

一様磁場中の非中性プラズマを用いた実験から

檜垣浩之、加賀千翔人、伊藤清一、岡本宏己

HIROYUKI HIGAKI, CHIKATO KAGA, KIYOKAZU ITO, HIROMI OKAMOTO

広島大学大学院先端物質科学研究科

GRADUATE SCHOOL OF ADVANCED SCIENCES OF MATTERS, HIROSHIMA UNIVERSITY

曾我之泰

YUKIYASU SOGA

金沢大学理工研究域数物科学系

FACULTY OF MATHEMATICS AND PHYSICS,

INSTITUTE OF SCIENCE AND ENGINEERING, KANAZAWA UNIVERSITY

1 初めに

一様磁場中の非中性プラズマを用いた実験については、日本語でも日本物理学会誌等でいくつかの解説が書かれている [1]. そのためここで改めてその歴史や基礎的な事柄について記述するのは憚られるが、本研究会では宇宙物理、加速器物理さらには数学を専門とする他分野の参加者も多数いるので、簡単に紹介しておくことにしたい.

一様静磁場と静電場を用いた荷電粒子多体系の実験研究は Penning の研究に端を発していると考えられるが、荷電粒子を閉じ込めることにより物理実験に供しようとする試みは原子物理の分野で先行した [2]. 単一荷電粒子の閉じ込めが可能になって以降 [3], Penning trap を用いて電子、陽電子の磁気モーメントが高精度で測定されるようになり、近年では基礎物理定数の決定に寄与する [4] と共に陽子 [5] や反陽子 [6] の磁気モーメントも測定されるようになった. また、多価イオンや不安定核を閉じ込めてその質量電荷比等を測定しようとする研究も欧米を中心に盛んに行われている.

ちなみに、Penning trap の特徴は荷電粒子を磁力線方向に閉じ込めるための静電ポテンシャルが $\phi \propto (r^2 - 2z^2)$ の調和ポテンシャルで与えられていることにある. そこに正または負の電荷をもつ単一種の荷電粒子多体系として非中性プラズマ (Non-Neutral Plasma: NNP) を閉じ込める場合、密度一定の回転楕円体プラズマが剛体回転平衡状態となり安定に閉じ込められることが実験でも確認されている [7].

原子物理分野では閉じ込める粒子数を減らす努力が行われた一方で、プラズマ物理の分野では調和ポテンシャルにはこだわらず粒子数を増やすことにより、荷電粒子多体系の特

性を調べることに主眼が置かれた。そのため磁力線方向に長い円柱状の NNP を閉じ込める試みがプラズマ基礎実験で有名な J. H. Malmberg 氏を中心とするグループ (University of California, San Diego: UCSD) によって開始された [8]。この場合も、プラズマを閉じ込めるための両端の静電ポテンシャルの効果を無視して非常に長い密度一定の円柱状プラズマを仮定すると、図 1 に示したように剛体回転平衡状態が実現されると考えることができ [9]、実際の実験でも確認されている [10]。この剛体回転平衡は定性的には自己電場によるクーロン力と回転による遠心力からなる外向きの力がローレンツ力による内向きの力とつりあっている状態として理解することができる。閉じ込めの原理は Penning trap と同じであるが、非中性の荷電粒子多体系を閉じ込める場合、しばしば Penning-Malmberg trap と称されることもある。

Long NNP column in a uniform magnetic field

uniform density axisymmetric cylindrical plasma

$$n(r) = \begin{cases} n & (0 \leq r \leq r_p) \\ 0 & (r_p < r) \end{cases} \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r E_r(r) = -4\pi e n(r)$$

$$E_r(r) = \begin{cases} -\frac{m}{2e} \omega_p^2 r & (0 \leq r \leq r_p) \\ -\frac{m}{2e} \omega_p^2 \frac{r_p^2}{r} & (r_p < r) \end{cases} \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$$

radial force balance $V_\theta = \omega_r(r) r$

$$-m \frac{V_\theta^2}{r} = -e E_r(r) - \frac{e}{c} V_\theta B$$

$$\Rightarrow -\omega_r^2 = \frac{1}{2} \omega_p^2 - \omega_r \omega_c \quad \omega_c = \frac{eB}{mc}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_r^\pm = \frac{1}{2} \omega_c (1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\omega_p^2}{\omega_c^2}})} \quad n_B = \frac{B^2}{8\pi m c^2}$$

