

研究会報告

- |                                          |      |     |   |
|------------------------------------------|------|-----|---|
| 5. ソリトンと $\text{SmC}^* - \text{SmC}$ 相境界 | 名大工  | 山下  | 護 |
| 6. トポロジカルな非線型励起と相転移                      | 阪大教養 | 川村  | 光 |
| 7. Ising-Heisenberg chain におけるソリトンの励起    | 東北大工 | 猪苗代 | 盛 |

生体系のソリトン

- |                                               |        |           |     |
|-----------------------------------------------|--------|-----------|-----|
| 1.*) 神経波解について                                 | 広大理    | 三村        | 昌泰  |
| 2. スーパーヘリクス DNA の理論                           | 東大教養   | 鶴秀生, 和達三樹 |     |
| 3. Solitary excitations in muscle contraction | 梶山女学園大 | 右衛門       | 佐重雄 |
| 4. Polypeptide 系と分子結晶における vibron soliton      | 京工繊大工芸 | 武野        | 正三  |
- classical solitons II.

- |                                 |      |    |    |
|---------------------------------|------|----|----|
| 1. Burgers-Hopf 方程式系の佐藤理論による取扱い | 早大理工 | 原田 | 等  |
| 2. KdV 方程式の一般的座標変換              | 広大工  | 伊藤 | 雅明 |

3月16日(土)

渦のダイナミクス

- |                              |     |    |    |
|------------------------------|-----|----|----|
| 1. 二次元非線型波動系のトポロジカルな渦のダイナミクス | 京大工 | 石森 | 勇次 |
|------------------------------|-----|----|----|
- ソリトンとカオス

- |                                       |     |   |    |
|---------------------------------------|-----|---|----|
| 1.*) カオスとフラクタル形成について                  | 京大理 | 畑 | 政義 |
| 2. 駆動された非線型 Schrödinger 方程式における低次元カオス |     |   |    |

名大理 野崎一洋, 戸次直明

- |                  |       |    |    |
|------------------|-------|----|----|
| 3. 反応拡散系における衝突波動 | 大阪教育大 | 古賀 | 真史 |
|------------------|-------|----|----|
- まとめ
- 東大教養 和達三樹

\*) : 総合講演

## 非線型格子の特性関数

戸田盛和

一般に

$$F(\alpha) = \int e^{-\alpha f(x)} dx = \int e^{-\alpha f} df / \left( \frac{df}{dx} \right) \quad (1)$$

は  $(df/dx)^{-1}$  の特性関数である。そこで非線形格子ポテンシャル

$$\phi(r) = e^{-r} - 1 + r \quad (2)$$

に対する特性関数として

$$Q(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z\phi(r)} dr \quad (3)$$

を考える。簡単な変数変換により

$$Q(z) = e^z z^{-z} \Gamma(z) \quad (4)$$

ここで  $\Gamma(z)$  はガンマ関数である。さらに Binet の第 2 公式<sup>1)</sup>により

$$\log \Gamma(z) = \log(z^z e^{-z}) + \log \sqrt{\frac{2\pi}{z}} + 2 \int_0^{\infty} \frac{\arctan(t/z)}{e^{2\pi t} - 1} dt \quad (5)$$

これを(4)に代入すると

$$Q(z) = \sqrt{\frac{2\pi}{z}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \int_0^1 \log \{ 1 - e^{-2\pi z \tan(\pi x/2)} \} dx \right] \quad (6)$$

を得る。ここで公式

$$\exp \left[ \int_0^1 \log f(x) dx \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \prod_{r=1}^n f\left(\frac{r}{n}\right) \right]^{1/n} \quad (7)$$

を用いると

$$\sqrt{\frac{z}{2\pi}} Q(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[ \prod_{r=1}^N \{ 1 - \exp(-2\pi z \tan \frac{\pi r}{2N}) \} \right]^{-1/2N} \quad (8)$$

を得る。次の点が問題である。

- (1) Binet の公式は Modern Analysis にあるように証明が大変めんどろであるが、(8)式、あるいはこれに類する式をより簡単に導く方法はないか。
- (2)  $z$  の関数として  $\Gamma(z)$  と(8)式とは解析的な性質が大変異なっているように見えるが、その関係はどうか。
- (3) 線形格子は  $z \gg 1$  の極限と考えることができる。この極限で(8)の右辺は 1 になる。非線形格子の励起 (エネルギー準位) のほかに非線形のポテンシャルに励起

$$U(n_1, n_2, \dots, n_N) = \sum_{r=1}^N n_r 2\pi \tan \frac{\pi r}{2N} \quad (n_r = 0, 1, \dots, \infty)$$

があると考えられる。 $r$  番目の準位は特性関数の因子

$$\sum_{n_r=0}^{\infty} e^{-z n_r \varepsilon_r} = (1 - e^{-z \varepsilon_r})^{-1} \quad (\varepsilon_r = 2\pi \tan \frac{\pi r}{2N})$$

の寄与をするからである．励起は粒子数に制限のないボーズ統計に従う ( $n_r = 0, 1, \dots, \infty$ )．準位の数 は格子の粒子数  $2N$  の半分 ( $r = 1, 2, \dots, N$ ) である．非線形格子の励起がこのような重畳原理にしたがうのはなぜか．

これらの点が解明されないので，とりあえず(8)式を数値的に確かめることにした．

| (8)式の右辺の値                                                                                                     |       |        |        |        | (4)式の値                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|--------|--------|--------|------------------------------|
| $\left[ \prod_{r=1}^N \left\{ 1 - \exp \left( -2\pi z \tan \frac{\pi r}{2N} \right) \right\} \right]^{-1/2N}$ |       |        |        |        | $\sqrt{\frac{z}{2\pi}} Q(z)$ |
|                                                                                                               | $N=9$ | $N=18$ | $N=45$ | $N=90$ |                              |
| $z=1$                                                                                                         | 1.030 | 1.048  | 1.064  | 1.072  | 1.084                        |
| $z=2$                                                                                                         | 1.007 | 1.016  | 1.027  | 1.033  | 1.042                        |
| $z=3$                                                                                                         | 1.002 | 1.007  | —      | —      | 1.030                        |

収束はあまりよくない．ことに大きな  $z$  の値をこの無限乗積で計算するのは困難である．しかし，いずれにせよ(8)式は数値的に確かめられたといってよいであろう．

## 文献

- 1) E. T. Whittaker and G. N. Watson, *A Course of Modern Analysis*, (1927) p. 251.

## 二次元戸田格子の Bessel 関数的な解

横浜国大・工 齊藤 革子, 滝澤 英一

京都工繊大・工芸 武 野 正 三

### § 1. 序

二次元戸田格子の Static な運動は，円筒対称座標で，動径方向に関して，

$$f_n \left( \frac{d^2 f_n}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df_n}{d\rho} \right) - \left( \frac{df_n}{d\rho} \right)^2 - [f_{n+1} f_{n-1} - f_n^2] = 0 \quad (1)$$