

氏 名	山 本 恭 二 やま もと きょう じ
学 位 の 種 類	工 学 博 士
学 位 記 番 号	論 工 博 第 375 号
学位授与の日付	昭 和 45 年 9 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 題 目	Flow of Slightly Rarefied Gas past a Body (物体を過ぎるやや稀薄な気体の流れに関する研究)

論文調査委員 (主 査)
教 授 玉 田 珖 教 授 桜 井 健 郎 教 授 神 元 五 郎

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は物体を過ぎるやや希薄な気体の定常な流れを、円柱のまわりのおそい流れと、平面壁に沿う速い流れについて、気体論における B-G-K 方程式（分子速度分布に対する Boltzmann 方程式の衝突項を単純化した方程式）に基づいて理論的に研究したもので、緒言、2部5章及び結論からなっている。

緒言では、物体を過ぎるやや希薄な気体の流れが希薄気体力学に於て重要かつ興味深い課題であるゆえんを述べ、流体力学と気体論との融合によってこの種の流れを解明しようとする本研究の方針を説明している。

第1部は円柱を過ぎるやや希薄な気体のおそい流れを論じたもので、3章からなっている。その第1章では、円柱の温度 T_w と一様流温度 T_0 が等しい場合を調べている。一般に分子速度分布に対する B-G-K の微積分方程式及び固体壁における境界条件（拡散反射すなわち壁から反射される分子は壁の速度及び温度に対する平衡分布をもつと仮定）には、Mach 数 M （流速と音速の比）、温度比 T_w/T_0 及び Knudsen 数 K （分子の平均自由行程と流れの代表長との比、希薄度を表わす）の3個のパラメタが含まれているが、ここではまず Mach 数と温度比が小さいものとして基礎方程式系を線型化し、次に之を Knudsen 数 k が小すなわちやや希薄な気体の場合について解くために、流れの領域を分子速度分布が平衡に近い $Y \gg K$ (y は壁からの無次元距離) の漸近場と速度分布が非平衡である $Y \sim K$ の Knudsen 層（以下 K 層と略記）とに分けて取扱っている。すなわちまず漸近場に於ては、速度分布関数を K のべきに展開し、これを線型化された B-G-K 方程式に代入することによって、分布関数のモーメントである流速、温度、密度等の平均量が、 K の任意の程度で、流体力学の Stokes 方程式によって支配されることを示すと共に、わき出しとすべり (K 層との接続のために必要) をゆるす壁面条件の許にその解を求めている。次に K 層に於ては B-G-K 方程式に流体力学で慣用の境界層手法 (K 層の拡大) を適用し、Stokes 解との接続を計りながら流速、温度等に対する積分方程式を導びき、その近似解を求めている。このようにして K について第2近似迄計算を進め、 K 層内の流速、温度等の分布や、漸近流の壁面でのすべり量、流れによって誘起される

温度場等の結果を得ている。又特に、円柱の受ける抵抗の公式を求め、 K による抵抗の変化を解明すると共に、既存の実験結果とよく一致することを確かめている。

第2章では円柱が一樣流の温度と異なる温度に保たれる場合 ($T_w \neq T_0$) を論じている。これは熱線風速計等の工学上の問題に関連するものである。前章と同様の方法により、第2近似までの解析を行ない、 K 層内の温度分布や漸近温度場の壁面での跳びの境界条件等の結果を得ると共に、円柱からの熱伝達に対する公式を導びき、既存の実験結果と比較している。この場合、実験値は理論値よりかなり低い壁に値を示すが、これは現実の分子の壁面での温度融和不全によるものと推測し、理論に於ける境界条件の改良に言及している。

第3章に於ては、表面温度の非一様性により物体が推力を得るという希薄気体特有の現象を取上げ、壁面温度が特に $T_w = T_0 \times (1 + k \cos \theta)$ (θ は円周角, k は小さい定数) の形であるときの、外力を受けない円柱の定常運動を、Stokes 方程式と第1次すべり境界条件を用いて解析し円柱が低温側に浮動することを明らかにし、その速度を求めている。

