

載荷車両の動的効果を考慮した道路橋の地震応答特性

亀田 弘行・北 啓之

EARTHQUAKE RESPONSE OF HIGHWAY BRIDGES UNDER DYNAMIC EFFECTS OF VEHICLE LOADING

By *Hiroyuki KAMEDA* and *Hiroyuki KITA*

Synopsis

The effect of vehicle loading on the seismic load of highway bridges is discussed. Urban expressways that are subjected to frequent traffic congestions are of primary concern. For this purpose, it is assumed that a bridge is loaded with heavy trucks at the moment of earthquake occurrence. The subject is dealt with as a dynamic interaction problem between bridge structures and vehicles. Bridge-vehicle systems are analyzed in terms of complex eigen-value problem and response time-history analysis. The vibration modes pertinent to the effect of vehicle loading are identified. The result of earthquake response analysis is examined extensively by comparing the responses of bridge-vehicle systems and those of bridge-alone for various conditions of input earthquake motions and truck weight. From these results, the effect of vehicle loading on the seismic loads is made clear. On this basis, some comments are made on bridge design.

1. 緒 論

高速道路を建設するにあたり、変化に富む地形、建築物の密集する都市域という特色を持つわが国においては、土地の有効利用の手段として、あるいは交通公害対策の一環として数多くの高架道路橋が用いられている。一方、自動車の普及により高速道路橋上では慢性的な交通渋滞がみられ、複数の大型車両が同一の高架道路橋上に滞留していることも珍しくはない。ところが現行の道路橋の耐震設計基準では、道路橋の機能に多大な影響を及ぼすような大地震と交通渋滞が同時に生起する確率はきわめて小さいという判断により、地震時における活荷重の影響は特殊な場合を除き考慮しなくてもよいことになっている¹⁾。本研究は、現在の交通事情のもとでは前に述べたような判断が必ずしも妥当とは言えないという考えに基づき、載荷車両の存在が道路橋の地震荷重に対していかなる影響を与えるのかを考察するものである。

載荷車両が道路橋の地震荷重に与える影響としては次の2つの側面が考えられる。1つは“載荷車両の重量により桁重量が増加することに起因する効果”である（以後これを「静的効果 (static effect)」と呼ぶ）。静的効果は主として橋梁の地震荷重を増幅させる方向に働くが、車両載荷によって長周期側へと移動した橋梁-車両連成系の固有周期と入力地震動の卓越周期との相対的關係により、地震荷重を低減させる場合もありうる。もう一つは“載荷車両と橋梁の間にタイヤや緩衝ばねなどの減衰機構が存在することに起因する効果”である（以後これを「動的効果 (dynamic effect)」と呼ぶ）。載荷車両と橋梁が同位相で振動するモードが卓越する場合には、車両の存在は橋梁の地震荷重を増幅させ、逆位相で振動するモードが卓越する場合には車両はあたかもダイナミックダンパーであるかのように働き、橋梁の地震荷重

を低減させると考えられる。また車両の減衰機構には振動のエネルギーを熱エネルギーに変換し系全体の応答を減少させる付加的な減衰効果も存在する。実際の橋梁—車両連成系の振動においてはこれらの効果が複雑に影響合っている。車両の载荷条件や入力条件などを様々に変化させてシミュレーションを行うことにより、どのような条件下でどの効果が卓越するかを定量的に把握することができれば、本研究は現在の都市高速道路の地震防災対策や、将来建設される高架道路橋の耐震設計への適用が可能である。

2. 橋梁・車両の基本モデルとその特性

2.1 橋梁のモデル化

本研究で用いた橋梁のプロトタイプは阪神高速道路堺線住吉第2工区の高架単純桁橋1スパン分で、スパン長23 m, 桁重量325 tonfの比較的短スパンの道路橋を対象としている (Fig. 1)。林・亀田²⁾はこのプロトタイプをもとに Fig. 2 に示すような振動モデルを作成した。モデルは線形モデルであり質量と回転慣性を有する7つの節点と剛性と減衰を有する8つのエレメントにより構成されている。節点間に拘束

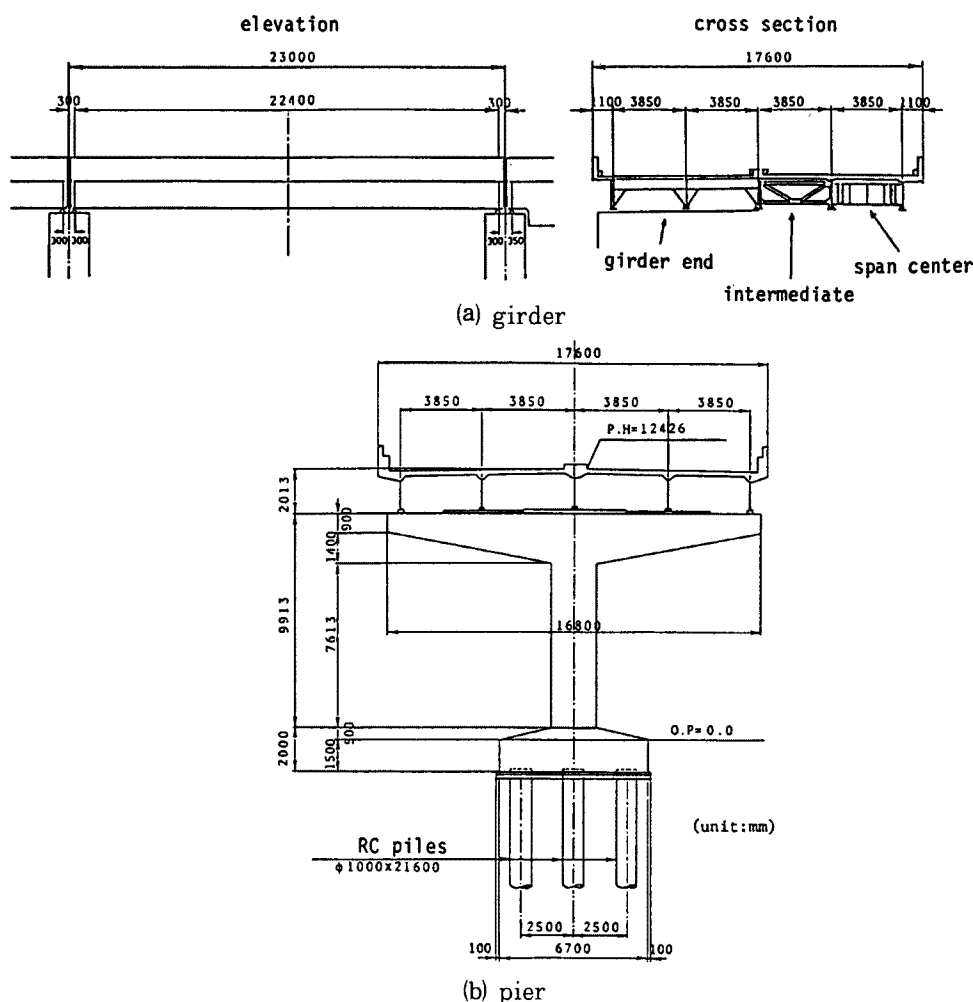


Fig. 1. Prototype bridge (Hanshin Expressway, Sumiyoshi Section 2).

