

- 8) R. T. Johnson, R. L. Kleinberg, R. A. Webb, and J. C. Wheatley, J. Low Temp. Phys. 18, 501 (1975).
- 9) P. C. Main, C. W. Kiewiet, W. T. Bond, J. R. Hook, D. J. Sandiford, and H. E. Hall, J. Phys. C9, L397 (1976).
- 10) J. C. Whetley, Rev. Mod. Phys. 47, 415 (1975).

Kinetic Equation の微視的導出と そのスピン緩和への応用

山口大文理 永井克彦

超流動 ^3He の NMR の線巾の議論は Legett-Takagi¹⁾ によって与えられたがそこでは, normal part の持つスピンが, 粒子間の衝突によって局所平衡に達する過程が議論された。normal spin は衝突によって保存されない為にこのような緩和が可能になる。この緩和時間は, Bogolon の Boltzmann 方程式を用いて議論出来るが,²⁾ 我々は, Bogolon の Boltzmann 方程式の微視的導出に興味をもって来た。

ここでは, ABM state を考え, ある時間変化をする与えられた外部磁場に対し normal spin が追隨していく過程を考える。

kinetic eq. を Kadanoff-Baym の方法に従って導いてみる。 4×4 行列の一体グリーン函数に対する方程式を, Self-Energy として Born 近似による散乱を含む形にとると次の様になる。

$$\psi(1) = \begin{pmatrix} \psi_{\uparrow}(1) \\ \psi_{\downarrow}(1) \\ \psi_{\uparrow}^+(1) \\ \psi_{\downarrow}^+(1) \end{pmatrix} \quad (1)$$

ととり, $G_{\alpha\beta}(1, 1') = (-i) \langle T \psi_{\alpha}(1) \psi_{\beta}^+(1') \rangle$ で G を定義すると, $G^{\lessgtr}(1, 1')$

永井克彦

に対して次の方程式が得られる。今は NMR の問題を考えているので、空間的には一様と考えられるから、

$$\frac{\partial}{\partial T} G^{\geq}(\mathbf{p}, \omega, T) + i[\xi, G^{\geq}] + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \xi}{\partial T}, \frac{\partial G^{\geq}}{\partial \omega} \right]_+ = I^{\geq} \quad (2)$$

$$I^{\geq} = \pm \frac{1}{2} \{ [\sum_c^> G^<]_+ - [\sum_c^< G^>]_+ \} \quad (\text{衝突項}) \quad (3)$$

ここで、 ξ はエネルギー行列であって、

$$\xi = \begin{pmatrix} \epsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\epsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -H \cdot \sigma + f_0^a \mathbf{S}, & 0 \\ 0 & H \cdot \sigma - f_0^a \mathbf{S} \end{pmatrix} \quad (4)$$

という形であるとする。 H は外部磁場を与え $f_0^a \mathbf{S}$ は、Fermi 液体効果を与える。外部磁場の一次の範囲では、 Δ は不変と考えている。ABMstate では、 $\uparrow$ spin 部分と、 $\downarrow$ spin 部分で独立な方程式に分けることが出来る。(2), (3) は $G^>$, $G^<$ の連立方程式であって、我々の欲しいのは $G^<$ であり、 $G^<$ が求まれば、

$$F_\sigma(\mathbf{p}, T) = \int \frac{d\omega}{2\pi} G_\sigma^<(\mathbf{p}, \omega, T)$$

から、Wigner 分布函数を求めることが出来る。(2), (3) を解く為に、先づ、spectral function

$$A_\sigma(\mathbf{p}, \omega, T) = G_\sigma^> + G_\sigma^<$$

を求めよう。(2), (3) から

$$\begin{aligned} A_\sigma(\mathbf{p}, \omega, T) = 2\pi \sum_{\nu=\pm 1} \left\{ \left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\nu \xi_0}{E_0} \right) - \frac{i\nu}{\delta E^\nu} [\dot{\xi}, \xi] \right] \right. \\ \left. \times \delta(\omega - \nu E_0) - \frac{i}{\delta E^\nu} [\dot{\xi}, \xi] \delta'(\omega - \nu E_0) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

と求まる。そこで、

$$G_{\sigma}^{<} = A_{\sigma} f(\omega) + \sum_{\nu} 2\pi \delta(\omega - \nu E_0) \delta F_{\nu\sigma}(\mathbf{p})$$

$$G_{\sigma}^{>} = A_{\sigma} (1 - f(\omega)) - \sum_{\nu} 2\pi \delta(\omega - \nu E_0) \delta F_{\nu\sigma}(\mathbf{p})$$