第2部は平面壁に沿うやや希薄な気体の速い流れ (Mach 数有限) を解析し、特に K 層に対する圧縮性の影響を調べたもので、2章からなっている。その第1章では、この種の流れの一般的解法について論じ、分布関数や流速、温度等を K のべきに展開 (Mach 数や温度比については展開しない) し、〔漸近解〕+〔 K 層解〕の形に解を求めようとする。漸近場の解析は線型の場合とはほぼ同様であるが、 K 層に於てはそこでの Mach 数が小さい (K の程度) という事情に着眼して非線型の B-G-K 方程式から平均量に関する非同次の線型積分方程式を導き、近似解を求めることに成功している。その結果、第0近似では漸近場の方程式は圧縮性 Navier-Stokes 方程式、また壁面での境界条件はすべりなしとなる (ふつうの流体力学と同じ)。次に第1近似に於て現われる壁面でのすべりや K 層は本質的には低速の場合と同じであることが示されている。さらに第2近似の解析によって、 K 層に直接現れる圧縮性の影響を明らかにし、又漸近場の方程式には、Navier-Stokes 項の他に新しい付加項が現れることを見出すと共に、その方程式に対する境界条件をも求めている。

第2章では、前章の結果を用いて Couette の流れ (速度の異なる平行2壁間の流れ) の解析を行なっている。そして Mach 数が4近くまでの4例について流速及び温度分布を図示し、 M と K による変遷を明らかにすると共に、既存の数値解法による結果と比較し、良好な一致を得ている。

結論は以上を要約したものである。

論文審査の結果の要旨

気体の流れは気体の分子数密度が大きい場合には、これを連続体とみなしてふつうの流体力学で取扱うことができる。しかし気体が希薄になると、その流れは分子の運動状態すなわち分子速度分布に直接影響されるようになり、気体論に基づいた取扱が必要になる。現在、希薄気体の流れの理論的研究は主として希薄度が小さい場合及び大きい場合の両極限から進められているが、前者すなわちやや希薄な気体の場合には、固体壁に接する薄い層いわゆる Knudsen 層の中だけで気体論的解析を行ない、その結果に接続するように外側の領域を流体力学的に解く方法が有力である。本論文はこのような方針で円柱を過ぎるお

その流れの正確な取扱いに始めて成功し、又この方法を速い流れの場合に拡張して平面壁を過ぎる流れを論じたものである。解析は気体論における B-G-K 方程式（分子速度分布を支配する Boltzmann 方程式の衝突項を簡略化した方程式）を基礎とし、固体壁においては分子の拡散反射を仮定している。又気体の希薄度すなわち Knudsen 数 K （分子の平均自由行路と流れの代表長との比）が小さいとして数学的には特異摂動の問題として取扱っているわけである。

第1部では円柱を過ぎる流れを研究しているが、まず流れがおそく（Mach数小）、温度差も小さいとして基礎方程式系を線型化し、次に速度分布関数を K のべきに展開することにより、 K の任意の程度に於て、連続体領域の流れは流体力学の Stokes 方程式に従うという重要な結果を導いている。又 Knudsen 層に於ては壁に垂直な座標を K^{-1} 倍に拡大し、連続体域との融合を計りながら解を求めている。実際の計算は K 展開の第2近似まで実行し、Knudsen 層の構造を解明すると共に、壁における流速や温度のすべり係数を算定している。又円柱の抵抗と熱伝達に対する公式を求め、既存の実験結果と比較して良好な一致を得ている。

第2部に於ては、流れの Mach 数及び温度差が小さくない場合へ先の解析を拡張することを試みている。この場合には基礎方程式系は非線型であって従来、解析的取扱いは困難とされていたのであるが、著者は K が小さい場合には Knudsen 層の中では流れの Mach 数が小さい（ K の程度）ことに着眼して基礎方程式を局所的に線型化できることに気付き、この方向で一般解法を構成すると共に、平面 Couette 流れ（平行な動壁と静壁との間の流れ）を具体的に取扱い、流速や温度分布等について興味深い結果を得ている。

以上要するに本論文はやや希薄な気体の流れについて、有力な新しい解法を提案すると共に、之を応用して種々の重要な知見を加えたもので、学術上、応用上寄与する所が少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。