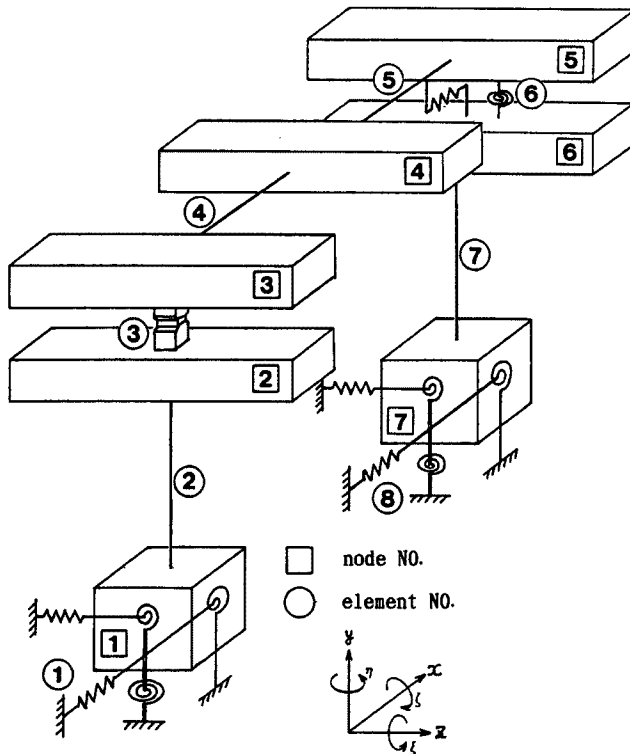


Fig. 2. Dynamic model of bridge.

がありまた上下動を考慮していないため、このモデルは20自由度となっている。減衰諸元の算出に当たっては、橋梁モデルを1つの節点とそれに接続するエレメントからなる構成要素に分解し、各要素毎に減衰定数を与え再びそれらを組み合わせる方法を用いた。Table 1に各節点の質量、Table 2に各エレメントの剛性、Table 3に各エレメントの減衰諸元を示した。またTable 4に橋梁の固有周期、減衰定数、及び刺激係数を示した。

2.2 車両のモデル化

車両のプロトタイプには橋梁の地震応答に与える影響を考慮し、活荷重/死荷重(比)の大きい10～11 tonf 積クラスの大型車両(大型トラック)を設定した。車両モデルはローリングとピッチングからなる非連成2自由度回転倒立振子とし(Fig. 3)、バウンス振動は考慮しない。また、渋滞時を想定しているため車両は全て停止しているものとする。さらに車両には

積荷が存在しその量を積載率 r (loading ratio) なるパラメータにより評価する。積載率 $r=0.0$ は積荷の無い状態を表わし、 $r=1.0$ は法規上の満載状態を表わす。Fig. 4に積載率と重量、ローリング、ピッチング周期の関係を示す。

車両の載荷位置についてはFig. 5に示すように橋梁1スパンを12分割し様々な車両配置での応答計算が可能にしてあるが、本研究では①から④の位置にそれぞれ1台ずつ計4台の対称載荷の場合を中心に考察をすすめた。

Table 1. Mass of each node of the dynamic model

node NO.	weight (tonf)	radius of gyration		
		r_{xi} (cm)	r_{yi} (cm)	r_{zi} (cm)
1	242.0	199.8	279.7	208.2
2	191.7	487.4	488.7	77.8
3	82.2	551.3	576.6	—
4	161.6	541.7	641.2	—
5	82.2	551.3	576.6	—
6	191.7	487.4	488.7	77.8
7	242.0	199.8	279.7	208.2

Table 2. Rigidity of model elements

element NO.		
① ⑧	spr. const. along x, z (horizontal) $k_x = k_y = k_z = k_{xz}$	6.753×10^2 (tonf/cm)
	spr. const. about x, z (rotational) $k_{\theta x} = k_{\theta y} = k_{\theta z} = k_{\theta}$	1.457×10^8 (tonf cm)
	spr. const. about y (rotational) $k_{\theta y} = k_{\theta}$	6.610×10^7 (tonf cm)
② ⑦	bending rigidity about x $EI_x = EI_y$	1.004×10^{10} (tonf cm ²)
	bending rigidity about z $EI_z = EI_x$	8.105×10^9 (tonf cm ²)
	torsional rigidity about y $GK_y = GK_z$	2.927×10^{10} (tonf cm ²)
④ ⑤	torsional rigidity about x $GK_x = GK_y$	1.725×10^{12} (tonf cm ²)
⑥	spr. const. along x (horizontal) k_x	1.954×10^8 (tonf/cm)
	spr. const. about y (rotational) k_{θ}	2.896×10^6 (tonf cm)

$$k_{\theta} = k_{\theta} \frac{GK_y}{I_z} = 3.845 \times 10^7 \text{ (tonf cm)}$$

$$k_{\theta} = k_{\theta} \frac{GK_z}{I_x} = 1.540 \times 10^8 \text{ (tonf cm)}$$

$$k_{\theta} = \sum_{m=1}^n k_{\theta} d_m^2 = 2.896 \times 10^6 \text{ (tonf cm)}$$

Table 3. Damping characteristics for model elements

damping coefficient: $C \times h$

(a)

element NO.	C^x (tonf sec/cm)	C^z (tonf sec/cm)	C^{θ} (tonf sec cm)	C^{θ} (tonf sec cm)	C^{θ} (tonf sec cm)	$C^{x\theta}$ (tonf sec)	$C^{z\theta}$ (tonf sec)
1, 8	2.581×10^1	2.581×10^1	2.415×10^6	2.516×10^6	2.259×10^6		
2, 7	3.082×10^1	3.061×10^1	6.380×10^6	6.087×10^6	3.386×10^6	5.299×10^2	-1.025×10^4
4, 5			1.220×10^7				
6	8.095×10^{-1}				5.682×10^5		

damping factor h

(b)

element NO.	C^x	C^z	C^{θ}	C^{θ}	C^{θ}	$C^{x\theta}$	$C^{z\theta}$
1, 8	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30		
2, 7	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
4, 5			0.05				
6	0.05				0.05		

note: Damping coefficients are obtained by multiplying the values in (a) with those in (b).

Table 4. Natural periods, damping factors, and participation factors of dominant vibration modes

mode NO.	natural period (sec.)	damping factor	participation factor			
			fixed-support pier		slide-support pier	
			longitudinal	transverse	longitudinal	transverse
1	0.9346	0.0797	0.0 +0.0j (0.0)	-0.0571 +0.1261j (0.1385)	0.0 +0.0j (0.0)	-0.0584 +0.1291j (0.1417)
2	0.9245	0.2265	0.4332 +0.1006j (0.4447)	0.0 +0.0j (0.0)	0.0473 +0.0153j (0.0497)	0.0 +0.0j (0.0)
3	0.5517	0.4038	-0.0225 +0.0099j (0.0246)	0.0 +0.0j (0.0)	-0.1412 -0.5126j (0.5317)	0.0 +0.0j (0.0)
4	0.2764	0.1615	0.0 +0.0j (0.0)	0.1782 +0.1992j (0.2673)	0.0 +0.0j (0.0)	-0.1791 -0.2005j (0.2688)
5	0.2412	0.1054	0.0 +0.0j (0.0)	-0.0008 -0.0006j (0.0010)	0.0 +0.0j (0.0)	0.0008 +0.0006j (0.0010)
6	0.1770	0.2510	0.0 +0.0j (0.0)	-0.0501 -0.1736j (0.1807)	0.0 +0.0j (0.0)	-0.0500 -0.1726j (0.1797)

() = absolute value,
j = unit of imaginary number.

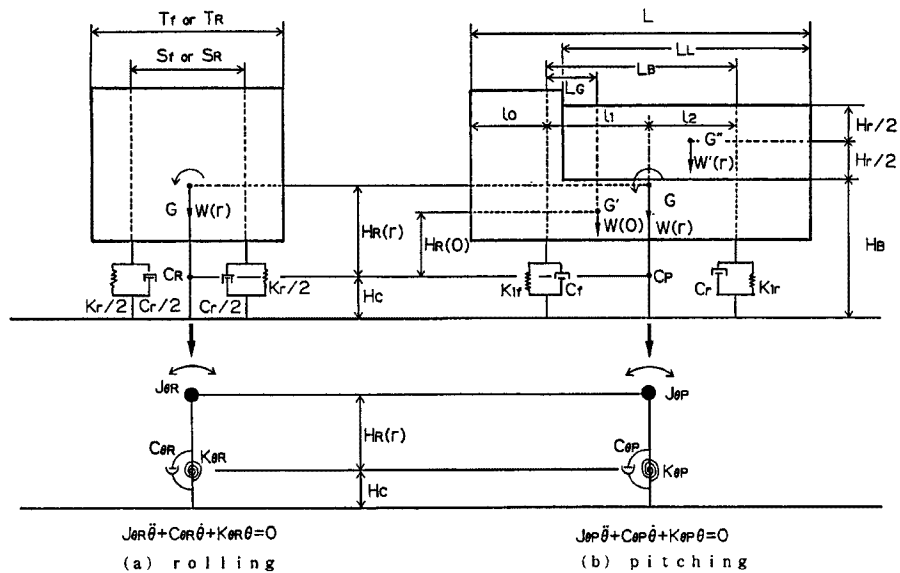


Fig. 3. Dynamic model of vehicle.

