

強誘電体・磁性体の dynamics

京大 理 谷 憲 輔

i) dynamic scaling law

Ferrel et al.¹⁾ 及び Halperin-Hohenberg²⁾ によって提唱された dynamic scaling law は波数 k の mode の振動数 ω_k , 減衰定数 Γ_k が critical point T_c 近傍で

$$i\omega_k - \Gamma_k = k^n f(\kappa/k) \quad (1)$$

と相転移に relevant な fluctuations の温度 T に依存する correlation length $\kappa^{-1}(T)$ で scale される事を主張する。 n は物質定数。(1) は強・反強磁性体などについて実験的に支持されている。³⁾ 又, その成立の微視的根拠も研究されている。^{4), 5)} が然し, (1) の型で dynamic scaling law が成立するのは寧ろ特殊な場合の様に思われる。変位型強誘電体では

$$i\omega_k - \Gamma_k = k^n g(\kappa/k, \kappa_1/k, \dots) \quad (2)$$

であり, 一つの correlation length κ^{-1} のみでは scale 出来ない。⁶⁾ その物理的原因は (soft) mode k に働らく力 f_k は free Hamiltonian のみによるのに対して f_k に働らく力は interaction Hamiltonian にのみ依存するからである。 $\kappa_1 \dots$ は T のみならず k にも依存する。此の様に, 一般に何ヶの correlation lengths によって scale されるかは着目する物理量, と系の性質即ち Hamiltonian, に依る。此の見地から強・反強磁性体, 液体ヘリウムで成立つ (1) は (2) の特別な場合である。最近マグネタイトについてなされたスピン波の中性子散乱の実験⁷⁾ は $\omega_k \propto k^2 (T_c - T)^{0.265}$, $\Gamma_k(T_c) \propto k^{1.6}$ と磁性体でも明かに (1) が成立っていない (2) である事を示唆して興味深い。フェリ磁性で (1) が成立しないのは uniform 及び staggered susceptibilities が共に T_c で発散することに依るのであろう。

ii) critical regime に於ける新しい type の oscillatory behaviour

critical regime $\kappa \ll k$ では着目する mode k の波長より fluctuations の correlation length の方が長い為, hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ では無視出来る memory effect が重要となり, 新しい type の oscillatory behaviour を示す可能性がある。磁性体では sloppy spin wave として実験的にも理論的にも可成り研究されているが^{3), 5)} 此等の現象は磁性体内系は critical mode 自体に限られるわけではない。実際, 変位型強誘電体では soft mode 及び acoustic mode それぞれについて, hydrodynamical regime の frequencies と異った oscillations が存在する可能性が示された。⁶⁾ 強・反強磁性体の acoustic mode に対しては $iak^{1/2} - bk^{5/2}(k^{3/2})$ が予期される。⁸⁾ a, b は物質定数及び T に依存する。此等 critical regime 特有の oscillation が物理的に意味を持つ為には, その frequency が damping constant より小さい, frequency が hydrodynamical regime と同じ dispersion をもつとした frequency より大きい, $\kappa \ll k$, 等の諸条件を満たさねばならない。従って着目する mode と critical fluctuations との coupling constant の大きさ, T, k 等に可成り delicate によるので, 一概にはその存在を主張出来ぬが, 他の系の critical regime については未だ調べられていない。

iii) collective mode の hydrodynamical regime に於ける damping constant の波数依存性

波数 k の collective mode の減衰定数 Γ_k の相関関数表式は Mori⁹⁾ によって

$$\Gamma_k = \text{Re} \int_0^\infty dt e^{-i\Omega_k t} (f_k(t), f_k^*) / (A_k, A_k^*) \quad (3)$$

と与えられている。但し A_k は normal coordinate, f_k は A_k に作用する random force。hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ は, 厳密に云えば $(f_k(t), f_k^*)$ の local equilibrium への relaxation time を τ とすれば $\Omega_k \ll 1/\tau$ で specify される。従って Γ_k は $(f_k(t), f_k^*)$ の local equilibrium への decay の過程によって決まるが, collisionless regime $1/\tau \ll \Omega_k$ に比べて, local equilibrium 及び τ の T, k 依存性, が未知の為, Γ_k の T, k 依存性の計算は著るしく面倒である。が, Γ_k の k

依存性を predict する簡単な規則が提出された。¹⁰⁾ 即ち

" Γ_k の k 依存性は static correlations の ratio

$(f_k, f_k^*) / (A_k, A_k^*)$ の k 依存性に等しい"。

(4)

