

|               |                                                                                       |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 氏 名           | 高 橋 英 之                                                                               |
|               | たか はし ひで ゆき                                                                           |
| 学 位 の 種 類     | 理 学 博 士                                                                               |
| 学 位 記 番 号     | 理 博 第 365 号                                                                           |
| 学 位 授 与 の 日 付 | 昭 和 50 年 5 月 23 日                                                                     |
| 学 位 授 与 の 要 件 | 学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当                                                               |
| 研 究 科 ・ 専 攻   | 理 学 研 究 科 物 理 学 第 一 専 攻                                                               |
| 学 位 論 文 題 目   | <b>The Maximum Invariant Set of a Finite Automaton Mapping</b><br>(有限オートマトン写像の最大不変集合) |

論文調査委員 (主査) 教授 町 田 茂 教授 高 須 達 教授 山 口 昌 哉

### 論 文 内 容 の 要 旨

申請論文は、一次元セル構造オートマトンの研究において未解決であった系の周期的振舞の解析の問題を、一般な有限オートマトン写像の理論の枠内で、有限オートマトン写像の最大不変集合に関する問題として把握することによって解決すると共に、他のいくつかの問題の取扱いに対しても有用な方法を提供している。

有限オートマトンは有限個の内部状態を持ち入力によって状態遷移をしながら入力記号系列を出力記号系列に変換する機構の数学モデルである。また、一次元セル構造オートマトンは、同一構造オートマトンであるところのセルを  $n$  個一列に並べ、一つのセルの状態の変化は直接左右につらなる二つのセルの状態と自分の状態とできまる機構であって局所的状態遷移関数  $f: S^3 \rightarrow S$  ( $S$  は状態の集合) により記述される。

一次元セル構造オートマトンの大局的振舞はある時点での  $n$  個のセルの状態系列に対して次の時点での  $n$  個のセルの状態系列を対応させる写像であり、 $n$  がすべての自然数を動くときのこれらの写像は全体として、任意長の状態系列の集合  $S^*$  からそれ自身への写像  $F: S^* \rightarrow S^*$  を定義している。

申請論文ではこの写像  $S^* \rightarrow S^*$  について、その周期状態の集合  $\mathcal{P}$ 、すなわち、ある状態系列から出発して時間経過の後に  $x$  にもどるような状態系列  $x$  の集合の性質を明らかにし、とくに、それが正則であるか否かについて、否定的な解決を与えている。

内容的には、入力の集合と出力の集合とが一致するような有限オートマトンについて、入力記号系列から出力記号系列への変換  $F: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  を考え、任意のセル構造オートマトンの大局的振舞に対してそれと等価な入出力変換をもつ有限オートマトンが存在することを示し、さらに有限オートマトン写像  $F: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  に関して、 $\Sigma^*$  の部分集合  $A$  で部分集合として不変になるような部分集合  $A$  のうちで最大の部分集合  $S_{\max}$  が周期状態集合に一致することを示している。

申請論文が提供している主要な方法は、この  $S_{\max}$  の性質を精密に議論するために導入した、 $S_{\max}$ -tree

に関するものであって、それは  $S_{\max}$  のすべての元を関連づけて表現する木グラフである。

以下、主要な要旨を章別に列挙する：

(第6, 7章) 安定状態集合および周期状態集合と  $S_{\max}$  の関係を論じており、とくに、 $S_{\max}$  の中にいくらかでも大きい周期状態が入っていても  $S_{\max}$  が正則になる場合があることを示している。

・(第8, 9章) 2記号の有限オートマトンについて  $S_{\max}$ -tree の構成方法を与え構成結果の特徴を調べている。すなわち、2記号の場合はオートマトンの状態を  $I$ -type,  $p$ -type,  $\sigma$ -type の三つに類別し、あるオートマトンがこれらのうち2種類の状態しか持たない場合は、 $S_{\max}$  が正則になること、また2記号、2状態の場合は、 $S_{\max}$  は正則になることを示している。