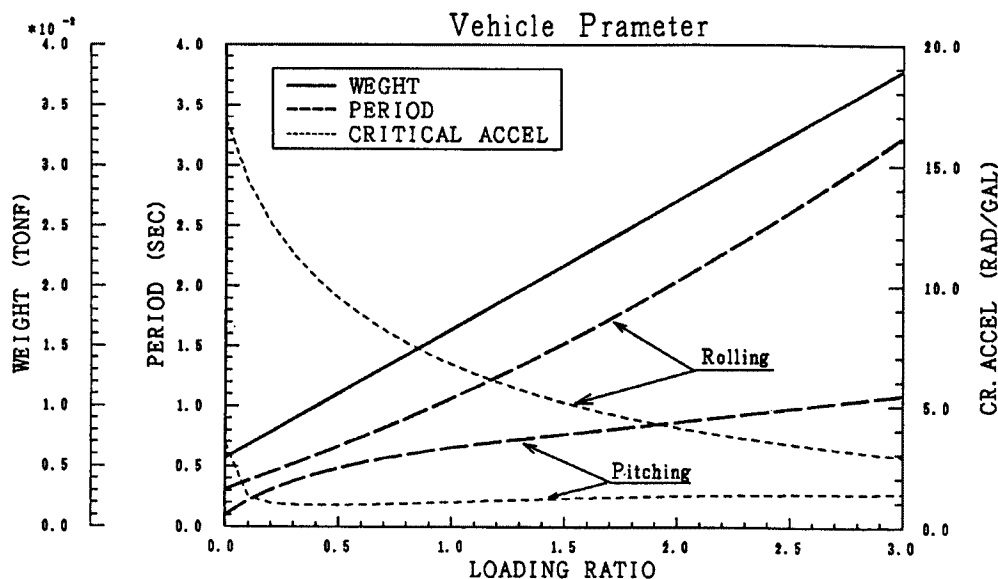


Fig. 4. Vehicle weight, rolling period, and pitching period as function of the loading ratio.

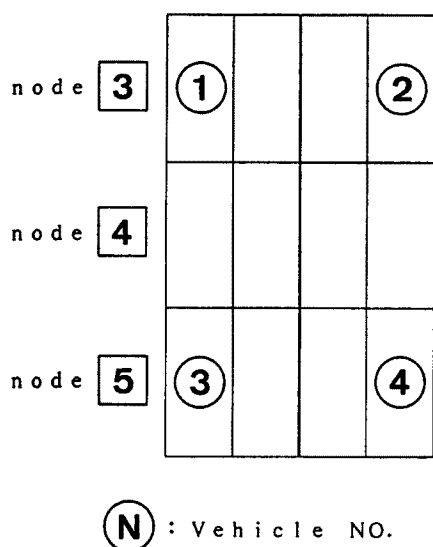


Fig. 5. Loading position of vehicles.

2.3 車両の载荷条件

車両の载荷方法としては、車両の動特性を考慮した载荷方法である動的载荷 (dynamic loading) と、車両を剛体と考え、桁上に剛結されているものとする静的载荷 (static loading) の2種類を用意し、両者による応答と橋梁単独系の応答の比較を行った。

2.4 固有値解析

橋梁モデルの減衰諸元を算出する際、橋梁をいくつかの要素に分解した後各要素毎に減衰定数を与え再びそれを組み合わせるという手順を取っていることは既に述べた。この方法を用いた場合、一般に行われているような実数領域での固有値解析は不可能である。従って本研究では扱う領域を複素領域にまで拡張した複素固有値解析³⁾の手法を用いた。この手法は橋梁と車両のように振動特性が互いに大きく異なる構造要素を結合させたモデルの解析に有効である。

Fig. 6 は橋梁単独系の振動モードである。1次モードは橋脚の橋軸直角方向同位相振動モード、2次モードは固定支承側橋脚と桁の橋軸方向振動モードとなっている。4次モードは橋脚の橋軸直角方向逆位相振動モード (逆対称ねじれモード) で、両橋脚に位相差のある入力を行った場合に励起される。6次モードは横梁部に最大変位が生じる橋軸直角方向同位相振動モードで、10次モードは基礎部分の橋軸直角方向同位相振動モードである。

次に車両载荷状態での振動モードとして積載率 $r=1.0$ なる車両を4台対称载荷した場合の結果を Fig. 7 に示す。図中 () 内に示される数字はそのモードに対応する橋梁単独系での振動次数である。これらの連成系振動モードの中でも特に1次モードと6次モードが重要である。両者は共に橋梁単独系における1次モードに相当するが橋梁と車両の振動の位相が異なっている。連成系1次モードでは橋梁と車両が同

位相で振動している。従ってこのモードが励起された場合車両の存在は橋梁の地震荷重を増大させる。また、連成系 6 次モードでは橋梁と車両は逆位相で振動しており、このモードが励起された場合車両の存在は橋梁の地震荷重を低減させる方向に作用する。以後、連成系 1 次モードを共振モード (amplifying mode)、連成系 6 次モードを制振モード (controlling mode) と呼ぶ。共振モードと制振モードの周期が接近していることが橋梁と車両の相互作用を複雑にしている原因の一つである。連成系 14 次モードは単独系 6 次モードに相当するが、これも一種の共振モードであると考えられる。

3. 橋梁-車両連成系の応答特性

3.1 応答解析の条件

この章では 3.2 節において周波数応答特性を、3.3 節で時刻歴応答特性、3.4 節で最大応答特性について考察する。3.4 節での一部を除き、車両の載荷は Fig. 5 に示す①から④に同じ積載率を有する車両を 1 台ずつ、計 4 台載荷する対称載荷とし、動的載荷及び静的載荷の場合の応答と橋梁単独系の場合の応答との比較を行う。

3.3 節、3.4 節で利用する入力には、バンド幅の異なる 3 種のフーリエスペクトルからそれぞれ卓越周期の異なる 13 個の模擬地震動を発生させ、合計 39 個用意した。バンド幅の大きいものから順に模擬入力地震波群 B (BEQ と略記)、同 A (AEQ と略記)、同 C (CEQ と略記) と呼ぶ。Fig. 8 に模擬入力地震波の加速度波形とフーリエスペクトルの一部を、Fig. 9 に模擬入力地震波群 A 全ての卓越周期、最大加速度、最大速度を示す。本研究では、両橋脚への入力に間に位相差がある場合の応答解析も行っている。

3.2 周波数応答特性

ここでは積載率、位相差を除々に変化させたときの基礎底面せん断力、橋脚下端曲げモーメントの周波数応答の変化を見る。Fig. 10 から Fig. 14 の図ではいずれも横軸に周期を縦軸に周波数応答関数の絶対値をとっている。

3.2.1 橋軸直角方向同位相入力の場合

Fig. 10 は積載率による基礎底面せん断力の周波数応答の変化を見るもので、一点鎖線は橋梁単独系の応答を、太線は車両を動的載荷した場合、太い点線は静的載荷の場合、細い点線は載荷車両の応答を表わしている。

