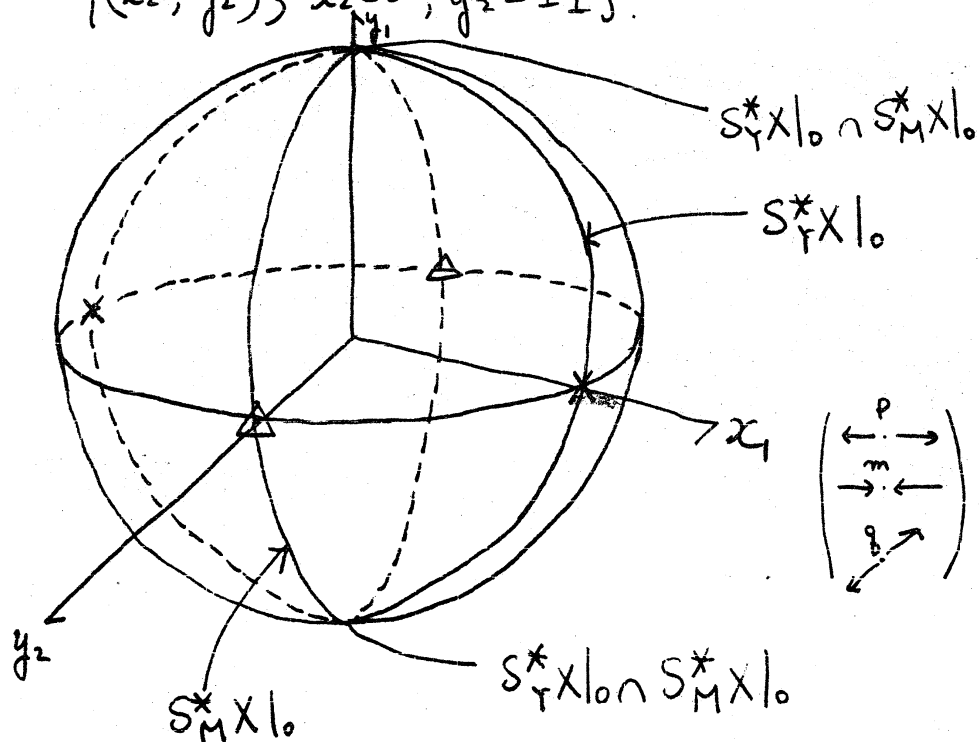
$$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); y_2 = 0, x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

$$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1 = 0, y_1^2 + y_2^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2); x_1 = y_2 = 0, y_1 = \pm 1\}$$

$$\times S_N^* M = \{(x_1, x_2); x_2 = 0, x_1 = \pm 1\} \cong_m \{(x_1, y_1, y_2); y_1 = y_2 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\triangle S_N^* Y = \{(x_2, y_2); x_2 = 0, y_2 = \pm 1\}$$



例3 $M = \mathbb{R}^2$, $N = (0)$

$X = \mathbb{C}^2$, $Y = (0)$

$S_N^* X|_0 = \{(x_1, x_2, y_1, y_2); x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

$S_Y^* X|_0 = \text{同上}$

$S_M^* X|_0 = \{(x_1, x_2, y_1, y_2); x_1 = x_2 = 0, y_1^2 + y_2^2 = 1\}$

$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = S_M^* X|_0$

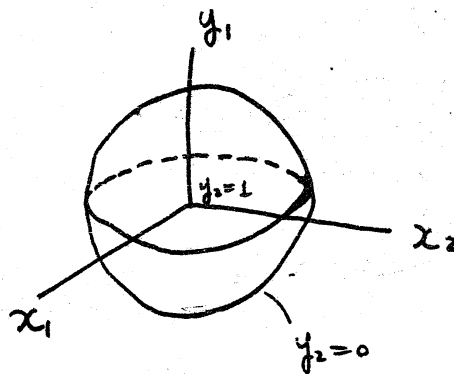
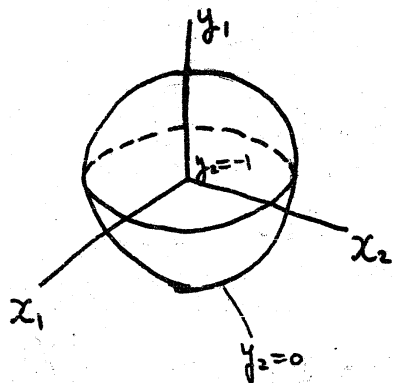
$p: S_N^* X|_0 \setminus S_M^* X|_0 \rightarrow S_N^* M|_0$ は

$(x_1, y_1, x_2, y_2) \mapsto \left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}, \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \right)$

で与えられる。

* $S_N^* M|_0 = \{(x_1, x_2); x_1^2 + x_2^2 = 1\}$
 $\cong \{(x_1, x_2, y_1, y_2); y_1 = y_2 = 0, x_1^2 + x_2^2 = 1\}$

△ $S_N^* Y|_0 = \emptyset$



$S_N^* X|_0$ は $\mathbb{S}^3$ の球と表面にそってはりあわせて得られる。
 $S_M^* X|_0$ は $\mathbb{S}^3$ の球の y_1 軸を両端どおしにつなぎあわせて得られる。
 $S_N^* M|_0$ は赤道である。また写像 p は、各点と

(x_1, x_2) 平面に射影して, その点と原点と結ぶ半直線と赤道との交点を求めることである.

