

結合電子回路における カオス—カオス転移Ⅱ

熊本大教育 福島和洋
九工大工 山田知司
愛教大物理 矢崎太一

結合カオス系の研究は、時空カオスへの第一段階としての意味から興味深い。結合振動子系を考える。結合が強いときには、引き込み現象が起こる。これは、個々の振動子の状態がカオスのときでも起こるので、このとき引き込んだ状態は空間的に一様で、時間的にカオスである。結合の強さを弱くしていくと、引き込みが破れ、個々の振動子は別々の振動を行う。従って、系は空間的に非一様な状態となる。これは丁度、時間的にも空間的にもカオスの状態であり、乱流状態に対応する。2振動子結合カオス系においては、一様カオスから非一様カオスへの転移に伴って、Pomeau and Manneville の3つの型¹⁾とは異なる新しい型の間欠性カオスが見い出されている。²⁾

2振動子結合系は、空間的広がりをもつ系の最小単位と見なすことができるので最も単純ではあるが、空間的な面が取り入れられた系と考えられる。我々は、2つの振動子の結合系について、等価な回路を用いて実験を行っている。³⁻⁵⁾回路を図1に示す。1つの振動子は、インダクター L ($100\ \mu\text{H}$)、抵抗 R ($17.5\ \Omega$) とダイオード ($1\text{SV}50$) からなる非線形 LCR 回路である。ダイオードのもつキャパシタンスは、それにかかる電圧に依存し、その関数は Toda ポテンシャルによって近似される。2つの振動子はインダクター L_0 によって結合し、結合定数は、

$$K = \frac{L}{L_0} \quad (1)$$

で表される。外部電源の電圧

$$E(t) = V_b + G \sin \omega t \quad (2)$$

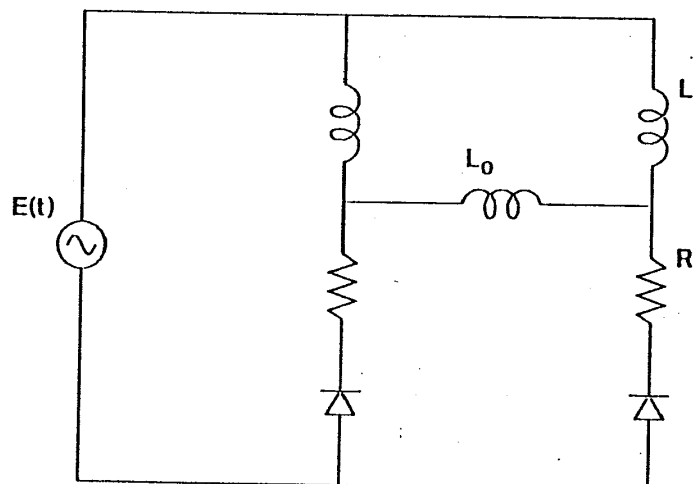


図 1

をかけ、ダイオードの両端の電圧 V_1 と V_2 を測定する。ここで、直流バイアスは $V_0 = 1\text{ V}$ に固定し、交流振幅 G と振動数 $f (= \omega/2\pi)$ を変えることにより、種々の状態が観測される。測定値は A/D 変換器を用いてデジタル データ として マイクロコンピュータ に取り込んでいる。

我々は以前に、各々の振動子系が 2 周期状態で結合したとき、Pomeau and Manneville の type-3 間欠性カオスが生じることを観測した。³⁾ これは、周期状態の不安定化によって生じた間欠性カオスの例である。

さて、各々の振動子がカオスの状態で結合した場合について行った実験結果を述べよう。⁴⁻⁶⁾ $G = 7.0\text{ V}$ 、 $f = 2.75\text{ MHz}$ の条件で、各振動子は結合していない時、周期倍化分岐によってできたカオスの状態にある。ここで、結合が強いとき、つまり L_0 の値が小さいとき、両振動子は引き込んで電圧の差 $\Delta V (= V_2 - V_1)$ が現れない。結合を弱くしていくと、徐々に電圧差 ΔV が生じ始める。電圧差はバーストとなって現れ、段々とその振幅と頻度を増す。更に完全に引き込みが破れ、非一様な状態へ転移する。この間欠性カオスによる転移の様子を図 2 に示す。この型のカオスの特徴は、バーストの振幅に分布があることである。この分布はべき的でありフラクタルな構造をもっている。^{4,5)} 分布がべき則になることは相乗雑音過程によって説明できる。⁵⁾

図 2 からわかるように、 κ が十分大きいときでも系は完全に引き込んではいない。これは、2 つの振動子の特性特にダイオードの特性、が完全に一致していないからである。測定した ΔV の時系列データの絶対値の平均値

$$\langle r \rangle = \frac{1}{N} \sum_i |\Delta V_i| \quad (3)$$

を求め、結合定数 κ に関してプロットしたグラフを図 3 に示した。 κ が大きい領域では、 $\langle r \rangle$ は小さくなっているが、上に述べた理由により、完全にゼロにはなっていない。 κ が小さくなるに従って $\langle r \rangle$ が大きくなる。しかし、急激な転移は起こらない。このこ

