

# Boussinesq 乱流の統計理論とその応用

東大 生産研 吉澤 徹

自然には浮力が重要な役割を果たしている現象が多々ある  
(例えば *stellar convection*, *thermocline erosion*)。  
浮力は重力と密接に関連しており、扱われる乱れの場合は本質  
的に非一様である。そのための統計力学的取扱は容易でない。

著者は最近任意の平均流のもとで生じるレイノルズ応力を  
求める手法を提案した (refs. 1-3)。その骨子を要約す  
ると

平均場とそのまわりの乱れは別々の時間・空間的ス  
ケールをもち、乱れは平均場に対して時間的に定常  
、空間的に一様と見なすことができる (具体的計算  
には  $\mathcal{I}$  定式化を用いる)。

上の手法を速度場  $\mathbf{v}$ 、スカラー場  $\phi$  (例えば温度、密度)  
に適用する。今

$$\mathbf{v} = \mathbf{U} + \mathbf{u}, \quad \langle \mathbf{u} \rangle = 0,$$

$$\psi = \langle \mathcal{H} \rangle + \theta, \quad \langle \theta \rangle = 0,$$

( $\langle \rangle$  はアンサンブル平均である) と書き、 $V$ ,  $\psi$  に対する方程式系

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} V^\alpha = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} V^\alpha + \frac{\partial}{\partial x^\beta} V^\beta V^\alpha = - \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \pi + \nu \frac{\partial^2}{\partial x^\beta \partial x^\beta} V^\alpha + A^\alpha \psi,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} V^\alpha \psi = \kappa \frac{\partial^2}{\partial x^\alpha \partial x^\alpha} \psi,$$

( $\pi$  は圧力、 $A^\alpha$  は定数) に上の等式を適用する。結果は

$$- \langle u^\alpha u^\beta \rangle = - \gamma \delta^{\alpha\beta} + \nu_e^{\alpha\beta\alpha\alpha} \left( \frac{\partial \sigma^\alpha}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial \sigma^\alpha}{\partial x^\alpha} \right) + \lambda^{\alpha\beta\alpha\alpha} \left( A^\alpha \frac{\partial \langle \mathcal{H} \rangle}{\partial x^\alpha} + A^\alpha \frac{\partial \langle \mathcal{H} \rangle}{\partial x^\alpha} \right),$$

$$- \langle u^\alpha \theta \rangle = \kappa_e \frac{\partial \langle \mathcal{H} \rangle}{\partial x^\alpha},$$

そこで

$$\gamma = 0.44 \epsilon^{2/3} l_M^{2/3},$$

$$\nu_e^{\alpha\beta\alpha\alpha} = \begin{cases} 0.046 \epsilon^{1/3} l_M^{2/3} \delta^{\alpha\alpha} \delta^{\beta\beta} & \alpha \neq \beta \\ 0.061 \epsilon^{1/3} l_M^{4/3} \delta^{\alpha\alpha} \delta^{\alpha\alpha} & \alpha = \beta \end{cases}$$

$$\lambda^{\alpha\beta\alpha\alpha} = \begin{cases} 0.0085 l_M^2 \delta^{\alpha\alpha} \delta^{\beta\beta} & \alpha \neq \beta \\ 0.011 l_M^2 \delta^{\alpha\alpha} \delta^{\alpha\alpha} & \alpha = \beta \end{cases}$$

$$\kappa_e = 0.058 \epsilon^{1/3} l_M^{4/3}$$

上式中の  $\epsilon$  は乱流エネルギーの散逸の割合であり、 $l_M$  は乱流場中の最も大きな渦 (渦) の大きさである。

上の結果を平均場に対する方程式と組み合わせることによ

って

(i) *stellar convection* における熱流の評価

(ii) *thermocline erosion* の機構の説明

を行なうことができる。なお、詳細に関しては *ref. 4* を参照されたい。

#### References

- 1) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 46 (1979) 669.
- 2) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 659.
- 3) A. Yoshizawa: J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 1665.
- 4) A. Yoshizawa: submitted to J. Phys. Soc. Jpn. (1979).