例 4 $M = \mathbb{R}^3$, $N = \mathbb{R}^2 = \{(x_1, x_2, x_3); x_1 = 0\}$

$$X = \mathbb{C}^3, Y = \mathbb{C}^2 = \{(z_1, z_2, z_3); z_1 = 0\}.$$

$$S_N^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); y_2 = y_3 = 0, x_1^2 + y_1^2 = 1\}$$

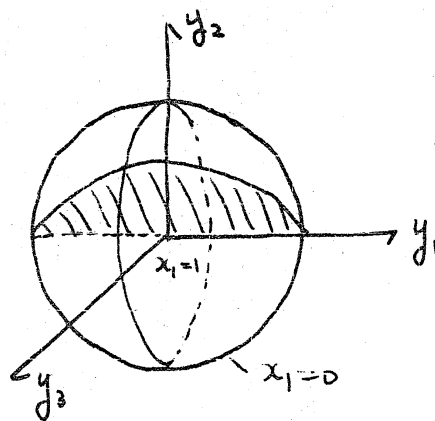
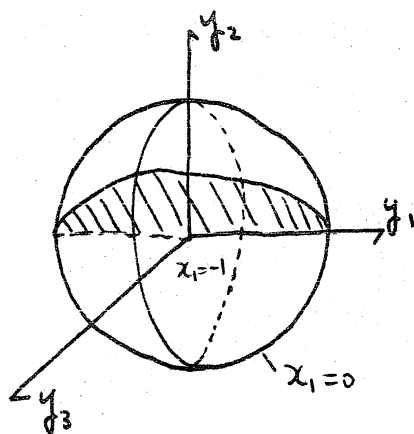
$$S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1 = 0, y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$

$$S_Y^* X|_0 \cap S_M^* X|_0 = \{(x_1, y_1, y_2, y_3); x_1 = y_2 = y_3 = 0, y_1 = \pm 1\}$$

$$\times S_N^* M|_0 = \{(x_1, x_2, x_3); x_2 = x_3 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\cong_m \{(x_1, y_1, y_2, y_3); y_1 = y_2 = y_3 = 0, x_1 = \pm 1\}$$

$$\triangle S_N^* Y|_0 = \{(x_2, y_2, x_3, y_3); x_2 = x_3 = 0, y_2^2 + y_3^2 = 1\}$$



$S_N^* X|_0$ は二つの球と球面であり合わせたもの. $S_Y^* X|_0$ は二つの y_1 軸 (各球内にある線分) と二つを合わせたもの. $S_M^* X|_0$ は $x_1 = 0$ の球面. $S_N^* M|_0$ は二つの球の中心. $S_N^* Y$ は図にある大円と同型.

写像 p は左の球内の点と左の中心に、右の球内の点と右の中心にうつる写像。写像 q は点と (y_2, y_3) -平面に射影し、その点と通る原点と端点とある半直線と円周の交点を求めることである。 q のファイバーは、斜線をひいた二つの半円(二の弧は同一視しているから実は南円板である)。写像 m はある点に、その点と通る原点よりの半直線と球面 $x_1=0$ との交点に対応させること。

§2 層 $\tilde{C} = C_{N \times}$ の構成

$S_M^* X$ 上に、層 C が構成され、その助けにより、超函数の特異性と分解して調べることができた。我々は、 $S_N^* X$ 上にある層 $\tilde{C}$ を作り、それを用いることにより、台が N に集中している超函数の構造を調べることを示した。台が、 N によつて正切られる閉集合に含まれるような超函数の構造も、 $\tilde{C}$ の助けで理解できるであろう。この $S_N^* X$ 上の層 $\tilde{C}$ は、柏原正樹により既に構成されたが、筆者の知る限り彼の結果は未発表である。ここにその構成法の概略を示す。これは "数学のあゆみ" 所載の佐藤-柏原の論文をヒントに考えられたものである。([3])

$X, M, Y, N \in$ 図(1)の如きものとし、p. 4 の仮

定のもとで考える. $\tilde{X}_N$ で, $X \cap N = i\mathbb{B}^d$ の spherical blowing up をあらわす:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} = \tilde{X}_N = (X \cap N) \cup S_N X & \hookrightarrow & S_N X \\ \tau = \tau_N \downarrow & & \downarrow \\ X & \hookrightarrow & N \end{array} \quad (14)$$

$\tilde{X}_N$, τ_N などは, $\tilde{X}$, τ などはと略読しよう.

定義 $\tilde{X}$ 上の層 $\tilde{\mathcal{O}}_N$ を次のように定める:

$$\tilde{\mathcal{O}}_N = \tilde{\varepsilon}_* (\tilde{\varepsilon}^{-1} \tau^{-1} \mathcal{O}) = \tilde{\varepsilon}_* \varepsilon^{-1} \mathcal{O},$$

また, $S_N X$ 上の層 $\hat{\mathcal{A}}_N$ を次のように定める:

$$\hat{\mathcal{A}}_N = \tilde{\mathcal{O}}_N|_{S_N X}.$$

但し, $\mathcal{O}$ は X 上の正則函数層の層, $\varepsilon, \tilde{\varepsilon}$ は下図の写像である:

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} & \xleftarrow{\tilde{\varepsilon}} & \tilde{X} \setminus S_N X \\ \tau \downarrow & & \downarrow \wr \\ X & \xleftarrow{\varepsilon} & X \setminus N \end{array}$$

命題 (2.1) $\tilde{X}$ の層 $\tau^{-1} \mathcal{O}$ に関して, $\tilde{X}$ の部分集合 $S_N X$ は純余次元 1 である.