(第10章) 申請論文の主定理「有限オートマトン写像の最大集合  $S_{\max}$  は一般に正則でないし、文脈自由言語でもない」とその証明が与えられている。説明は2記号オートマトンで反例をつくることによっている。さらに、 $S_{\max}$  が決定性線型拘束言語となることを示してその形式言語としての位置づけを確定している。

(第11~14章) 以上に展開された方法の応用についていくつかの結果を得ており、とくに、本研究の動機となった一次元セル構造オートマトンの周期状態集合が一般に正則にならないことの証明として、一方向性セル構造オートマトンについて反例を見出している。

参考論文では申請論文に展開した方法が他の問題の解決にも適用できることを示している。

## 論文審査の結果の要旨

申請論文は、一次元セル構造オートマトンの研究において未解決であった系の周期的振舞の解析の問題を一般的な有限オートマトン写像の理論の内で、有限オートマトン写像の最大不変集合に関する問題として把握することによって解決するとともに、他のいくつかの問題の取扱いに対しても有効な方法を提示している。

有限オートマトンは有限個の内部状態を持ち入力によって状態遷移をしながら入力記号系列を出力記号系列に変換する機構(デジタル回路)の数学的モデルであって Moore-Mealy (1956) によって定式化された。セル構造オートマトンは、von Neumann の遺稿(1952推定)による自己増殖モデルの定式化であるが、Naumann のモデルが同一構造を持つ有限オートマトンを二次元平面に一樣に無限個配置しているのに対して、申請論文で扱われているのは、実用上は繰り返し回路と呼ばれているものに対応していて、セルと呼ばれる同一構造のオートマトンを  $n$  個一列に並べ、一つのセルの状態の変化は、直接左右につらなる二つのセルの状態と自分自身の状態とでできる機構であって、局所的状態遷移関数  $f: S^3 \rightarrow S$  により記述される。この一次元セル構造オートマトンの大局的振舞は、ある時点での  $n$  個のセルの状態に対して次の時点での  $n$  個のセルの状態を対応させる写像であり、 $n$  がすべての自然数を動くときのこれらの写像は全体として、任意長の状態系列の集合  $S^*$  からそれ自身への写像  $F: S^* \rightarrow S^*$  を定義している。この写像  $F$  の性質は、一次元セル構造オートマトンの振舞の、サイズ  $n$  が増加したときの規則性の変化の複雑さを表わすものと考えられる。このような観点からのセル構造オートマトンの研究は西尾、小淵(1972~3)によって始められ、原始状態集合  $S^* - F(S^*)$  や安定状態集合  $\{x | F(x) = x \in S^*\}$  が正則集合となること、

また、任意に与えられた系について、 $F$  が全単射であるか否かを決定する 真偽決定問題が研究されてきた。

申請論文では、未解決であった、 $F$  の周期状態の集合、すなわち、ある状態系列  $x$  から出発して時間経過のうちに  $x$  にもどるような状態系列  $x$  の集合の性質を明らかにし、とくに、それが正則であるか否かについて、否定的解決を与えた。このことは、セル構造オートマトンの周期性に関する構造がサイズの増加とともに、予想に反して複雑になることを示すものであって、注目に値する知見を見出だしたと考えられる。

申請論文が上記の問題の解決のために案出した方法は、セル構造オートマトン写像を、有限オートマトン写像の一般論に転換し、前者における周期状態集合に等価な概念として後者における最大不変集合を提案し、さらに、その構造を適確に  $S_{\max}$ -tree として表現することから成っており、数学的独創性を十分に示すものである。

この申請者の提案した最大不変集合の概念およびその構造の表現方法が申請論文の主題以外にも有用なことは、参考論文として提出している「最大不変集合に関する真偽決定問題」、「一次元セル構造オートマトンにおける情報伝達と最大不変集合」の二編の論文に発展していることから知られる。

以上述べたごとく、申請論文はセル構造オートマトン理論に対して注目すべき知見を与えたものであり、方法の展開において示された数学的独創性ととも、情報科学および数学に寄与すること多大である。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。