rigid rotor equilibrium

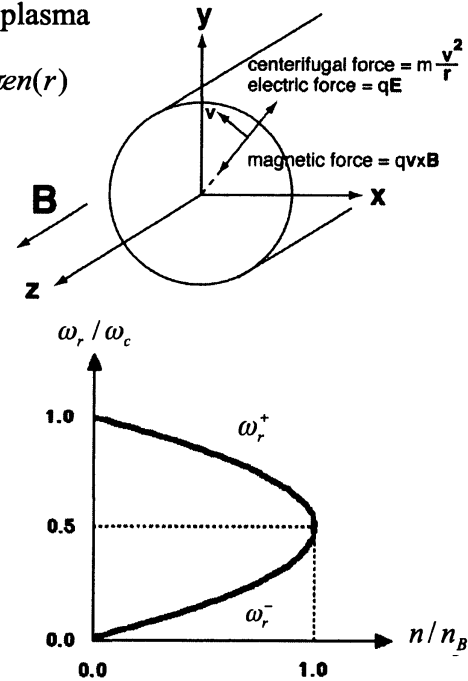


図 1: 密度一定の非中性プラズマ円柱における剛体回転平衡 [9]。

当初 UCSD における磁力線方向に長い NNP の実験研究は電子を用いて、閉じ込め時間、粒子拡散、線形振動 (diocotron 振動, 静電振動, サイクロトロン振動等), 非線形振動や種々の不安定性といったプラズマ物理に共通する基礎的課題に向けられていたが、1990 年代に入り超電導磁石を用いた強磁場が利用されるようになると強磁化プラズマやイオンプラズマを用いた研究も行われるようになった。特に、イオンのレーザー冷却の技術を用いた強結合プラズマの研究は NIST の J. J. Bollinger 氏や D. J. Wineland 氏のグループ

によって積極的に進められた [7]. また, 同じ UCSD の C. M. Surko 氏らのグループは以前より低エネルギーの陽電子を蓄積する研究を進めており, このころには 10^8 程度の陽電子からなる NNP を蓄積する技術確立するに至っている [11].

この Penning-Malmberg trap の特徴は閉じ込められる荷電粒子群のエネルギーは典型的には数 eV 以下と低いものの, 閉じ込め特性に優れていることと熱平衡状態を実現するという点にある. 例えば, 数 T の超電導磁石を用いれば, 電子や陽子では数千秒の閉じ込め時間が容易に実現できる. さらに, 剛体回転やプラズマ振動の周波数に同期した RF の電場を閉じ込め電極を介して印加することにより, 閉じ込められたプラズマの密度を制御したり, 実効的に閉じ込め時間を無限大にすることも可能となっている [10, 12]. そのため, 大量の陽電子や反陽子といった反粒子を超高真空中で NNP として閉じ込めるのに適しており, 近年は反水素原子の生成, 閉じ込めにおいて必要不可欠な技術となっている.

2 2次元流体としての非中性プラズマ

一様静磁場中の NNP に限っても上記のように非常に多様な研究が展開されている中でいま一つ特徴的なのは, Penning-Malmberg trap 中の NNP を 2 次元流体の理想的な実験対象として研究しようという試みである. プラズマは熱平衡状態では磁力線に沿って密度, 電位が一定となるため両端の閉じ込め電位による影響が無視できる場合, 磁力線方向の依存性を無視して磁力線に垂直な面内の 2 次元運動のみを考慮することができる.

先の密度一定の円柱状プラズマを例にとると, 密度が Brillouin density limit n_B に比べて十分小さいとき, 剛体回転の周波数はサイクロトロン周波数 $\omega_c/2\pi$ に近い $\omega_r^+/2\pi$ と周波数の低い $\omega_r^-/2\pi$ が存在する (図 1). 後者はプラズマ分野でよく使われるサイクロトロン運動を無視する近似 (guiding center 近似) のもとでの荷電粒子の運動に対応している. 実際,

$$|\mathbf{v}_d| \equiv \left| c \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \right| = \frac{cE}{B} = \frac{mc}{2e} \omega_p^2 r / B = \frac{\omega_p^2}{2\omega_c} r \sim \omega_r^- r$$

となっており, $\mathbf{v}_d$ によって表される荷電粒子の運動は $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトとよばれる.