証明 $d = \text{codim } N$ とする. 話は局所的であるから, $N = \mathbb{R}^{n-d}$, $X = \mathbb{C}^n$ とし原点の近傍を考えればよい. 定義より, 次式が成立する.

$$\begin{aligned} & \text{Dist}^k(S_N X; \tau^{-1}\mathcal{O})|_{(x', P)} \\ &= \lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind} \quad H^k_{S_N X \cap \tilde{U}}(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}), \quad (15) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ 2, $\tilde{U}$ は $\tilde{X}$ にあける $(x', P) \in S_N X$ の近傍を動く。
 $\mathcal{R}$ のコホモロジーの長い完全列を考えよう:

$$\begin{aligned} \cdots \rightarrow H^k_{\tilde{U} \cap S_N X}(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}) &\rightarrow H^k(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O}) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{U} \setminus S_N X; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \cdots (16) \end{aligned}$$

第2項は

$$\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind} \quad H^k(\tilde{U}; \tau^{-1}\mathcal{O})$$

$$= \begin{cases} (\tau^{-1}\mathcal{O})_{(x', P)} = \mathcal{O}_{x'} & k=0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

また, $\mathbb{C}^n$ の凸領域は正則領域であるから, $\tilde{U} \setminus S_N X$ が正則領域となるような $\tilde{U}$ が (x', P) の基本近傍系となる。故に (16) で

$$\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind} (\text{第3項}) = 0 \quad k \neq 0$$

を得る。従って (16) で $\lim_{\tilde{U} \downarrow (x', P)} \text{ind}$ をとると $\tau^{-1}\mathcal{O}$ に等しい。完全列

$$0 \rightarrow \text{Dist}^0(S_N X; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \tilde{\mathcal{O}} \rightarrow \text{Dist}^1(S_N X; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow 0$$

および,

$$\text{Dist}^k(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0 \quad k > 1$$

を得る。一方、解析接続の一貫性より、

$$\tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} \quad (17)$$

は単射的である。故に、

$$\text{Dist}^0(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) = 0$$

も得られた。

(証明終わり)

定義

$$\mathcal{O}_f = \text{Dist}^1(SNX; \tau^{-1}\mathcal{O})$$

と置く。 $\mathcal{O}_f$ は $SNX = \mathbb{A}^1 \times \tilde{X}$ 上の sheaf であり、必要に応じて、 SNX 上の sheaf と考えることが出来る。

系 次の系列は完全である：

$$0 \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O}_f \rightarrow 0 \quad (\tilde{X} \text{ 上})$$

$$0 \rightarrow \tau^{-1}\mathcal{O} \rightarrow \tilde{\mathcal{O}} \rightarrow \mathcal{O}_f \rightarrow 0 \quad (SNX \text{ 上})$$

さて、次の3組に対する長...完全列を考えよう：

$$\begin{array}{ccc} \tilde{X} \setminus SNX & \hookrightarrow & \tilde{X} \xrightarrow{\tau} X \\ & & \vdots \\ & & \mathcal{O} \end{array} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow H^k(X \leftarrow \tilde{X}; \mathcal{O}) &\rightarrow H^k(X \leftarrow \tilde{X} \setminus SNX; \mathcal{O}) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{X} \leftarrow \tilde{X} \setminus SNX; \tau^{-1}\mathcal{O}) \rightarrow \end{aligned} \quad (19)$$

これの第2項は, 次のようになる:

$$H^k(X \leftarrow X \setminus N; \mathcal{O}) = \begin{cases} \mathcal{B}_M[N], & k=n \\ 0 & , \text{ それ以外.} \end{cases}$$

== 2,

$$\mathcal{B}_M[N] = \{ N \models \exists \varepsilon \exists M \models \text{hyperfunctions} \} \\ = H_N^n(X; \mathcal{O})$$

である. (18)の第3項は純余次元性より次のようになる:

$$H^k(\tilde{X} \leftarrow \tilde{X} \setminus S_N X; \tau^{-1}(\mathcal{O})) = H^{k-1}(S_N X; \mathcal{O}_0).$$

すなわち, $\tau: \tilde{X} \rightarrow X$ なる写像は proper で, そのファイバー $\tau^{-1}(x)$ は, $x \in N$ のときは S^{d+n-1} ($d+n-1$ 次元球面) に同相で, $x \in X \setminus N$ のときは 1 点である. 故に, 相原に与える位相的考察により,

$$\text{Dist}_{\tau}^k(\mathcal{O})_x = H^n(\{x\} \leftarrow \tau^{-1}(x); \mathcal{O}_x) \\ = \begin{cases} \mathcal{O}_x & k=n+d, x \in N. \\ 0 & k \neq n+d \text{ or } x \notin N. \end{cases}$$

つまり,

$$\text{Dist}_{\tau}^k(\mathcal{O})|_N = \begin{cases} a_M|_N & k=n+d \\ 0 & k \neq n+d \end{cases}$$

と表す. したがって,

$$H^k(X \leftarrow \tilde{X}; \mathcal{O}) = H^{k-n-d}(N; a_M) = \begin{cases} \mathcal{B}_M(N) & k=n+d \\ 0 & k \neq n+d \end{cases} \quad (20)$$

となる。一方、自然な写像 $\alpha(M) \rightarrow \beta(M)$ は単射であるから、 $\text{codim } N = 0$ (亦ち亦ち、 $N = M$) の時は、良く知られた完全列

$$0 \rightarrow \alpha(M) \rightarrow \beta(M) \rightarrow H^{n-1}(S_M X; \mathcal{O}_M) \rightarrow 0$$

を得る。(佐藤-相原の論文の式 (2.12)). ([3])

$\text{codim } N \geq 1$ の場合は、次の定理で与えられる。

定理 (2-2)