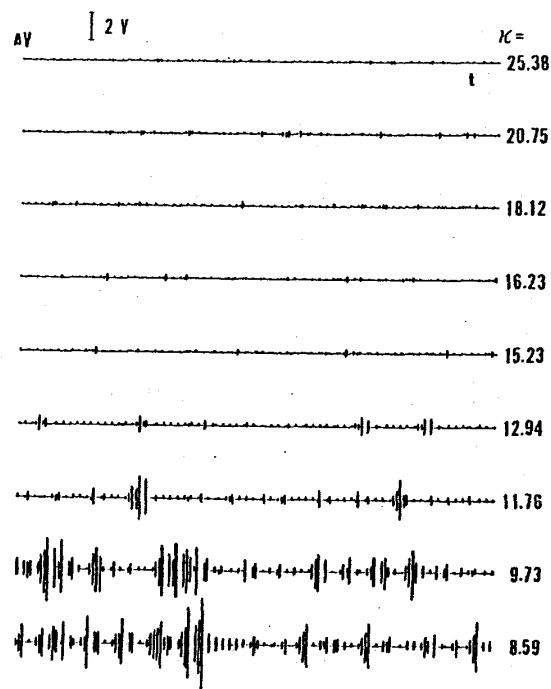


図 2

とを強磁性転移との対応において比較すると、平均値 $\langle r \rangle$ を秩序パラメーター（磁化 M ）、結合定数 K を温度 T としたとき、外部磁場が存在するときの相転移の振舞いと同じである。つまり、今の系における特性の差は、外場に相当する。 $\langle r \rangle$ の K 依存性は、分布関数から見積ることができるが、図 3 に実線で示した。

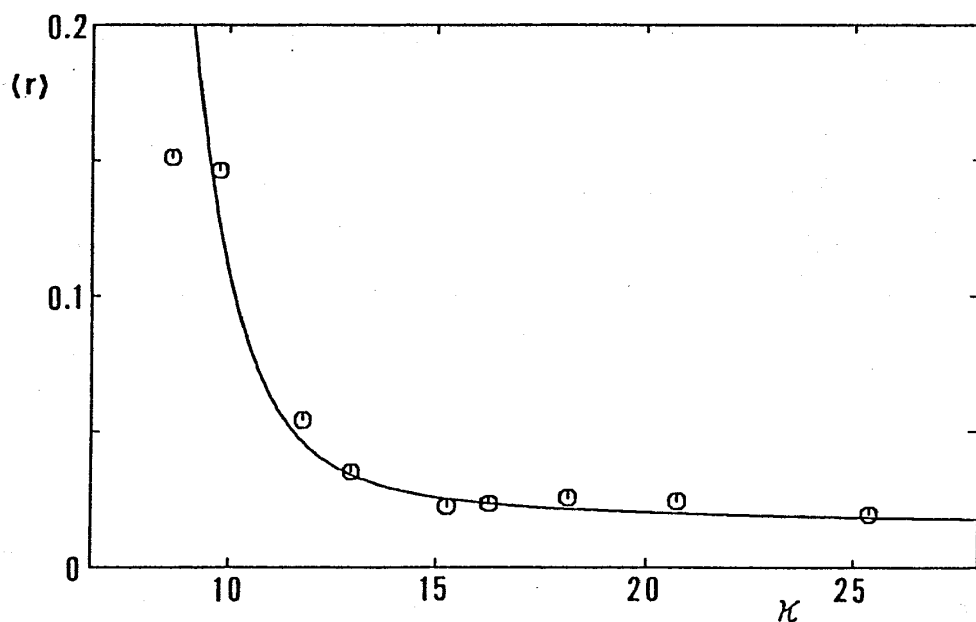


図 3

最近、時系列データから、そのゆらぎの特徴を引き出す新しい計算法が、藤坂と井上によって開発された。⁷⁾ 揺動スペクトル理論と呼ばれるその方法は、時系列 $\{u_i\}$ から、特性関数

$$\lambda_q = \frac{1}{q} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \langle e^{q \sum u_i} \rangle \quad (4)$$

を計算し、揺動スペクトル

$$\sigma(\alpha) = q(\alpha - \lambda_q) \quad (5)$$

を求める方法である。ただし、

$$\alpha = \frac{d}{dq} (q \lambda_q) \quad (6)$$

である。もし、時系列 $\{u_i\}$ が 2 つの値 r_1 と r_2 だけで構成されて

いるとすると、 λ_q は T をパラメーターとして、

$$\lambda_q = \frac{1}{qT} \log \left(p_1 e^{qTr_1} + p_2 e^{qTr_2} \right) \quad (7)$$