一般的に磁場に垂直な 2 次元面での荷電粒子群の運動が, 自らの作る静電ポテンシャル ϕ で決まる電場 $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ により生じる $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ ドリフトだけで決まるならば, 粒子の速度場 $\mathbf{v}$ は自動的に $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ を満たし, 非圧縮性流体とみなせることになる. また, Poisson 方程式 ($\nabla^2\phi = -4\pi en$) を満たすことから渦度 $\Omega \equiv \nabla \times \mathbf{v}$ はプラズマの密度 n に比例するようになる. そのため粒子数の保存を表す連続の式が自動的に 2 次元での渦度の発展を表す渦度方程式になる (図 2 左). これを 2 次元の Euler 流体の式 (図 2 右) と比較すると流れ関数 ψ とポテンシャル ϕ , 渦度 Ω とプラズマ密度 n が対応していることが分かる [13].

NNP の場合, 閉じ込めの中心軸を原点とする 2 次元極座標 (r, θ) を用いると, 電子群 (密度 n) は全粒子数 N_{tot} , 全角運動量 P_θ , 全静電エネルギー E_{tot}

$$N_{tot} = \int \int n(r, \theta, t) r dr d\theta,$$

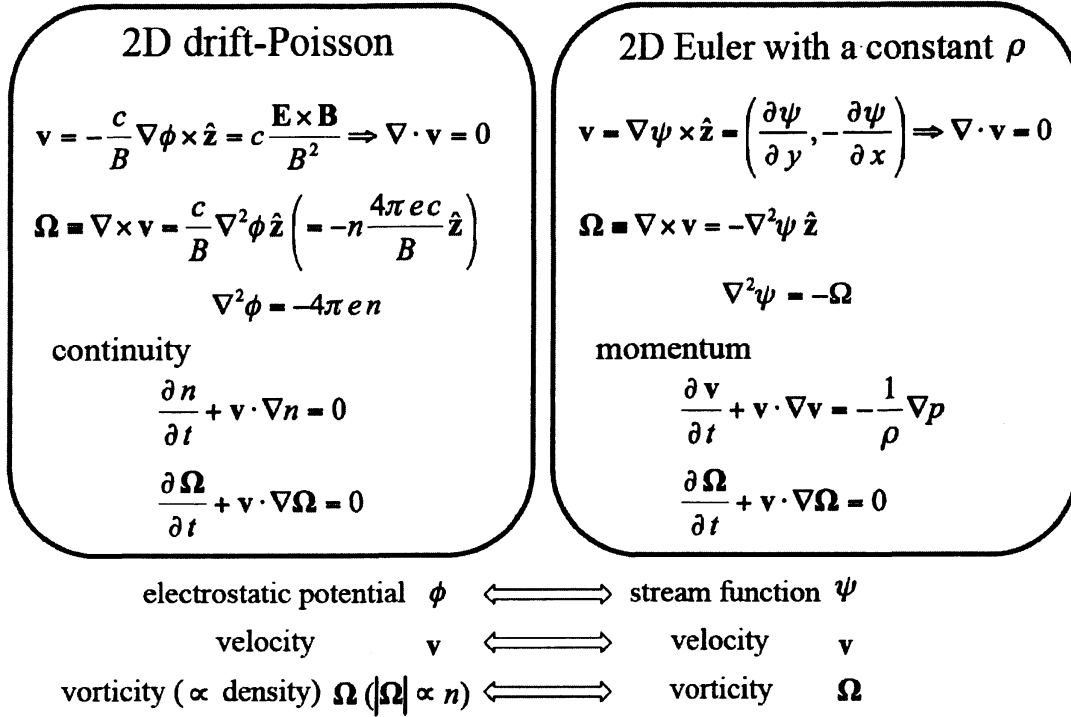


図 2: 2次元 drift-Poisson 方程式と 2次元 Euler 流体方程式との対応 [13].

$$P_\theta = \iint \left(-\frac{eB}{2c} r^2 \right) n(r, \theta, t) r dr d\theta,$$

$$E_{tot} = \iint \left(-\frac{1}{2} e \phi(r, \theta, t) \right) n(r, \theta, t) r dr d\theta$$

といった保存量に拘束されながら時間発展するが、これは 2D Euler 流体では全循環、全角インパルス、excess kinetic energy と呼ばれるものに相当する [13].