1) $\text{codim } N = 1$ の場合、次の系列は完全である:

$$0 \rightarrow \beta_M[N] \rightarrow H^{n-1}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow \alpha_M(N) \rightarrow 0 \quad (21)$$

2) $\text{codim } N \geq 2$ の場合、次の2つの系列は完全である:

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow \beta_M[N] \rightarrow H^{n-1}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow 0 \\ 0 &\rightarrow H^{n+d-2}(S_N X; \mathcal{O}_N) \rightarrow \alpha_M(N) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (22)$$

系 $S_N X$

$\downarrow$

$N \hookrightarrow M$

と写像に名前を付けると、完全列 (21) および (22) を sheaf 化して得られる完全列は次の通り。

1) $\text{codim } N = 1$ の場合、次は完全:

$$0 \rightarrow \text{Dist}^0(N, \beta_M) \rightarrow R^{n-1} \tau_* \mathcal{O}_N \rightarrow \tau^* \alpha_M \rightarrow 0 \quad (21')$$

2) $\text{codim } N \geq 2$ の場合, 次の完全:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{D}ist^0(N, \mathcal{B}_M) &\rightarrow R^{n-1} \tau_* \mathcal{O}_N \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow R^{n+d-2} \tau_* (\mathcal{O}_N) &\rightarrow \tau^{-1} \mathcal{A}_M \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (22')$$

注意.

$$R^k \tau_* \mathcal{O}_N = 0 \quad k \neq n-1, n+d-2.$$

±2, 次の "ダイヤモンド" を考えよう:

$$\begin{array}{ccc} & D_N X & \\ \pi_N \swarrow & & \searrow \tau_N \\ S_N X & & S_N^* X \\ \tau_N \searrow & & \swarrow \pi_N \\ & N & \end{array} \quad (23)$$

但し,

$D_N X = \{(x, P, Q) \in S_N X \times_N S_N^* X; \langle P, Q \rangle_x \geq 0\}$
と定義する. $\equiv \pm 2$, $\langle \cdot, \cdot \rangle_x$ は $(T_N X)_x$ と $(T_N^* X)_x$ の
自然な内積である. P, Q は $\text{mod } \mathbb{R}^+$ でベクトルより定ま
るから, その内積の正, 負, ゼロは確定した意味をもつ. ま
た,

$$\pi_N: D_N X \rightarrow S_N X$$

および

$$\tau_N : D_N X \longrightarrow S_N^* X$$

は其に proper τ , τ の $\tau^{-1} \cap \pi^{-1}$ は $(n+d-1)$ -次元の閉半球に可縮である。

(以下, τ 及び N は省略する.)

定理 (2.3)

$\pi^{-1} \sigma_0$ に関し,

$$\tau : D_N X \rightarrow S_N^* X$$

なる写像は, 純 $(n-1)$ -次元射である。

証明 問題は局所的であるから,

$$M = \mathbb{R}^n, \quad X = \mathbb{C}^n$$

$$N = \mathbb{R}^{n-d} = \{x \in \mathbb{R}^n; x_1 = \cdots = x_d = 0\}$$

として, 原点 0 の近傍で考えればよい。

$$T^* X|_0 \cong \{(\zeta_1, \dots, \zeta_n); \zeta_j \in \mathbb{C}\} \text{ とみれば,}$$

$$T_N^* X|_0 \cong \{(\zeta_1, \dots, \zeta_d, \eta_{d+1}, \dots, \eta_n); \zeta_j = \xi_j + i\eta_j \in \mathbb{C}, \eta_k \in \mathbb{R}\}$$

とみればよから。

$$S_N^* X|_0 \cong \{|\zeta_1|^2 + \cdots + |\zeta_d|^2 + \eta_{d+1}^2 + \cdots + \eta_n^2 = 1\}$$

と見る。

$T_N X, S_N X$ については同様にして,

$$T_N X|_0 = \{(z_1, \dots, z_d, y_{d+1}, \dots, y_n); z_j \in \mathbb{C}, y_k \in \mathbb{R}\}$$

$$S_N X|_0 = \{|z_1|^2 + \cdots + |z_d|^2 + y_{d+1}^2 + \cdots + y_n^2 = 1\}$$

とみればよい。内積 $\langle \cdot, \cdot \rangle_0$ は,

$$\langle (z_1, z', y''), (\zeta_1, \zeta', \eta'') \rangle_0$$

$$= z_1 \bar{\zeta}_1 + z_2 \bar{\zeta}_2 + \cdots + z_d \bar{\zeta}_d + y_{d+1} \bar{\eta}_{d+1} + \cdots + y_n \bar{\eta}_n$$

で与えられる。但し,

$$z' = (z_2, \dots, z_d), \quad y'' = (y_{d+1}, \dots, y_n)$$

$$\zeta' = (\zeta_2, \dots, \zeta_d), \quad \eta'' = (\eta_{d+1}, \dots, \eta_n)$$

とし、

$d=0$ の時は、佐藤-柏原によって議論されているから、
 $d \geq 1$ と仮定する。この場合には、佐藤-柏原の議論が平行
 的に成立すること以下で示す。

今、 $S_N^* X$ の点は (原点 0 の近傍で) $(x'', (z_1, z', iy'') \circ)$
 で与えられる。 $P \in S_N^* X$ として、

$$P = (0, (1, 0, 0) \circ)$$

に対して、

$$R^k \tau_* \pi^{-1} \mathcal{O}_N \big|_P = 0 \quad \text{for } k \neq n-1.$$

を証明すれば証明はあかす。

今、定義より、

$$\begin{aligned} R^k \tau_* \pi^{-1} \mathcal{O}_\delta \big|_P &= H^k(\tau^{-1}(P); \pi^{-1} \mathcal{O}_\delta) \\ &= H^k(\pi \tau^{-1}(P); \mathcal{O}_\delta) \end{aligned} \quad (i)$$