橋梁単独系の応答の特徴として、0.95 秒付近に橋梁 1 次モードが存在するほか、0.2 秒付近に橋梁 6 次モード、0.1 秒付近に橋梁 10 次モードの極大があり、短周期の入力に対して支配的なモードが存在していることがわかる。

橋梁-車両連成系においては積載率にかかわらず 0.7 秒以下の短周期側では橋梁単独系の応答と一致し、0.7 秒以上の長周期側では静的載荷と動的載荷で積載率による応答の変化が全く異なる。静的載荷の場合、積載率の増加とともに 1 次モードは極大値を大きくしつつ長周期側へ移動している。このため短周期側には橋梁単独系を下回る部分ができ、入力との相対的關係によっては単独系を下回る応答を示す可能性もあることを表わしている。動的載荷の場合、積載率 $r = 0.1 \sim 0.6$ (同図(a), (b)) においては積載率の増加と共に連成系 1 次モード (共振モード) が成長しており、1.0 秒以上の周期では橋梁単独系の応答だけでなく静的載荷の場合の応答さえも上回っている。これは桁重量の増加による応答増に加え、橋梁と車両が共振することにより動的な励振効果が現れるためであると考えられ、橋梁-車両連成系の地震応答が橋梁単独系の応答を越える可能性があることを示唆している。積載率 $r = 0.6 \sim 1.3$ (同図(c), (d), (e)) では共振モードは長周期側へ移動しつつその極大値を小さくしている。低減の割合は前述の増大の割合に比べ積載率に敏感である。また、共振モードの低減にともない、0.8 秒付近より連成系 6 次モード (制振モード)

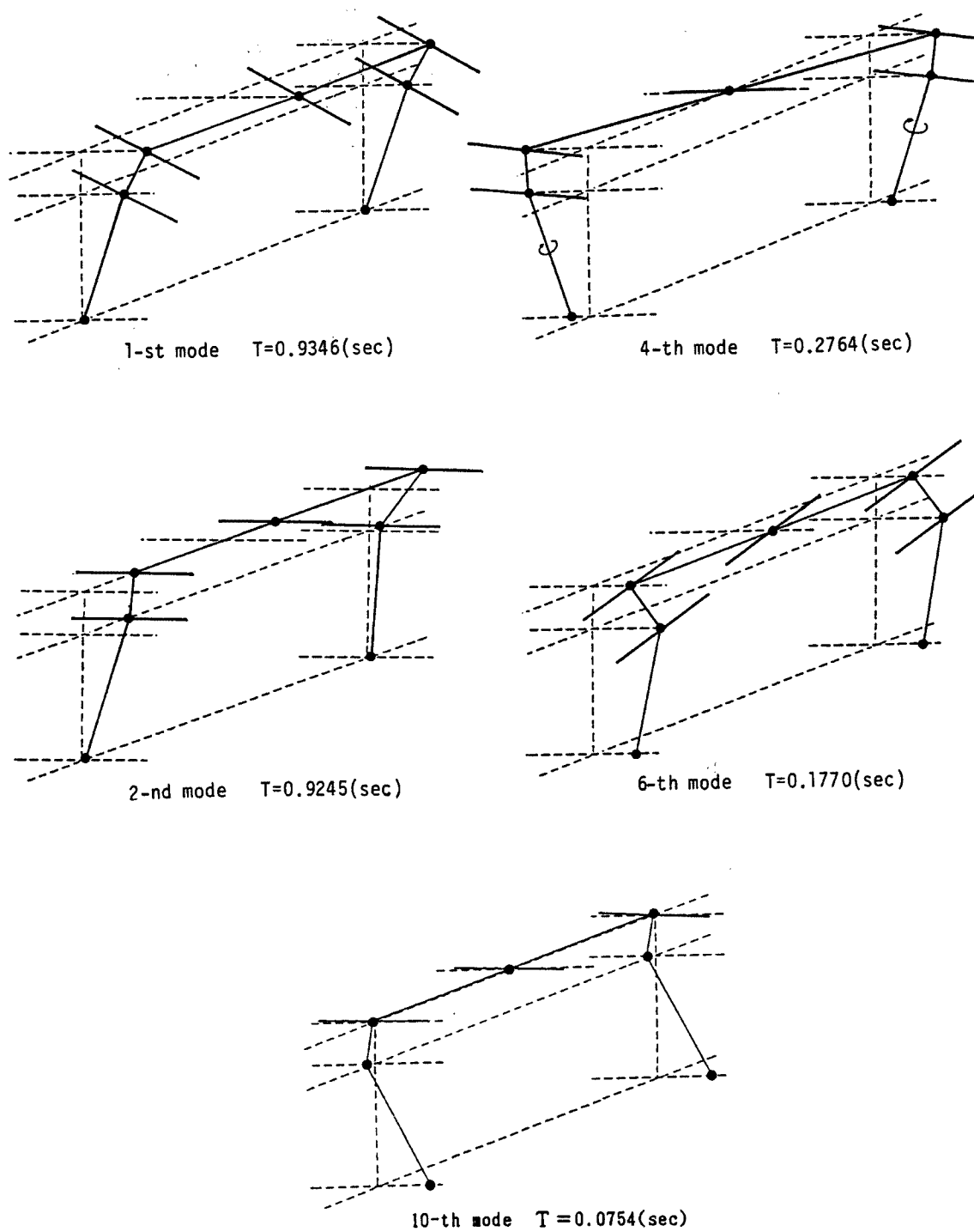


Fig. 6. Vibration modes (bridge alone).