とおくことが出来， kinetic eq. は $\delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p})$ の方程式に帰着する。

その結果は，局所平衡からのずれの一次までで，

$$i[\xi_0, \delta F_{\nu\sigma}] + \left(\sigma_3 + \frac{\nu\epsilon}{E}\right) \frac{1}{2} f' \dot{X}_{\sigma} = I_{\sigma\nu}^{<} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} I_{\sigma\nu}^{<} = & -\frac{1}{\tau_{\mathbf{p}}} \delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p}) + \frac{2}{\pi^2 \tau_0} \int dx_3 B(x_3 - x) \\ & \times \frac{1}{2} \left\{ \left(1 + \frac{\nu \xi_0 \mathbf{p}}{E_{\mathbf{p}}}\right), \delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p}_3) \right\}_+ \end{aligned} \quad (7)$$

但し，今 T_c の近傍で $\Delta/k \cdot T_c$ の一次の寄与までを見る為に，衝突項は $\Delta/k T_c$ の最低次までとってある。又 $X_{\sigma} = \sigma(-H + f_0^{\sigma} S_z)$ ， $\tau_{\mathbf{p}}$ は $T = T_c$ での粒子の衝突時間であり， τ_0 はその Fermi 面上のものである。 B は， normal の Boltzmann 方程式に出て来る Kernel と同じもので $x = \epsilon/kT$ である。先づ， (6) の解を緩和時間近似で解くと， $\frac{1}{\tau} < \Delta$ の範囲で，

$$\delta F_{\nu}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_{\sigma} \left[\frac{\nu\epsilon}{E} \tau_{\mathbf{p}} + \frac{\epsilon}{E^2} \begin{pmatrix} \epsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\epsilon \end{pmatrix} \tau_{\mathbf{p}} \right]$$

となる。そこで，

$$\delta F_{\nu}(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_{\sigma} \left[\frac{\nu\epsilon}{E} \tau_0 Q(\epsilon) + \frac{\epsilon}{E^2} \begin{pmatrix} \epsilon & \Delta \\ \Delta^+ & -\epsilon \end{pmatrix} \tau_0 P(E) \right]$$

の形の解を想定して， (6)， (7) に入れると， P, Q の積分方程式が得られる。予想される結果は $P = Q$ であり， Q は， Bogolon の Boltzmann eq. で分布函数を，

$$\delta f_{\mathbf{p}\sigma} = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_{\sigma} \frac{\epsilon}{E} \tau_0 Q$$

とおいたものに一致すると思われるが，未だ確認出来ない。

原 純一郎

行列型の kinetic eq. は Wölfle⁽³⁾ によっても解かれているが、我々の方法、即ち、spectral function A を求める方法はより直接的である。 $1/\tau < \Delta$ の範囲では、Bogolon の Boltzmann 方程式が成立していることは、多分正当化されると考えられる。

参 考 文 献

- (1) Leggett-Takagi. Phys. Rev. Letters **34**, 1424 (1975).
- (2) Bhattacharyya et al. Phys. Rev. Letters **35**, 473 (1975).
- (3) Wölfle, J. Low Temp. Phys. **22**, 157 (1976)

Kinetic Equation の $T \simeq T_c$ でのふるまい

山口大・文理 原 純 一 郎

超流動 He-3 の $T \simeq T_c$ での K. E. (Kinetic Equation) のふるまいを調べる。次の様なグリーン関数行列を定義しよう。

$$G_{ij}^{<}(1, 1') = \langle \psi_j^+(1') \psi_i(1) \rangle, \quad G_{ij}^{>}(1, 1') = \langle \psi_i(1) \psi_j^+(1') \rangle$$

ここで、 ψ_j^+ は場の演算子 $\vec{\psi}^+ = (\psi_\sigma^+, \psi_\sigma)$ の j 成分、 ψ_i は $\vec{\psi}$ の i 成分であり、 $\langle \dots \rangle$ は統計平均を表わす。 σ はスピン添字である。 $G_{ij}^{\gtrless}(1, 1')$ の相対座標についてフーリエ変換した $G_{ij}^{\gtrless}(p, \omega, RT)$ に対する定常状態での K. E. は、Kadanoff, Baym に従って、

$$i[\xi, G^{\gtrless}]_{-} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \xi}{\partial P}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial R} \right]_{+} - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \xi}{\partial R}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial P} \right]_{+} = \pm I$$

となる。 ξ は Hatree-Fock 近似でのエネルギー行列、 I は Born 近似での衝突項を表わしている。スペクトル関数 $A(P, \omega, R) = G^{>} + G^{<}$ についてはすぐ解けて、