である。 $\pi \tau^{-1}(P) = \{ (0, (z_1, z', y'') \circ) ; z_1 = \operatorname{Re} z_1 \geq 0 \}$

とあることは注意せよ。

と z , $\tilde{X}$ は $\pi z^{-1}(P)$ の基本近傍系として, 次のように $\tilde{D}_\varepsilon$ をとる ($\varepsilon > 0$)

$$\tilde{D}_\varepsilon = \{ \tilde{z} = x'' + z_1 + z' + iy''; x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0 \}$$

$$= z'',$$

$$|z'|^2 = |z_2|^2 + \dots + |z_d|^2$$

$$|y''|^2 = y_{d+1}^2 + \dots + y_n^2$$

と E , $F = \{ \quad \}$ の中の条件は

$$\tilde{z} = z = x'' + z_1 + z' + iy'' \in \tilde{X} \setminus S_N X = X \setminus N$$

(あるいは, $z' + iy'' \neq 0$) ならば, 上の通り,

$$\tilde{z} = x'' + (z_1 + z' + iy'')_0 \in S_N X \text{ ならば,}$$

$$|x_j''| < \varepsilon, \quad j = d+1, \dots, n, \quad x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0$$

を意味するものがある.

$$D_\varepsilon = \tilde{D} \setminus S_N X$$

$$= \{ z = z_1 + z' + z''; |z_j| < \varepsilon \quad \forall j = 1, \dots, n, \\ x_1 + \varepsilon \sqrt{y_1^2 + |z'|^2 + |y''|^2} > 0 \}$$

と取る.

(i) の計算を続けよう:

$$H^k(\pi z^{-1}(P); \sigma_0) = \lim_{\varepsilon} \text{ind} H^k(\tilde{D}_\varepsilon; \sigma_0)$$

$$= \lim_{\varepsilon} \text{ind} H_{S_N X \cap \tilde{D}_\varepsilon}^{k+1}(\tilde{D}_\varepsilon; z^{-1}\sigma)$$

であるから、次の (ii) が成立すれば、定理は証明されたことになる。

$$\lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H_{S_N X \cap \tilde{D}_{\varepsilon}}^k(\tilde{D}_{\varepsilon}; \tau^{-1}\theta) = 0 \quad \text{for } k \neq n \quad (\text{ii})$$

そこで、次の完全列を考えよう：

$$\begin{aligned} \rightarrow H^{k-1}(D_{\varepsilon}; \theta) &\rightarrow H_{S_N X \cap \tilde{D}_{\varepsilon}}^k(\tilde{D}_{\varepsilon}; \tau^{-1}\theta) \\ &\rightarrow H^k(\tilde{D}_{\varepsilon}; \tau^{-1}\theta) \rightarrow \dots \end{aligned}$$

$\pi\tau^{-1}(P)$ は可縮であるから、この完全列の各項目で、

$\lim_{\varepsilon} \operatorname{ind}$ をとると次のようになる：

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H^k(\tilde{D}_{\varepsilon}; \tau^{-1}\theta) &= H^k(\pi\tau^{-1}(P); \tau^{-1}\theta) \\ &= H^k(\pi\tau^{-1}(P); \theta_0) = \begin{cases} \theta_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

さらに、解析接続の一貫性より

$$\theta_0 \rightarrow \lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H^0(D_{\varepsilon}; \theta)$$

は単射射影である。(E が、 τ .)

$$\lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H_{S_N X \cap \tilde{D}_{\varepsilon}}^0(\tilde{D}_{\varepsilon}; \tau^{-1}\theta) = 0$$

である。故に、次の (iii) を示す (成立すればよい (== τ^{-1} の $n > 1$ と仮定している。 $n=1$ の時は簡単にできる。))

$$\lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H^k(D_{\varepsilon}; \theta) = \begin{cases} \theta_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0, n-1 \end{cases} \quad (\text{iii})$$

$\Gamma_\varepsilon = \{z = z_1 + z' + z''; |z_1 + \varepsilon \sqrt{|z_1|^2 + |z'|^2 + |z''|^2}| \leq \varepsilon\}$
 とおこう。また $\{U_m\}$ は 0 の X における基本近傍系とする。
 明らかに、

$$\lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} H^k(D_\varepsilon; \mathcal{O}) \\
= \lim_{\varepsilon} \operatorname{ind} \lim_{m} \operatorname{ind} H^k(U_m - \Gamma_\varepsilon; \mathcal{O})$$

が成り立つ。そこで、次の完全列を考えよう：

$$\begin{aligned} \rightarrow H^k_{\Gamma_\varepsilon}(U_m; \mathcal{O}) \rightarrow H^k(U_m; \mathcal{O}) \rightarrow H^k(U_m - \Gamma_\varepsilon; \mathcal{O}) \\ \rightarrow \dots \end{aligned} \quad (*)$$

この $k=2$ の項は、次のように計算される：

$$\lim_{m} \operatorname{ind} H^k(U_m; \mathcal{O}) = \begin{cases} \mathcal{O}_0 & \text{for } k=0 \\ 0 & \text{for } k \neq 0. \end{cases}$$

また $k=1$ の項は

$$\lim_{m} \operatorname{ind} H^k_{\Gamma_\varepsilon}(U_m; \mathcal{O}) = \operatorname{Dist}^k(\Gamma_\varepsilon; \mathcal{O}).$$