以上のことから、一様磁場中の NNP を用いれば 2D Euler 流体の理想的な実験条件を満たすことができると考えられるが、これにはもちろんいくつかの仮定が入っている。まずプラズマの粘性は初めから無視されている。電子から成る NNP において粘性は存在しないのかということとそのようなことはない。UCSD グループの実験によると [14], 実験的に測定される粘性は古典理論による依存性 $B^{-2} L^0$ から完全に逸脱しており, $B^1 L^{-3}$ に依存すると報告されている。ここで B は磁束密度 L はプラズマの長さである。彼らの実験はプラズマ密度 $0.5 \sim 2 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$, $4 \leq L \leq 44 \text{ cm}$, $470 \leq B \leq 10^4 \text{ G}$ で行われており, 粘性の測定値は 3 桁の広がりを持っている。しかしながら, この粘性の効果は典型的には秒の時間スケールでしか効いてこないということで, 主に点渦系として近似される実験をしていた UCSD グループにおいては無視されている。一方, 京都大学のグループは密度 $\sim 10^7 \text{ cm}^{-3}$, $L \sim 8 \text{ cm}$, $B \sim 480 \text{ G}$ の条件下で実験を行った [15]. 円環状の分布をもつ NNP が渦を形成して合体し, 中心にピークを持つ分布になる過程において, エンストロフィー

$Z_2 = \frac{1}{2} \int n^2 d^2\mathbf{r}$ の時間変化とパリンストロフィー $P = \frac{1}{2} \int |\nabla n|^2 d^2\mathbf{r}$ を画像計測から求め、

$$\frac{DZ_2}{Dt} = -2\nu P \quad (1)$$

の関係から粘性を評価している。エンストロフィー輸送率と粘性から求められた散逸のスケール長は実験と一致しており、不安定で乱流的なふるまいを示す過程においては数十 μs の時間でも粘性の効果がきいていることが示唆されている。

もうひとつ無視されているのが、プラズマの両端の閉じ込め電位の効果である。具体的には rotatinal pumping と呼ばれているが [16]、これは渦としてのプラズマ柱自身の回転周波数とプラズマ柱が閉じ込めの中心軸の周りを回転する周波数が異なる場合、プラズマが回転するのに伴ってその磁力線方向の長さが振動し、電子を加熱する状況を指している。この運動エネルギーは電子の静電エネルギーが変換されており結果として E_{tot} が保存しなくなると考えられる [17]。よって、2D Euler 流体としてはこれらの効果が顕著にならない条件下での時間発展を考える必要がある。

これら 2次元流体としての NNP の実験は 1990 年代は主に UCSD で行われ [13, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22]、2000 年代は主に京都大学の際本研究室で行われてきた [15, 23, 24, 25, 26]。いずれの場合も n (プラズマ密度もしくは循環) の累乗の積分は実験的には必ずしも良い保存量とはなっていないようである。そのため、”そもそも一様磁場中の NNP は 2D Euler 流体をどこまで近似できているのか?”、”2次元流体として $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ はどこまで満たされているのか”といった疑問が生じるのである。そこで、なるべく密度が低く、軸方向に長く、磁場が弱い状態に NNP を閉じ込めて、なるべく粘性の効果が小さくなるような条件のもとで実験をすることを考える。

3 実験装置

実験装置の概略を図 3 に示す。まず、真空中に設置された荷電粒子閉じ込め装置の中心軸に沿って並べられた 16 個の水冷磁場コイルに 80A の電流を流すことにより、約 250G の一様磁場を生成する。真空中の一様磁場領域には内径 70mm、厚さ 12mm の電極が 16mm 間隔で設置されているが、本実験では両端の 5 個ずつの電極に負の電位を印加し、多くの電極は接地することにより、電子を磁力線方向に閉じ込める。よって閉じ込め領域の長さ、つまり閉じ込められるプラズマの長さは 60cm 弱となる。この閉じ込め領域の一端には熱電子銃を設置し、もう一方の端には 500Å のアルミニウムが蒸着された蛍光面 (P20) と CCD カメラからなる画像撮像系を設置する。今回の実験の典型的なプラズマ密度は $\sim 10^6 \text{cm}^{-3}$ である。