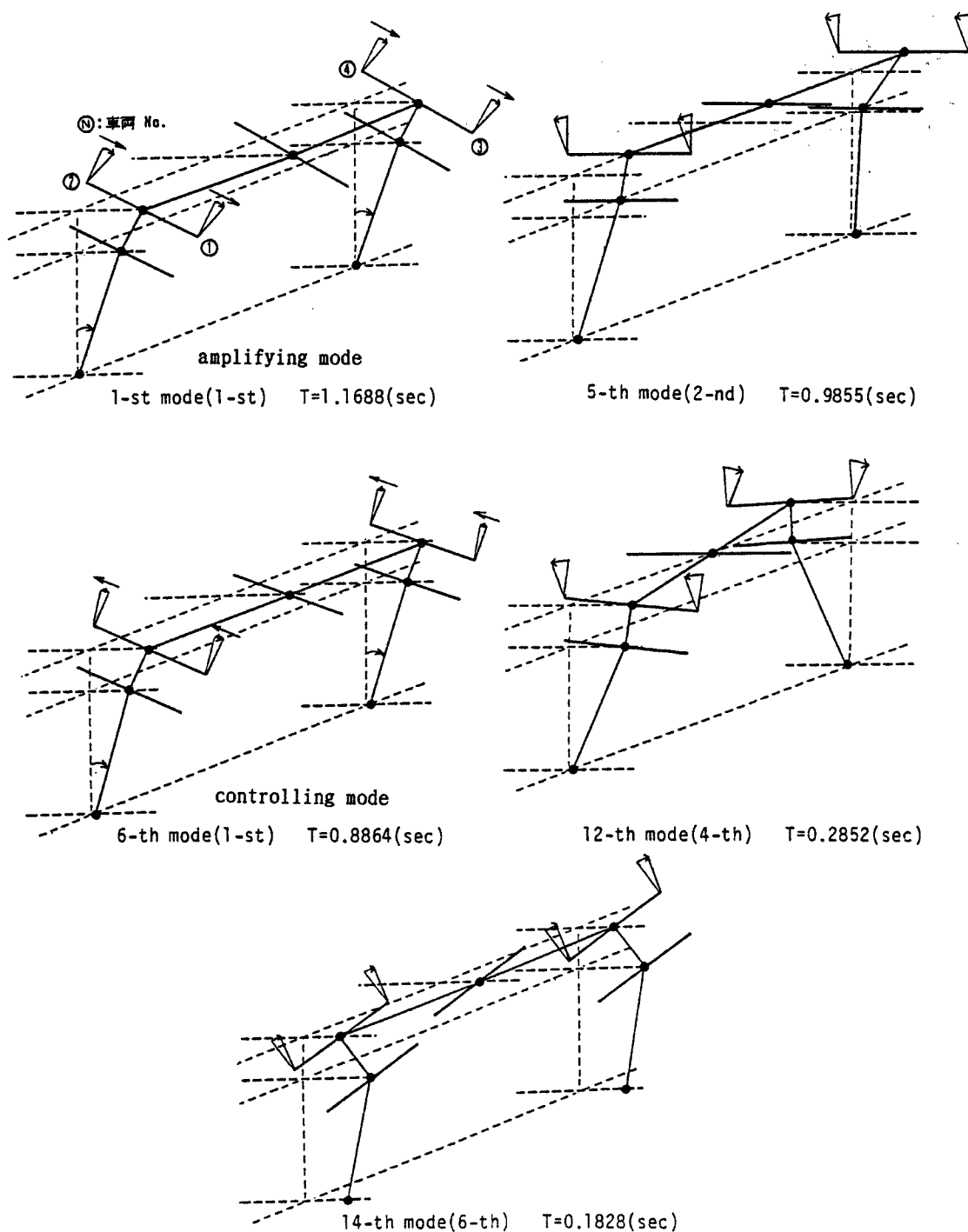


Fig. 7. Vibration modes under vehicle loading (loading ratio : $r=1.0 \times 4$).

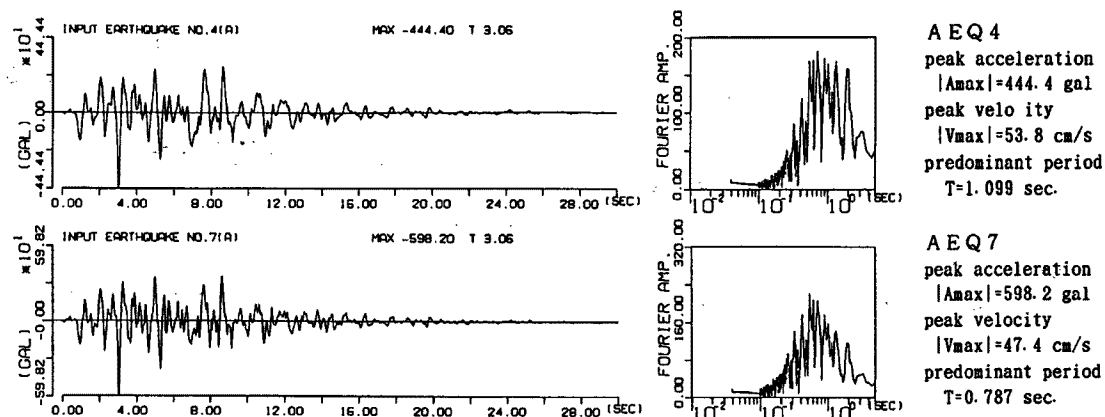


Fig.8(a). Typical example of simulated ground motion group A.

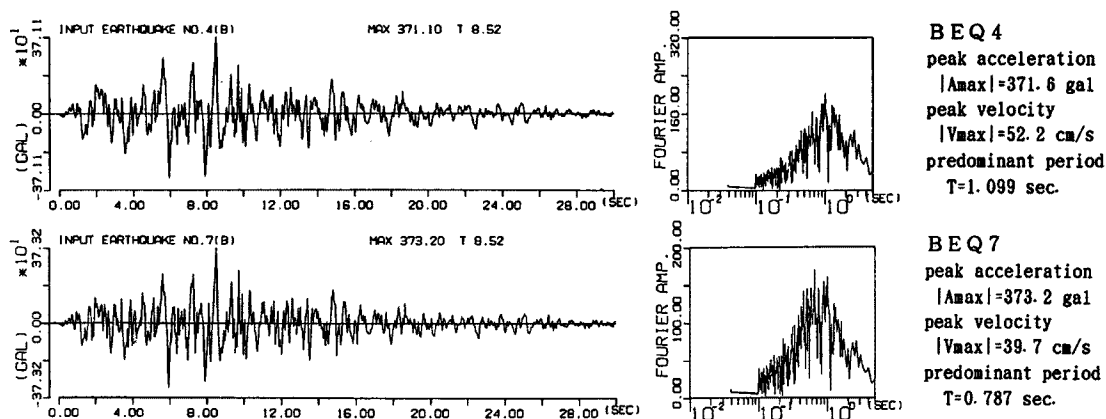


Fig.8(b). Typical example of simulated ground motion group B.

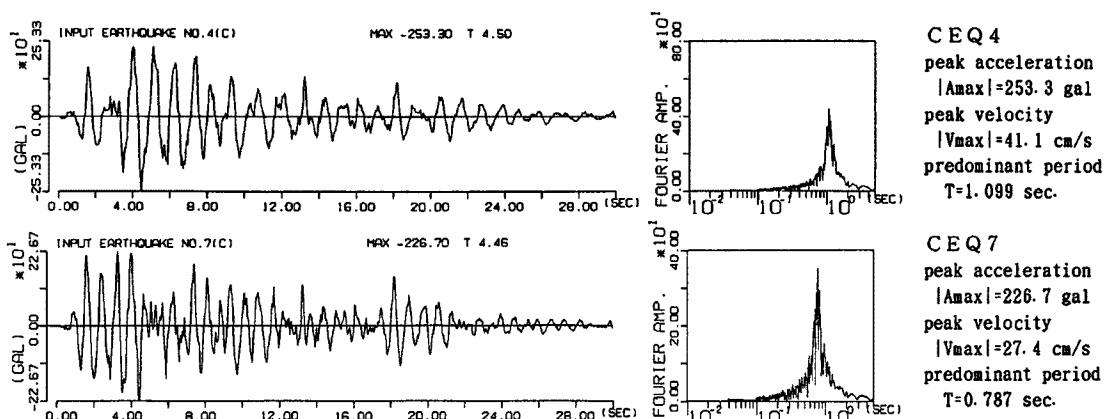


Fig.8(c). Typical example of simulated ground motion group C.

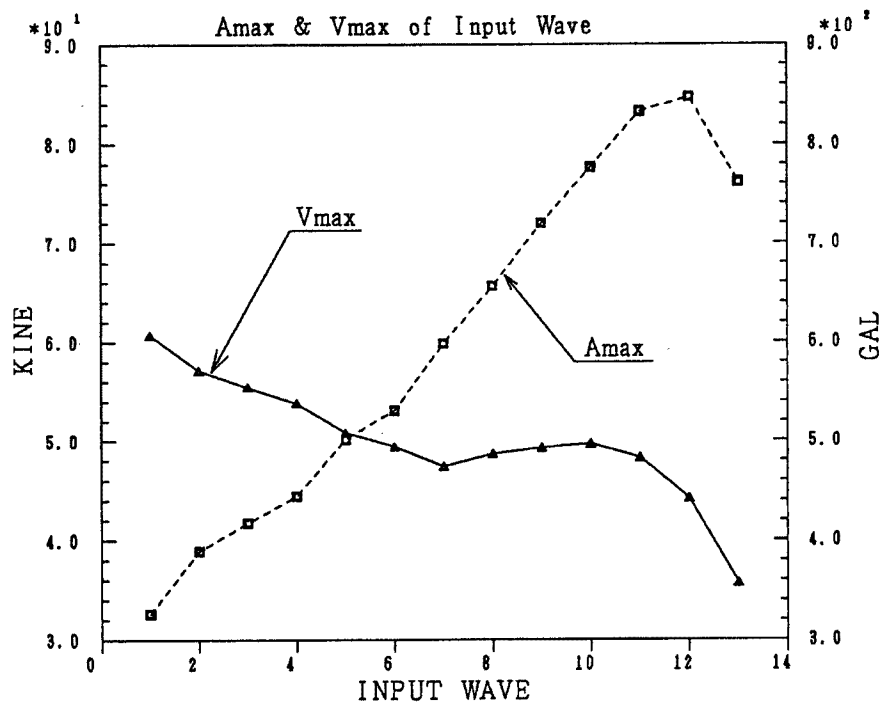


Fig. 9. Properties of input ground motion group A.