であり、これは $k \neq n$ のとき次に引用する柏原の定理によりゼロに等しい。

定理 (柏原)

Γ は $\mathbb{C}^n$ の原点を頂点とする閉じた凸錐とする。さらに、 Γ がどんな $\mathbb{C}$ -linear subspace も含まないならば

$$\operatorname{Dist}^k(\Gamma; \mathcal{O})_0 = 0 \quad \text{for } k \neq n.$$

(この定理は 1969 年に既に証明されているが未発表である)

したがって $n > 1$ の仮定のもとで、(*) の $k=3$ の項は

定理 (2.4) $\tilde{C} = C_N|_X$ には 1 次が成立する。

1) $\text{codim } N = 1$ の場合, 次は完全列である。

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_M[N] \xrightarrow{\tilde{\rho}} \tilde{C}(S_N^*X) \rightarrow \mathcal{A}_M(N) \rightarrow 0 \quad (26)$$

2) $\text{codim } N \geq 2$ の場合, 次は完全列である。

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{B}_M[N] &\xrightarrow{\tilde{\rho}} \tilde{C}(S_N^*X) \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow H^{d-1}(S_N^*X; \tilde{C}) &\rightarrow \mathcal{A}_M(N) \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (27)$$

但し $d = \text{codim } N \in \mathbb{N}$ 。

= の定理と "sheaf 化" をすれば, 次のようになる。

系 1) $\text{codim } N = 1$ の場合, 次は完全:

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_{M,[N]} \xrightarrow{\tilde{\rho}} \pi_* \tilde{C} \rightarrow \mathcal{A}_M|_N \rightarrow 0 \quad (28)$$

2) $\text{codim } N = d \geq 2$ の場合, 次は完全:

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \mathcal{B}_{M,[N]} &\longrightarrow \pi_* \tilde{C} \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow R^{d-1} \pi_* \tilde{C} &\rightarrow \mathcal{A}_M|_N \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (29)$$

但し, $\mathcal{B}_M, \mathcal{A}_M$ は M 上の hyperfunctions, analytic functions の芽の層, $\mathcal{B}_{M,[N]} = \text{Dist}^0(N, \mathcal{B}_M)$ とした。また $\pi = \pi_N: S_N^*X \rightarrow N$ は射影, $R^i \pi_*$ は i 番目の順像を示す。

注意 $\text{codim } N = 0$, すなわち $N = M$ の場合, 上に構成した $C_N|_X$ は勿論 佐藤の層 $C = C_M$ と一致する。そのとき (28) (29) に対応する完全列は次のものである:

$$0 \rightarrow \mathcal{A}_M \rightarrow \mathcal{B}_M \xrightarrow{\rho} (\pi_M)_* C_M \rightarrow 0.$$

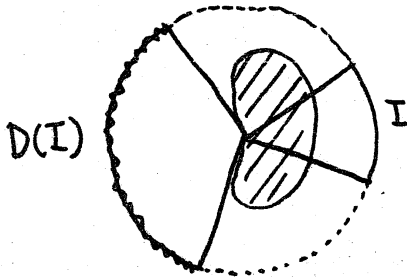
例 $M = \mathbb{R}$, $N = (0)$ とする. 前節の例 1 に参照.

$I \in S_N^* X \cong \{(x, y); x^2 + y^2 = 1\}$ の開いた凸集合とする.

$D(I) = I$ の non positive dual cone $\subset T_N X$

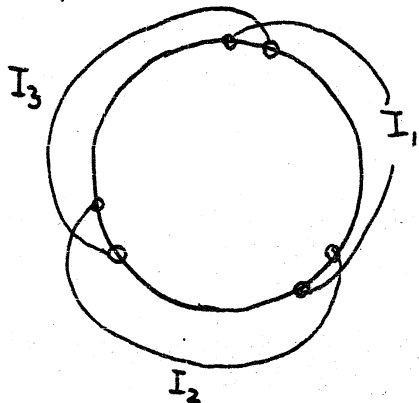
$$\tilde{C}(I) = \lim_{I' \subset \subset I} \text{proj} \lim_{U \ni x} \text{ind} \frac{\mathcal{O}(U \cap D(I))^c}{\mathcal{O}(U)}$$

$S_N X$ と $S_N^* X$ を同一視してえがいた下図において, I は



斜線とひいたような領域が存在して, $\tilde{C}(I)$ の元は, $\mathbb{R}$ の上の正則函数で代表される。(もちろん 斜線部の領域は, $\tilde{C}(I)$ の元に依存する.)

$S_N^* X$ 上の $\tilde{C}$ のセリションとは何か?



$\bigcup_{j=1}^3 I_j = S^*$ と S^* の凸閉集合による被覆を考える.

S^* 上のセリションは 各 I_j 上のセリションとつなぎ合わせて得られる. $\mathbb{R}$ の各々の代表函数を f_j

とする. f_j は $U \cap D(I_j)^c$ に近い領域 (上のような斜線部) で正則かつ, $g_{kj} \in \mathcal{O}(0)$ が存在して

$$f_j - f_k = g_{kj}$$

が, $U \cap (D(I_j) \cup D(I_k) \cap \Omega)^c$ で成立する. $\therefore$ のことより f_j は $U \setminus 0$ で 多価正則函数 を定め.

$$f(ze^{2\pi i}) = f(z) + g(z)$$

$$(\because g(z) = g_{12}(z) + g_{23}(z) + g_{31}(z) \in Q(0))$$

なる関係式をみたす. したがって次のことが結論される:

$\tilde{C}$ の $S_N^* X$ 上のセグションは

$$\varphi(z) + \psi(z) \log z \pmod{Q(0)}$$

($\varphi \in O(U \setminus 0)$, $\psi \in O(U)$, U は 0 の近傍)

によって与えられる. $\mathcal{B}[N]$ の (26) による像は,

$$\varphi(z) \pmod{O(0)}$$

($\varphi \in O(U \setminus 0)$, U は 0 のある近傍)

によって与えられる. $\tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow Q(0)$ は

$$\varphi(z) + \psi(z) \log z \pmod{O(0)} \mapsto \psi(z)$$

によって与えられる.