(4)の物理的根拠は; $\Omega_k \ll 1/\tau$ 故, 相互作用表示の $e^{-i\Omega_k t}$ の Ω_k を通しての k 依存性は Γ_k には効かない, τ は f_k に含まれる種々の波数をもった modes の relaxation times の average であるから k 依存性が average out される, である。更に $f_k = \sum_{k'} \sum_{k''} F(kk'k'') A_{k'} A_{k-k'}$ とした時 (f_k が2ヶ以上の normal coordinates を含むなど一般の場合についても同様), hydrodynamical regime である為 $\hbar\Omega_k \ll k_B T$ であるから $A_{k'}, A_{k-k'}$ の static correlation の k 依存性は無視できる。一方 $i\Omega_k = (\dot{A}_k, A_k^*) / (A_k, A_k^*)$ ⁹⁾ であるから Kubo's identity¹¹⁾ によって $(A_k, A_k^*) = 1/\hbar\Omega_k$, 従って(4)の計算は, $F(kk'k'')$ の k 依存性のみを調べればよく, 著るしく簡単になる。強誘電体, 強・反強磁性体, 絶縁体, 金属, 液体ヘリウムなどの phonons, spin waves 等, 筆者の知る限りでは(4)は任意の系の任意の collective mode に対して成立っている。又, フェリ磁性の lower branch spin wave に対して(4)から $\Gamma_k \propto k^4$ が predict されるが, ((i)の $\Gamma_k(T_c) \propto k^{1.6}$ は T_c での測定故 hydrodynamical regime ではない) 此は実験と consistent である。¹²⁾ (4)は磁性体中の phonon の様に接触系に対しても適用されるが, 着目する系のみ考えると, 上述の諸例から, 更に次の規則

" Γ_k の k 依存性は Ω_k^2 の k 依存性に等しい"

(5)

が成立っている様に思われる。従って(4)から $f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ が結論される。 A_k は一般に (soft mode は $k \rightarrow 0$ で $\Omega_k \rightarrow k^0, \Gamma_k \rightarrow k^0$ で(5)を満たすが, 此等保存量と直接結びつかぬ mode を別とすれば) 系の全, 粒子数, 運動量, 角 (スピン) 運動量等の保存量に関した量で与られ, $[A_k, H] \rightarrow 0$ ($k \rightarrow 0$) であるが, Hamiltonian を normal coordinates で書表わした時: $\dot{A}_k = (1/i\hbar)[A_k, H] = i\Omega_k A_k + f_k$; 第一項は $\Omega_k \rightarrow 0$, 第二項は $\sqrt{\Omega_k} \rightarrow 0$ とその conserve の仕方

が異ってくる。 $f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ は前述の様に $F(kk'k'') \propto \sqrt{\Omega_k}$ を意味するから、何故 $f_k \propto \sqrt{\Omega_k}$ であるのか? は、hydrodynamical regime に限らず collective mode の本質に関する様に思われる。なお hydrodynamical regime $k \ll \kappa$ でありさえすれば、(4), (5) は相転移点近傍に限らず任意の温度で適用される。(絶対零度近傍では κ^{-1} は $k_B T$ に等しい振動数の波長で定義される。) Γ_k の accurate な温度依存性を知るには、現在のところ Matsubara Green function¹³⁾ に対する Dyson equation を systematic に、乃至は self-consistently に systematic に、低周波数、長波長 limit で解く以外、未だ systematic な方法は展開されていない様に思われる。

- 1) R. Ferrel et al, Phys. Rev. Letters 18(1967), 891.
 - 2) B. I. Harperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. Letters 19.
(1967), 700.
 - 3) R. Nathans et al, J. Appl. Phys. 39(1968), 1237.
 - 4) H. Mori and H. Okamoto, Prog. Theor. Phys. 40(1968), 1287.
 - 5) K. Tomita and T. Kawasaki, Prog. Theor. Phys. 45(1971), 1
 - 6) K. Tani and M. Takemura, J. Phys. Soc. Japan 26 Suppl
(1969), 165; ibid 31(1971) 328.
 - 7) M. F. Collins and D. H. Saunderson, J. Appl. Phys. 41.
(1970), 1433.
 - 8) K. Tani and H. Tanaka, J. Phys. C 3(1970) L90.
 - 9) H. Mori, Prog. Theor. Phys. 33(1965), 423.
 - 10) K. Tani, J. Phys. C 3(1970) L60.
 - 11) R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan 12(1957), 570.
 - 12) D. H. Saunderson, private communication.
 - 13) T. Matsubara, Prog. Theor. Phys. 14(1955), 351.
- A. A. Abrikosov et al, Method of Quantum Field theory
in Statistical Physics (Prentice, 1963).