が成長している。従ってここでは共振モードと制振モードが共存することになる。さらに積載率を大きくすると、共振モードははるか長周期側へと移動し、制振モードは橋梁単独系における1次モードよりやや長周期側にほぼ同じ高さで収束することがわかっている。

橋脚下端曲げモーメントの周波数応答関数は Fig. 11 に示すように短周期側で、基礎底面せん断力に比べて橋梁6次モードの極大が小さくなり、橋梁10次モードの極大がなくなっている。動的・静的載荷の応答は橋梁単独系の応答に一致している。長周期側では橋梁単独系、動的載荷、静的載荷いずれの場合も基礎底面せん断力と全く同じ傾向の応答を示す。

一方、車両の応答は、二つの極大を持つ形状となっている。長周期側の極大は連成系1次モードに同調するもので、短周期側のそれは連成系6次モードに同調するものであると考えられる。ただし車両の応答が極大をとる周期は橋梁が極大をとる周期と少しずつ異なっている。車両の短周期側の山は連成系6次モードに先立って励起されており、橋梁の極大は車両のそれを追うような形で成長している。逆に車両の長周期側の極大と連成系1次モードの場合は橋梁の極大が先行している。また、積載率 $r=0.9$ までは積載率が増加するにつれ2つの山は共にその極大値を大きくしているが、 $r=1.0$ を越えると短周期側の山は減少を始め長周期側の山は増大を続ける。すなわち共振モードの極大は減少を始めているにもかかわらず、それに同調する車両の応答は増大するという現象が生じている。これは積載率の変化により振動モード間でエネルギーのやり取りが行われていることの現れと考えられる。また、0.5秒以下の短周期側では車両の応答がほとんどでないことも注目すべきである。これにより短周期側では車両の動的影響は現れず、橋梁単独系の応答と比べて最大応答値等の変化があるならば、それはもっぱら車両載荷により桁重量が増すことによるものと考えられる。従って短周期成分の卓越する地震動入力があった場合には、車両の動的な制振効果というものはあまり期待できないといえよう。

以上は4台載荷の場合であるが、1台載荷、8台載荷の場合でも、それぞれの極大値の値そのものには違いがあるが共振モード、制振モードのふるまう傾向は同様なものであった。

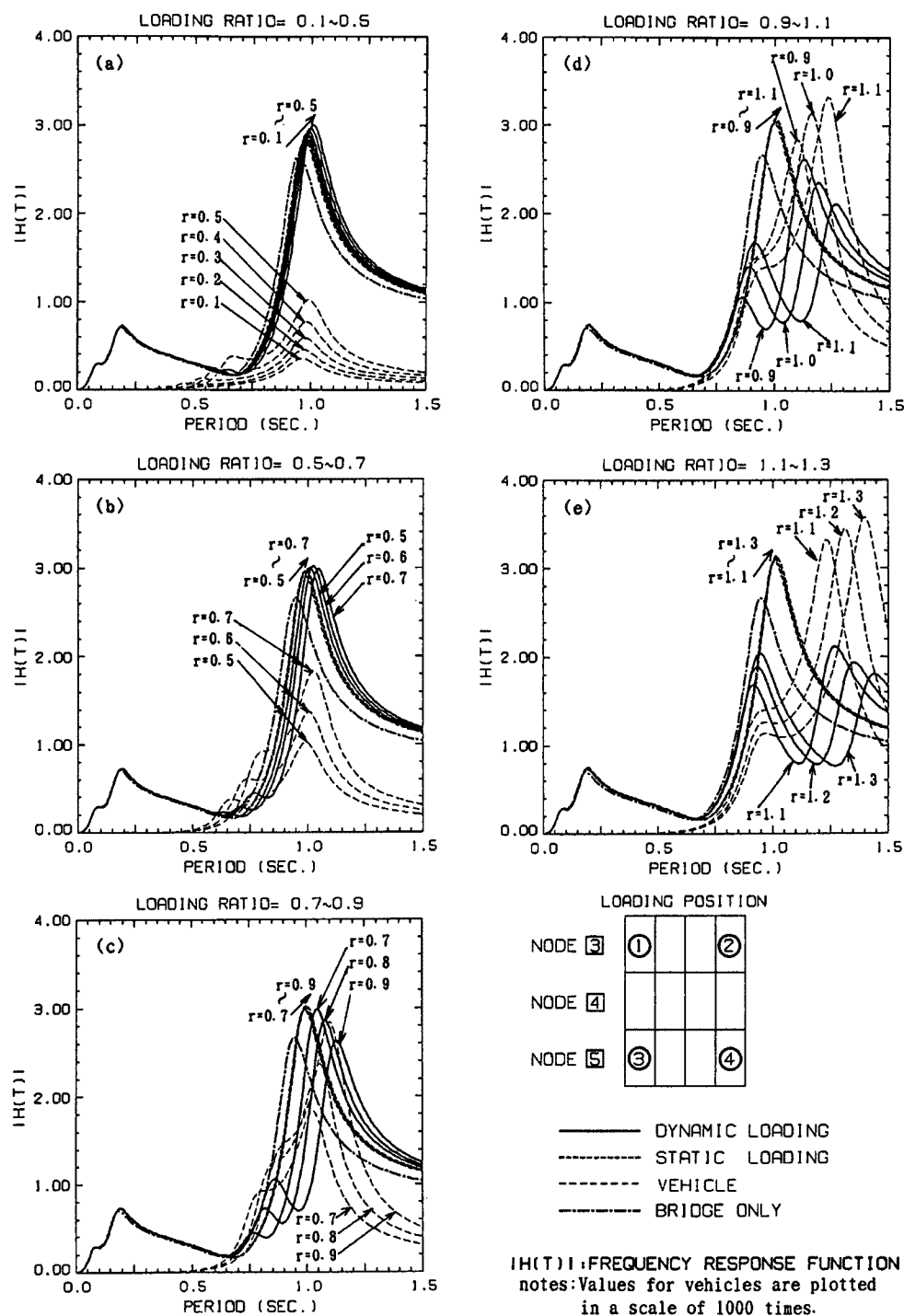


Fig. 10. Dependence of frequency response on loading ratio
 (horizontal shear at foundation base; transverse excitation; phase delay=0.0).