ここでは小さいながらも粘性の効果が存在する場合には、それが顕著に表れる状況下で実験をするために、京都大学のグループと同様に円環状の密度分布をもった NNP を用意して、それが diocotron 不安定性により渦を形成し、合体する過程をみることにする。実験の手順としては、まず電子銃側の閉じ込め電位 (V_U) を蛍光面側の電位 (V_D) より低い状態にしておく。次に電子銃のカソードの電位 (V_c) を V_U より高くすることにより電子を 1

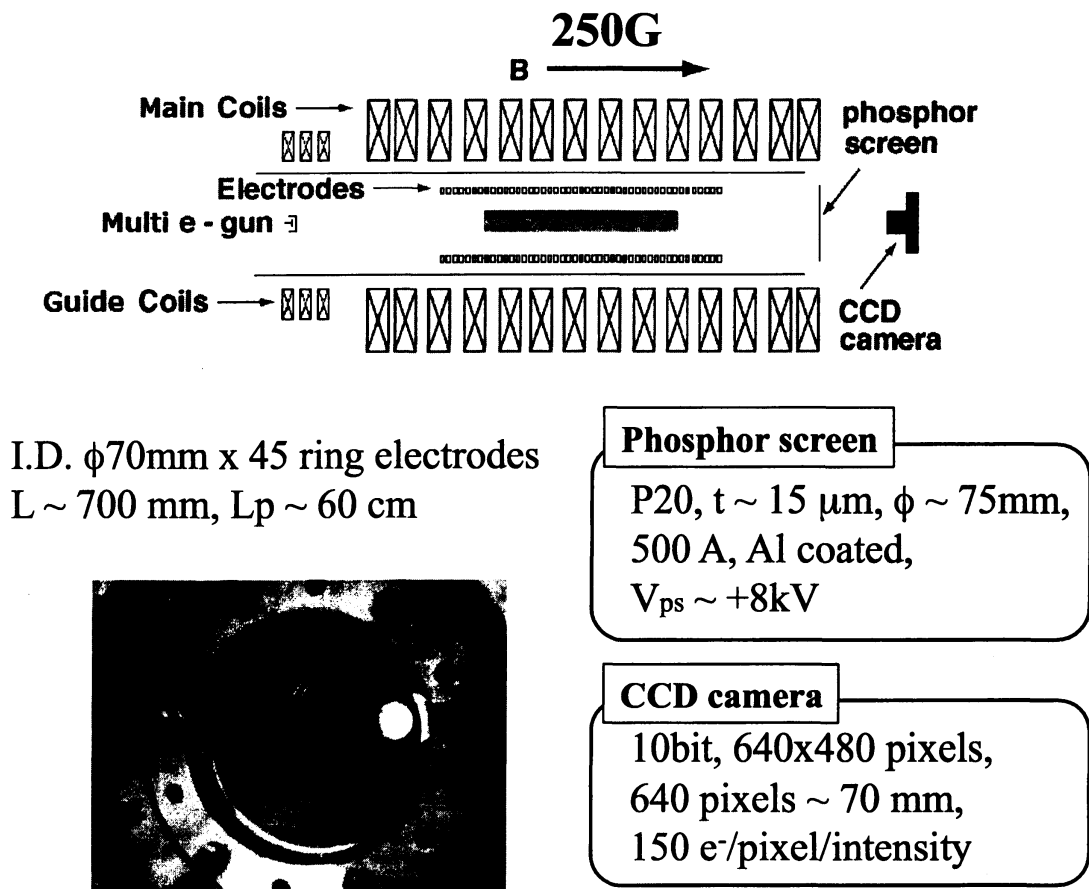


図 3: 実験装置の模式図

秒間多パルス入射する。この電子入射が終了して 300ms 程経過した時点では、密度がほぼ一定の円柱状プラズマが形成されているが、これは安定な状態なのでその後の時間発展は粒子同士の衝突による径方向の拡散が支配的となり、流体としてそれほど興味深い現象は生じない。そこで過去の研究と同様に再び V_U を数十 μs の間低い電圧にすることにより、中心軸付近の電子を閉じ込め領域から排出する。結果として磁力線に垂直な面内でドーナツ状の密度分布が形成されるが(図 4(a))、ここではこの時点を経由してプラズマの時間発展の開始時間 $t = 0$ とする。その後適当な時間 t_c だけプラズマを時間発展させてから V_D を接地して電子を +8kV にバイアスされた蛍光面に入射させて、蛍光面からの発光を CCD カメラで撮像する。この実験での典型的な電子温度は約 1eV で空間電位も考慮すると、電子の閉じ込め領域から蛍光面までの飛行時間は数百 ns 以下となる。これは本実験におけるプラズマ分布の時間発展のスケール(数十 μs) に比べると十分早くなっており、ある時刻 t_c でのプラズマ密度分布をだいたい正しく測定できていると考えられる。