と表される。ただし、 p_1 、 p_2 は、 u_i がそれぞれ、 r_1 、 r_2 をとる確率である。我々は、この方法を用いて、図2の時系列のゆらぎを計算した。 $\kappa = 9.73$ のデータについて求めた特性関数 λ_q のグラフを図4に示す。実線は、(7)式を表す。図4において、実験データによる λ_q と2値モデルによる λ_q とは良く一致しているように見える。実験の時系列が2値モデルで表されるということは、むしろ驚くべきことである。

一般の相転移と同様、間欠性カオス転移においても、同じ意味でスケーリング則が成り立つ。揺動スペクトル $\sigma(\alpha)$ のスケーリング関係が、いくつかの間欠性カオス転移の例について研究されている。⁸⁾ また、結合ロジスティック写像から得られた、この型の間欠性カオスの転移点付近での特性関数 λ_q のスケーリング関係についても調べられている。⁹⁾ 我々は、違う方法でスケーリング関係を調べている。元の時系列の n 乗をとることによって、新しい時系列を再構築する。すると、べき n が大きくなるに従って、間欠性が強調され、あたかも、ある種の転移点に近づくように見える。この再構成された時系列について求めた揺動スペクトルは、 n の大きいところでスケールされることを見い出した。

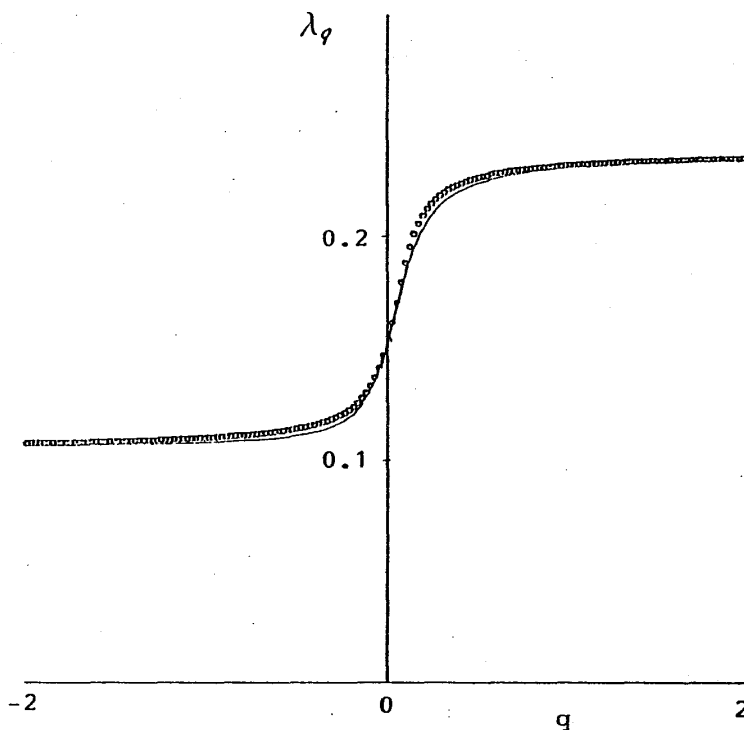


図 4

例えば、ある1つのパラメーターについてだけしか実験データを得ることができないというような場合に、この n 乗操作の方法は有用である。つまり、1つの時系列はそれだけで、多くの情報を含んでおり、 n 乗するという操作によって、その一面を引き出すことができるからである。

2つの振動子結合系における、一様カオス—非一様カオス転移に伴う新しい型の間欠性カオスの特徴について、いくつかの方法で研究した。結果は、大自由度系に対しても予測されることであると考えられる。我々の回路は、空間1次元、或は2次元への拡張は可能であり、今後の課題としたい。

参考文献

- 1) H. Fujisaka and T. Yamada: Prog. Theor. phys., 74 (1985) 18; 75 (1986) 1087.
- 2) Y. Pomeau and P. Manneville: Commun. math. Phys., 74 (1980) 189.
- 3) K. Fukushima and T. Yamada: J. Phys. Soc. Jpn., 57 (1988) 4055.
- 4) 福島和洋, 山田知司, 矢崎太一: 物性研究 51 (1989) 645.
- 5) T. Yamada, K. Fukushima and T. Yazaki: Prog. Theor. Phys. Suppl., 99 (1990)
- 6) T. Yamada, K. Fukushima and T. Yazaki: to be published.
- 7) H. Fujisaka: Prog. Theor. Phys., 71 (1984) 513; H. Fujisaka and M. Inoue: ibid., 74 (1985) 20.
- 8) H. Fujisaka, R. Hagiwara and M. Inoue: Phys. Rev., 38 (1988) 3680.
- 9) T. Yamane, T. Yamada and H. Fujisaka: Prog. Theor. Phys., 80 (1988) 588.