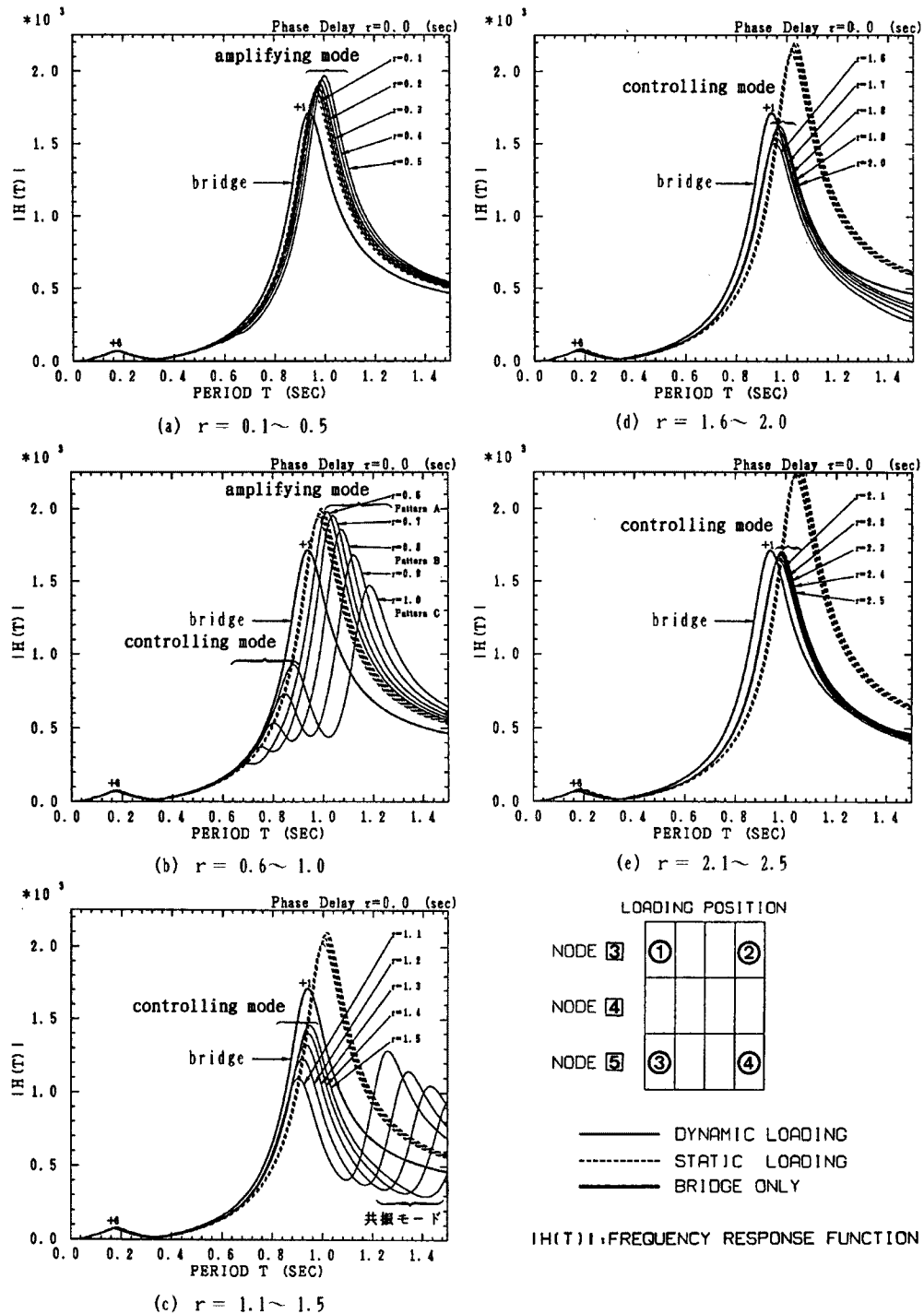


Fig. 11. Dependence of frequency response on loading ratio
 (bending moment at pier bottom; transverse excitation; phase delay=0.0).

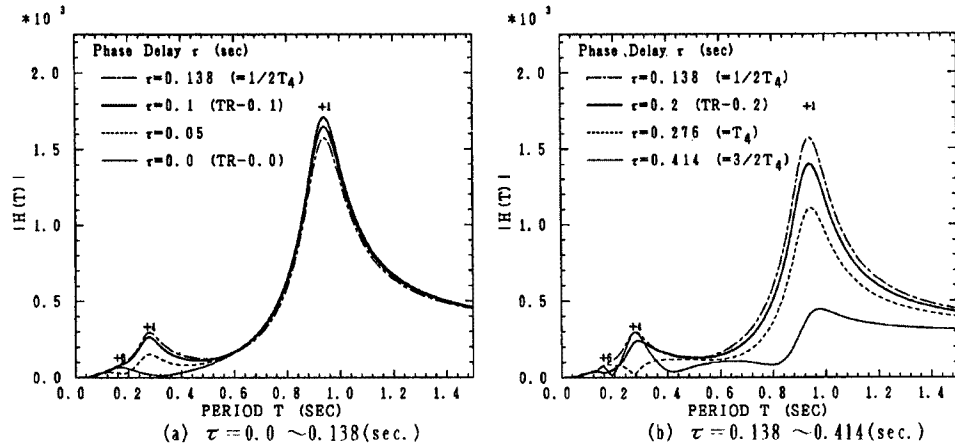


Fig. 12. Dependence of frequency response on phase delay
(bending moment at pier bottom; bridge alone; transverse excitation).

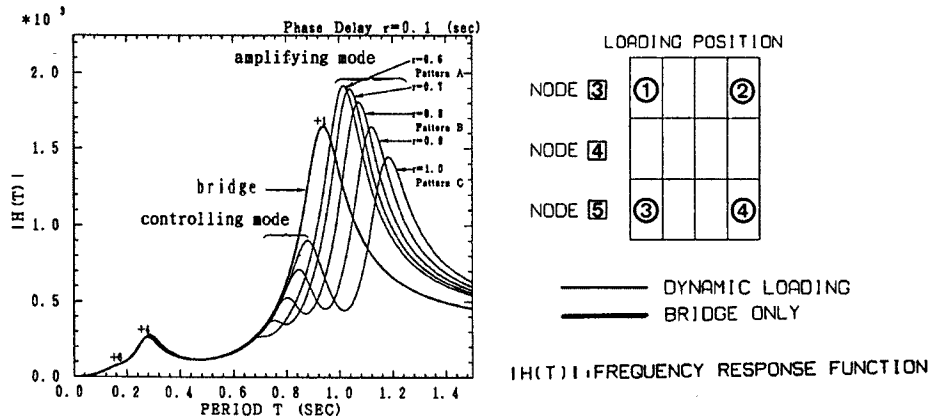


Fig. 13. Dependence of frequency response on loading ratio ($r=0.6\sim 1.0$)
(bending moment at pier bottom; transverse excitation; phase delay=0.1).

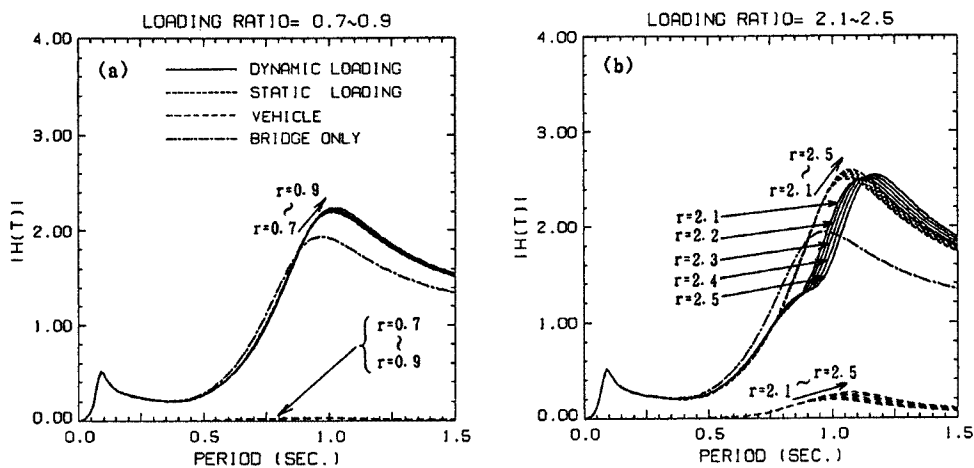


Fig. 14. Dependence of frequency response on loading ratio
(horizontal shear at foundation base; longitudinal excitation; phase delay=0.0).