* $\forall \psi \in Q(0)$ に對し, $\psi(z) \log(z)$ は $\tilde{C}(S_N^* X)$ の元を定めるから $\tilde{C}(S_N^* X) \rightarrow Q(0)$ は 全射 である.

* $\mathcal{B}[N] \rightarrow \tilde{C}(S_N^* X)$ は, 上の例でも明らかに 単射 である.

* $\mathcal{B}[N]$ の元は 0 以外で一価正則函数類によって代表される.

これは自然に $\tilde{C}(S_N^* X)$ の元を定めるが, $Q(0)$ にうつると

ゼロになってしまう。

§3 C_{NIX} に関する予想.

$\text{codim } N \geq 1$ であれば, $S_N^* X$ には“複素”変数がとれる. 我々の予想は, $\tilde{C} = C_{NIX}$ のセグションは, $=$ の複素変数に関しては一意的に接続されることを主張する. $=$ の予想は, $\text{codim } N = 0$ の場合 (あるいは $N = M$ の場合) $C = C_{MIX}$ が flabby であるという柏原の結果と対比する. ([1])

M, N, X, Y は今までの通り, $p \perp$, (1) の如きもので, p の 仮定 のもとで考える.

$\beta_{[N]} = \text{Dist}^n(\otimes N; \mathcal{O}_X) = \text{Dist}^0(N, \beta_M)$ と N 上の層を定義する. これは N に台をもつ M 上の超函数の芽の層である. α_M, β_M で, M は実解析的函数の層, 超函数の芽の層をそれぞれ表わす.

予想 (3.1)

(6) の F の写像

$$g: S_N^* X \setminus (S_Y^* X|_N) \longrightarrow S_N^* Y$$

を考えよう. 層 $\tilde{C} = C_{NIX}$ は, g のファイバーに沿って, 一意接続性をもつ. つまり, 次のことが成立する (であろう)

$U \subset S_N^* X \setminus (S_Y^* X|_N)$ を開集合で, 任意の $\xi \in S_N^* Y$ に対し $U \cap g^{-1}(\xi)$ が連結なるものとしよう. 層 $\tilde{C}$ の U 上のセクション φ が, U の開集合 u でゼロになければ, $U \cap g^{-1}(g(u))$ でもゼロになる.

予想 (3.2)

$\tilde{C}|_{S_Y^* X|_N}$ もまた 一意接続性をもつ. つまり, 次のことが成り立つ (であろう): $S_Y^* X|_N$ の連結開集合で定義された $\tilde{C}|_{S_Y^* X|_N}$ のセクションが, その開部分集合でゼロでなければ, もともとはゼロである.

予想 (3.3) ($\tilde{C} = C_{N|X}$ と $C = C_{M|X}$ の関係)

$\tilde{C} = C_{N|X}$, $C = C_{M|X}$ とおく.

$$\tilde{C}|_{S_M^* X|_N} \longrightarrow C|_{S_M^* X|_N}$$

なる単射的な層の準同型が存在し, 次の図式が可換である:

$$\begin{array}{ccccc} (\pi_N)_* \tilde{C} & \longrightarrow & (\pi_M)_* \tilde{C}|_{S_M^* X|_N} & \longrightarrow & (\pi_M)_* C|_{S_M^* X|_N} \\ \uparrow \tilde{\rho} & & & & \uparrow \end{array}$$

$$\mathcal{B}_{[N]} \longleftarrow \mathcal{B}_{M|N}$$

定理 予想 (3.1), (3.2), (3.3) が正しいならば,

$\mathcal{B}_{[N]} \ni \varphi$ の特異台の形状は, 佐藤予想の通りである. すなわち, $\varphi|_N \neq 0$ なら, $S_N^* Y$ の開集合 F が存在して

$$S. S. \varphi = g^{-1}(F) \cup (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N)$$

と成る. 但し $1 = \tau$

$$q: S_M^* X|_N \setminus (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) \longrightarrow S_N^* Y$$

は (6) の身振影である.

(§ 1 の注意 1 = 1 へから, 7,

$$q: \sqrt{1} S^* M|_N \setminus \sqrt{1} S^* N M \longrightarrow \sqrt{1} S^* N$$

と考へ. $F \subset \sqrt{1} S^* N$.

$$S, S, \varphi = q^{-1}(F) \cup \sqrt{1} S^* N M$$

と書く方が, 今まで流用されてゐた記号にせよ.)

証明.

$\varphi \in \mathcal{B}[N]$ とする. $\tilde{\beta}\varphi$ は $S_N^* X$ 上の $\tilde{C}$ のセグメン
とみなせる. もし, $\beta\varphi \in \Gamma(S_M^* X|_N; C)$ がある南集
合 ω でゼロであれば, 予想 (3.3) より, $\tilde{\beta}\varphi$ は ω の $S_N^* X$
でのある近傍 $\tilde{\omega}$ でゼロになる.

$\omega \cap (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) \neq \emptyset$ ならば, 予想 (3.2)
より, $\tilde{\beta}\varphi$ は $S_Y^* X$ の近傍でゼロ. 故に 予想 (3.1) より,

$\tilde{\beta}\varphi \equiv 0$. 定理 (2.4) を用いると $\varphi \equiv 0$ と成る.
= これは仮定に反する.