4 初期実験の結果

まず、円環状の密度分布が形成されて $t = 100\mu\text{s}$ 後から $50\mu\text{s}$ ごとの密度分布の時間発展を図4(a)-(f)に示す。定性的には、 $200\mu\text{s}$ 後までは円環状の分布を保っているが、方位角方向の密度分布に濃淡が生じており、図4(c)では、2次の diocotron 振動が励起されていることが分かる。その後、 $250\mu\text{s}$ になると、円環状の密度分布が崩れて2つの渦が形成され、 $350\mu\text{s}$ にはほぼ中心にピークを持った密度分布が形成されている。各時刻に置いて、ある光量 (intensity: 密度に比例) を持った画素数 (count) を横軸に光量、縦軸に画素数を

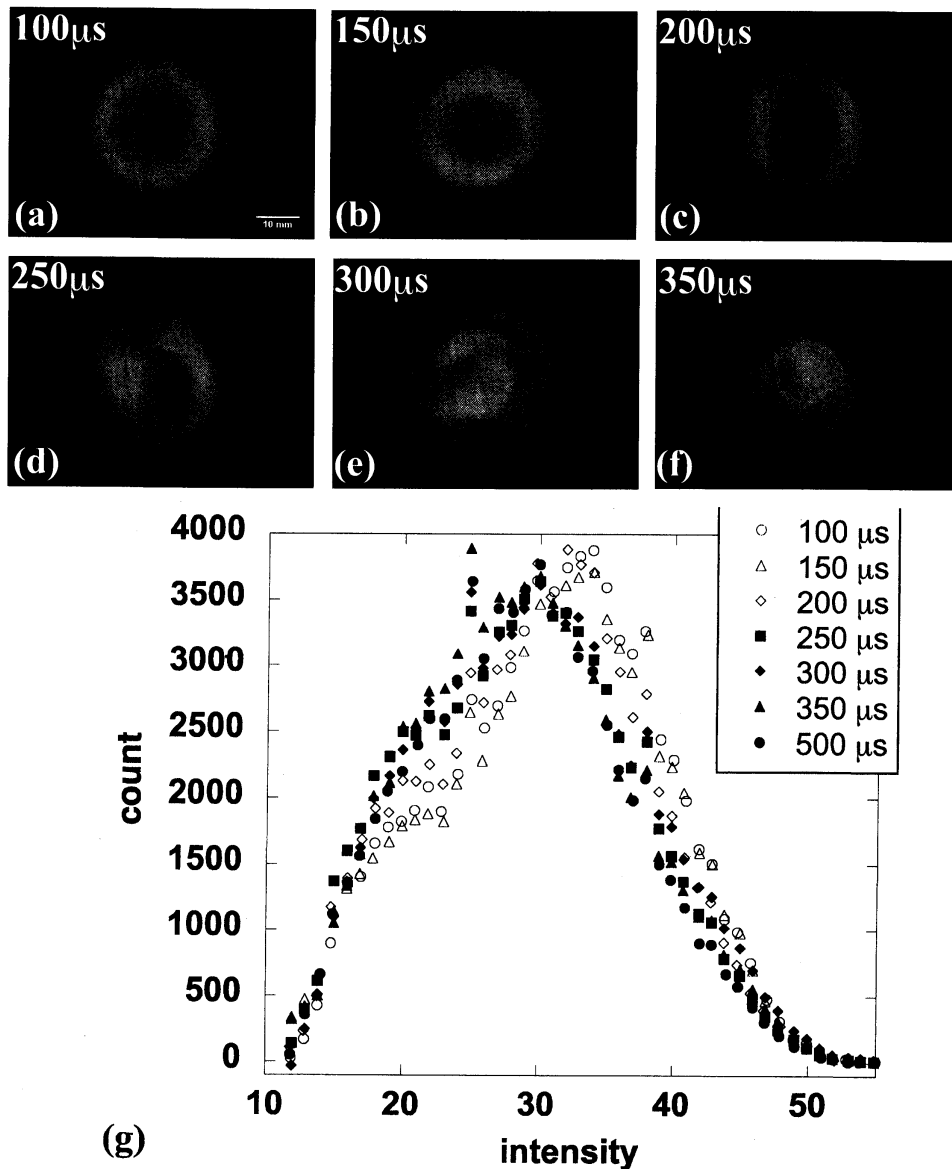


図 4: (a)-(f) 円環状初期密度分布の時間発展と (g) 光量スペクトルの時間変化

として図にした光量スペクトルが図4(g)である。円環状の密度分布が崩れる前の100, 150, 200 μ sのデータ点は白抜きで、それ以降の時間帯の分は黒塗りのデータ点で示してある。光量が10以下の分布はバックグラウンドノイズを引くと系統的に負の値が出たりするので、ここでは無視する。

詳細な解析はこれからではあるが、一見してわかるのは円環状の分布が崩れる前後で光量スペクトルは明るい部分(30~45)が減少して暗い部分(20~30)が増加していることである。もし、 $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ が成り立っているならば画面上で密度分布が変化しても光量スペクトルは保存していなければならないが、実際には光量スペクトルは変化してしまっている。また、光量は大きい(密度の高い)方から小さい(密度の低い)方に変化しているので、2次元面では面積が大きくなり、光っている全画素数(全 count)は増えることになるが、図4に示したデータではこの全画素数はほぼ一定となっている。