$\omega \cap (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) \neq \emptyset$ とし, 予想 (3.1) より,

$$q: S_N^* X \setminus S_Y^* X|_N \longrightarrow S_N^* Y$$

とし, $\tilde{\beta}\varphi$ は $q^{-1}q\tilde{\omega}$ でゼロになる. 故に, 予想 (

3.3) より, $\beta\varphi$ は

$$S_M^*X|_N \cap \tilde{\omega} = g^{-1}g\omega$$

で成り立つ。但し 上式の右辺の g は

$$g: S_M^*X|_N \setminus (S_M^*X|_N \cap S_T^*X|_N) \rightarrow S_N^*Y$$

である。これより 定理の主張が $\Gamma \rightarrow \Gamma$ に Γ が成り立つ。

(g.e.d.)

さて

$$m: S_N^*X \setminus S_N^*M \longrightarrow S_M^*X|_N$$

とある。 $\mathcal{B}[N] \ni \varphi$ に対し $\beta\varphi \in \Gamma(S_M^*X|_N; \mathbb{C})$

および $\tilde{\beta}\varphi \in \Gamma(S_N^*X; \tilde{\mathbb{C}})$ が定義されているが、

これらに関して、次のことがいえる。

予想の系

$\varphi \in \mathcal{B}[N]$ に対して 次の2条件は同値

- 1) $\beta\varphi|_N = 0$ in an open set $\omega \subset S_M^*X|_N$.
- 2) $\tilde{\beta}\varphi = 0$ in $m^{-1}(\omega) \subset S_N^*X \setminus S_N^*M$.

実際 これは予想 (3.1) と (3.3) の系にすぎない。

$\text{codim } N = 1$ としよう。局所的に

$$N = \{h = 0\}, \quad dh|_N \neq 0$$

と実解析的函数 h によって N が表示されている。いま、

$$N_- = \{h \leq 0\}$$

は, N で区切られる M の閉集合の 1 つである. φ のとき,
 $\varphi|_N$ は $S_N^* M$ のセリニョニを定義する. これをかり
 に $(+)$ と書く.

注意 N が向きづけ可能であれば, $N-, (+)$ は, 大域的
 に定義できる. これらのえらび方は, N の向きづけ方の数(
 かならず 2 コ) だけある. 我々の興味は局所的であるから,
 N が向きづけられ, $N-, (+)$ が選ばれていると仮定する.

超函数 $\varphi \in \mathcal{B}(M)$ で, その台が $N-$ に含まれているもの
 の N 上の芽 $\varphi|_N$ が以下の研究対象である. φ のような超函
 数の特異台 S, S, φ の形に因して佐藤先生は次の予想
 を立てられた.

佐藤予想 (3.4)

$\varphi \in \mathcal{B}(M)$, $\text{supp } \varphi \subset N-, \varphi|_N \neq 0$
 とする. φ のとき, $S_N^* Y$ の閉部分集合 F が存在して

$S, S, \varphi|_N = \varphi^{-1}(F) \cup (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N)$
 となる. 但し,

$\varphi: S_M^* X|_N \setminus (S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N) \rightarrow S_N^* Y$
 は射影である.

注意 佐藤予想の仮定のもとで,

$S, S, \varphi|_N \supset S_M^* X|_N \cap S_Y^* X|_N$
 を主張するのが, 可合-柏原の補題である. ([3])

注意 佐藤予想は, [2]における超函数の台と符号の相互依存性の一例の一階化になっている.

佐藤予想(3.4)を層 C と層 $\tilde{C}$ とに関するいくつかの予想とみなす性質に帰着せよ.

$$p: S_N^* X \times S_M^* X|_N \longrightarrow S_N^* M$$

を射影とし, $p^{-1}(+) = S_N^* X^{(+)}$ と書く. $p^{-1}(+)$ の各ファイバーは開いた半球である. また

$$m^+: S_N^* X^{(+)} \setminus (+) \longrightarrow S_M^* X|_N$$

とおく. 二のとき, 定理(2.4)に類似の性質を予想する.

予想(3.5)

単射

$$\text{Dist}^0(N_-; \mathcal{B}_M)|_N \xrightarrow{\tilde{\beta}} \tilde{C}(S_N^* X^{(+)})$$

が定義できる.

予想(3.6) (p29の予想の系の類似)

$\text{Dist}^0(N_-; \mathcal{B}_M)|_N$ の N 上のセグメント N に対し,

$$\beta\varphi \in \Gamma(S_N^* X^{(+)}; \tilde{C}) \text{ および}$$

$$\beta\varphi|_N \in \Gamma(S_M^* X|_N; C) \text{ が定義できるが, 二つに}$$

対して次の2つは同値:

$$1) \beta\varphi|_N = 0 \text{ in an open set } \omega \text{ of } S_M^* X|_N.$$

$$2) \tilde{\beta}\varphi = 0 \text{ in } (m^+)^{-1}(\omega).$$

これらの予想が正しいければ, 佐藤予想(3.4)も正しい.

とか p28 の証明と同様に示せる.

文 献

- [1] 柏原正樹: C_a flabbiness と Radon 変換.
数理研講究録 114, 佐藤の超函数とその応用 (1970)
1-4.
- [2] MORIMOTO, M: Support et support
singulier de l'hyperfonction. Proc. Japan Acad.
47 (1971), 648-652.
- [3] 佐藤幹夫・柏原正樹: 超函数の構造, 数学のあゆみ
15 (1970), 9-71.