これは光量が15以下の密度の低い部分での count の増加が正しく評価されていないためと考えられる。そのため解析方法の改良やより感度の高いCCDカメラの導入、もしくはより密度の高いプラズマで実験をする等の対応が必要になる。

渦が合体する上記の過程では、密度の高い部分が座標の原点に向かって移動する際その一部が密度の低い成分として径方向外側に吐き出されて P_θ (全角運動量、または全角インパルス)の保存を成立させていると考えられる[17]。渦の数こそ違いますが、径方向外側で回転していた渦が合体して中心に集まるという意味では京都大学の報告と同じであり、(1)式を用いて評価すれば小さいながらも粘性が存在すると考えられる。その意味では今回の実験パラメータで、2D Euler 流体を近似できているといえるかどうかは疑問の余地がある。

5 おわりに

今回の研究会は”長距離力に支配された多体系自己組織化の統一的理解を目指して”という題目で開催されたわけであるが、我々としては一様磁場中の非中性プラズマを用いて何が起きるかについて検討するよいきっかけになったというのが正直な感想である。例えば非中性プラズマとしては粘性の有無によらず、いくつかの渦が合体したときに、その結果を見てもともといくつの渦が合体したかわかるのか、渦が合体する過程の履歴が分かるのかというのは興味深いテーマであると感じた。また、一様磁場に限らず非中性プラズマの典型的な実験装置は大学の研究室で運用可能な荷電粒子多体系の有用な実験環境であるということも再認識できた。今後も荷電粒子多体系の自己組織化の理解の一助になるような研究を進めてみたいと思いを新たにしたところである。

なお、内容がずいぶん異なるので今回の報告には含めなかったが、一様磁場を用いた非中性プラズマの実験では加速器中のビームハローの形成に関連する実験も進行中であることを申し添えておく[27]。

- [1] "非中性プラズマのフロンティア", 毛利明博, 道下敏則, 日本物理学会誌, 52 巻 8 号 (1997)585,
 "非中性プラズマの最近の研究", 毛利明博, プラズマ核融合学会誌, 77 巻 3 号 (2001)213,
 "非中性プラズマ中の渦運動", 際本泰士, 日本物理学会誌, 56 巻 4 号 (2001)253,
 "非中性プラズマの渦", 際本泰士, プラズマ核融合学会誌, 77 巻 4 号 (2001)338.
- [2] "Bolometric technique for the rf spectroscopy of stored ions", H. G. Dehmelt and F. L. Walls, Phys. Rev. Lett. **21** (1968) 127.
 "Principles of the stored ion calorimeter", D. J. Wineland and H. G. Dehmelt, J. Appl. Phys. **46** (1975) 919.
- [3] "Monoelectron Oscillator", D. J. Wineland, P. Ekstrom, and H. G. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. **35** (1973) 1279.
- [4] "New Measurement of the Electron Magnetic Moment Using a One-Electron Quantum Cyclotron", B. Odom, D. Hanneke, B. D'Urso, and G. Gabrielse, Phys. Rev. Lett. **97** (2006) 030801.
- [5] "Direct Measurement of the Proton Magnetic Moment", J. DiSciacca and G. Gabrielse, Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 153001.
- [6] "One-Particle Measurement of the Antiproton Magnetic Moment", J. DiSciacca, M. Marshall, K. Marable, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 130801.
- [7] "Electrostatic modes of ion-trap plasmas", J. J. Bollinger, D. J. Heinzen, F. L. Moore, *et al.*, Phys. Rev. A **48** (1993) 525.
- [8] "Wave-Induced Transport in the Pure Electron Plasma", J. S. deGrassie and J. H. Malmberg, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1077.
- [9] "Physics of Nonneutral Plasmas", R. C. Davidson, Phys. Rev. Lett. **35** (1975) 577.
- [10] "Steady-State Confinement of Non-neutral Plasmas by Rotating Electric Fields", X.-P. Huang, F. Anderegg, E. M. Hollmann, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 875.
- [11] "Antimatter plasmas and antihydrogen", R. G. Greaves and C. M. Surko, Phys. Plasmas **4** (1997) 1528.
- [12] "Rotating Field Confinement of Pure Electron Plasmas Using Trivelpiece-Gould Modes", F. Anderegg, E. M. Hollmann, and C. F. Driscoll, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 4875.
- [13] "Experiments on vortex dynamics in pure electron plasmas", C. F. Driscoll and K. S. Fine, Phys. Fluids **B2** (1990) 1359.
- [14] "Measurements of Viscosity in Pure-Electron Plasmas", J. M. Kriesel and C. F. Driscoll, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 135003.

- [15] “Turbulent cascade in vortex dynamics of magnetized pure electron plasmas”, Y. Kawai, Y. Kiwamoto, Y. Soga, and J. Aoki, *Phys. Rev. E* **75** (2007) 066404.
- [16] “Transport and Damping from Rotational Pumping in Magnetized Electron Plasmas”, B. P. Cluggish and C. F. Driscoll, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4213.
- [17] “Electron vortex orbits and merger”, T. B. Mitchell and C. F. Driscoll, *Phys. Fluids* **8** (1996) 1828.
- [18] “Measurements of Symmetric Vortex Merger”, K. S. Fine, C. F. Driscoll, J. H. Malmberg, and T. B. Mitchell, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 588.
- [19] “Experiments on Stability of Equilibria of Two Vortices in a Cylindrical Trap”, T. B. Mitchell, C. F. Driscoll, and K. S. Fine, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 1371.
- [20] “Relaxation of 2D Turbulence to a Metaequilibrium near the Minimum Enstrophy State”, X.-P. Huang and C. F. Driscoll, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 2187.
- [21] “Experimental study of two-dimensional electron vortex dynamics in an applied irrotational flow”, D. L. Eggleston, *Phys. Plasmas* **1** (1994) 3850.
- [22] “Relaxation of 2D Turbulence to Vortex Crystals”, K. S. Fine, A. C. Cass, W. G. Flynn, and C. F. Driscoll, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 3277.
- [23] “Dynamics of Electron-Plasma Vortex in Background Vorticity Distribution”, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, and A. Mohri, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3173.
- [24] “Formation of a vortex crystal cell assisted by a background vorticity distribution”, A. Sanpei, Y. Kiwamoto, K. Ito, and Y. Soga, *Phys. Rev. E* **68** (2003) 016404.
- [25] “Formation and Relaxation of Two-Dimensional Vortex Crystals In a Magnetized Pure-Electron Plasma”, Y. Kiwamoto, N. Hashizume, Y. Soga, J. Aoki, and Y. Kawai, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 115002.
- [26] “Wavelet analysis of turbulent structures in a magnetized pure electron plasma”, Y. Kawai and Y. Kiwamoto, *Phys. Rev. E* **78** (2008) 036401.
- [27] “Proposed experiments for the study of beam halo formation”, H. Okamoto and H. Tanaka, *Nucl. Instr. Meth. A* **437** (1999) 178.