3.2.2 橋軸直角方向位相差入力の場合

Fig. 12 では橋梁単独系について種々の入力位相差を与えた場合の橋脚下端曲げモーメントの周波数応答特性の変化を示す。与えた位相差は 0.0, 0.05, 0.1, 0.138, 0.2, 0.276, 0.414 秒であり、これは橋梁 4 次モード（逆対称ねじれモード）の周期 T_4 が 0.276 秒であることを考慮したものである。

位相差の影響は約 0.6 秒以上の長周期側では橋梁 1 次モードに対して作用し位相差の存在は位相差のない場合の応答に比べて応答を低減させる。この低減の割合は位相差の増加にともない比例関係以上の割合で大きくなる。0.6 秒以下の短周期側では橋梁 4 次、6 次モードの応答があり位相差 τ の値によりその作用が異なる。 $0 < \tau < 0.138$ ($= 1/2 T_4$) の間では橋梁 4 次モード励起のため応答は増大し、逆に 0.138 ($= 1/2 T_4$) $< \tau < 0.276$ ($= T_4$) では減少する。

載荷車両がある場合の一例を Fig. 13 に示す。この例では位相差は 0.1 秒である。共振モード、制振モードのふるまいは先の図と同様なものであるが全体に応答が小さくなっている。また車両のローリング周期特性から判断すると高次モードへの影響は小さいと考えられるが連成系の場合橋梁 4 次モードの励起をわずかに助長していることがわかる。

3.2.3 橋軸方向同位相入力の場合

Fig. 14 に橋軸直角方向同位相入力の場合 (Fig. 10) と同じ載荷条件での基礎底面せん断力の周波数応答結果の一部を示す。橋梁単独系では 0.9 秒付近にある極大が橋梁 2 次モードに当たる。このモードの減衰定数の大きさのために橋軸直角方向でのものよりなだらかな形状となっている。また、0.1 秒付近に橋梁 8 次モードの極大が存在する。

橋梁-車両連成系での特性は約 0.8 秒を境にして長周期側と短周期側とで異なり、長周期側では車両が橋梁本体とほぼ逆位相で振動するモード (Fig. 7) であるにもかかわらず、橋梁 2 次モードを積載率の増加と共に長周期側へ押し上げる効果があり、また、静的載荷の場合の応答とほとんど一致している。細い点線で表されている車両の周波数応答を見ると、橋軸直角方向入力の時に比べ車両がほとんど揺れないことがわかる。このことより車両の動的影響はきわめて小さく、静的な増幅効果のみを認めることができる。また、短周期側では静的載荷、動的載荷共に橋梁単独系の特性とほぼ一致しており、高次モードには車両の影響がないことがわかる。

3.3 時刻歴応答特性

この節では様々な入力、積載率についておこなった応答解析で得られた時刻歴の中から特徴のあるものを選び載荷方法の違いによる応答の変化を考察する。

3.3.1 橋軸直角方向同位相入力の場合

Fig. 15, Fig. 16 はフーリエスペクトルのバンド幅が小さい模擬入力地震波群 C (CEQ) の地震波を入力したときの時刻歴である。図 (a) では車両の振動（太線）と動的載荷の場合の上部構造相対変位 (Z3) の振動（細線）の間の位相差の有無を見るとともに、橋梁単独系の場合の上部構造相対変位の時刻歴（破線）との比較により車両載荷による上部構造の振動の変化をみる。橋脚下端曲げモーメントの応答は主として上部構造相対変位に支配されるため、上部構造相対変位に関する考察は橋脚下端曲げモーメントにも適用できるとみて良いであろう。図 (b) は動的載荷の場合（実線）と橋梁単独系の場合（破線）、図 (c) は動的載荷の場合（実線）と静的載荷の場合（破線）の基礎底面せん断力 ($Q1z$) の時刻歴を重ね書きしたものである。

Fig. 15 (I) は共振モードが卓越する典型的な例である。ここでは積載率 $r = 0.75$ の車両を 4 台対称載荷し、卓越周期 $T = 1.099$ 秒の入力を行った。同図 (a) を見ると車両の載荷により上部構造相対変位の周期が延びていることと共に、車両と上部構造が同位相で振動していることがわかる。このため上部構造相対変位の振動は橋梁単独の場合に比べて最大応答値で 43% 増加している。これを受けて同図 (b) にみられるように、基礎底面せん断力についても 30% の応答の増幅が生じている。さらに同図 (c) によると動的載荷

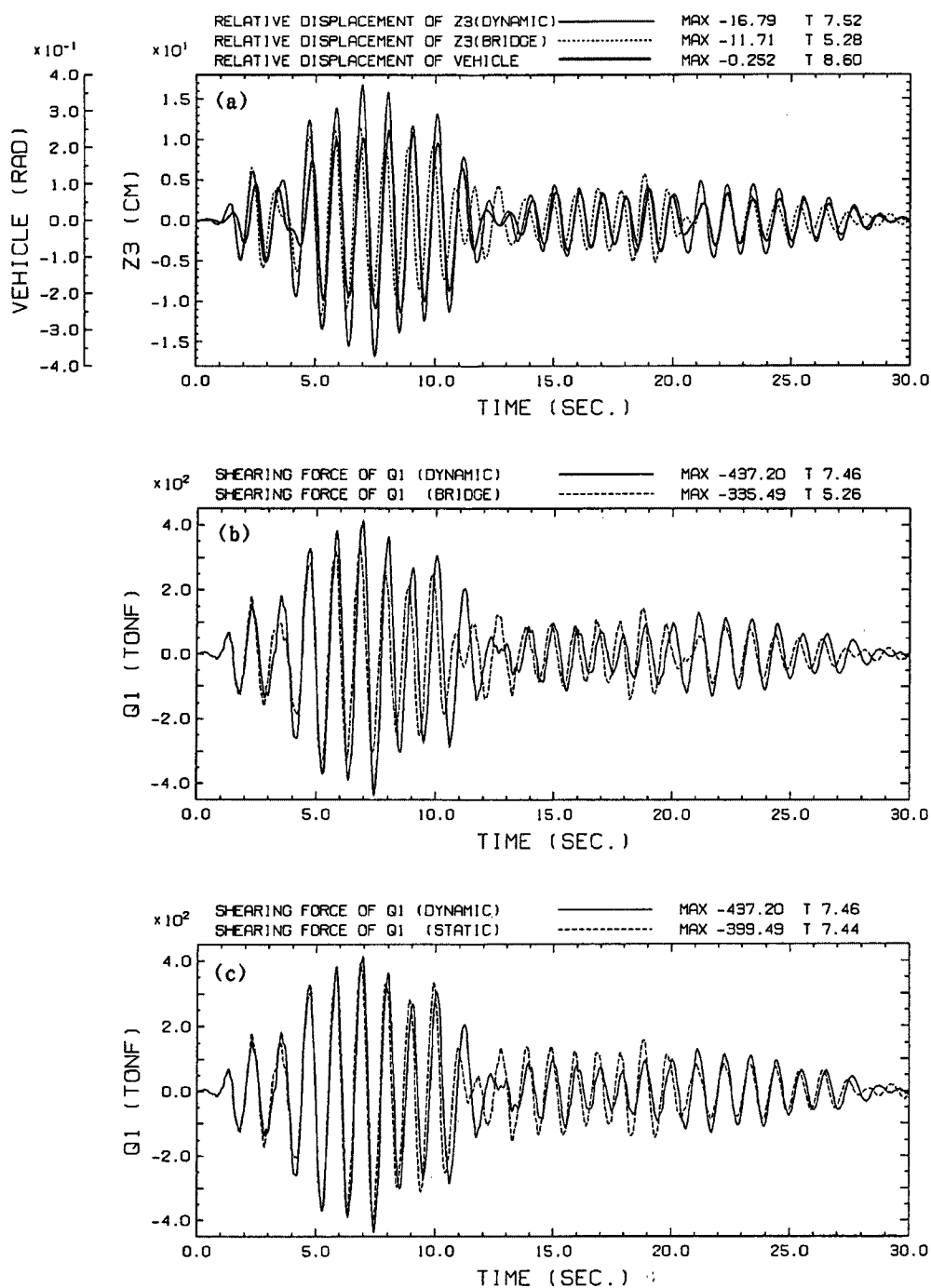


Fig. 15 (I). Time history of horizontal shear at foundation base (transverse; amplifying mode; input=CEQ4; phase delay=0.0; four vehicles; loading ratio $r=0.75$; sym. position).

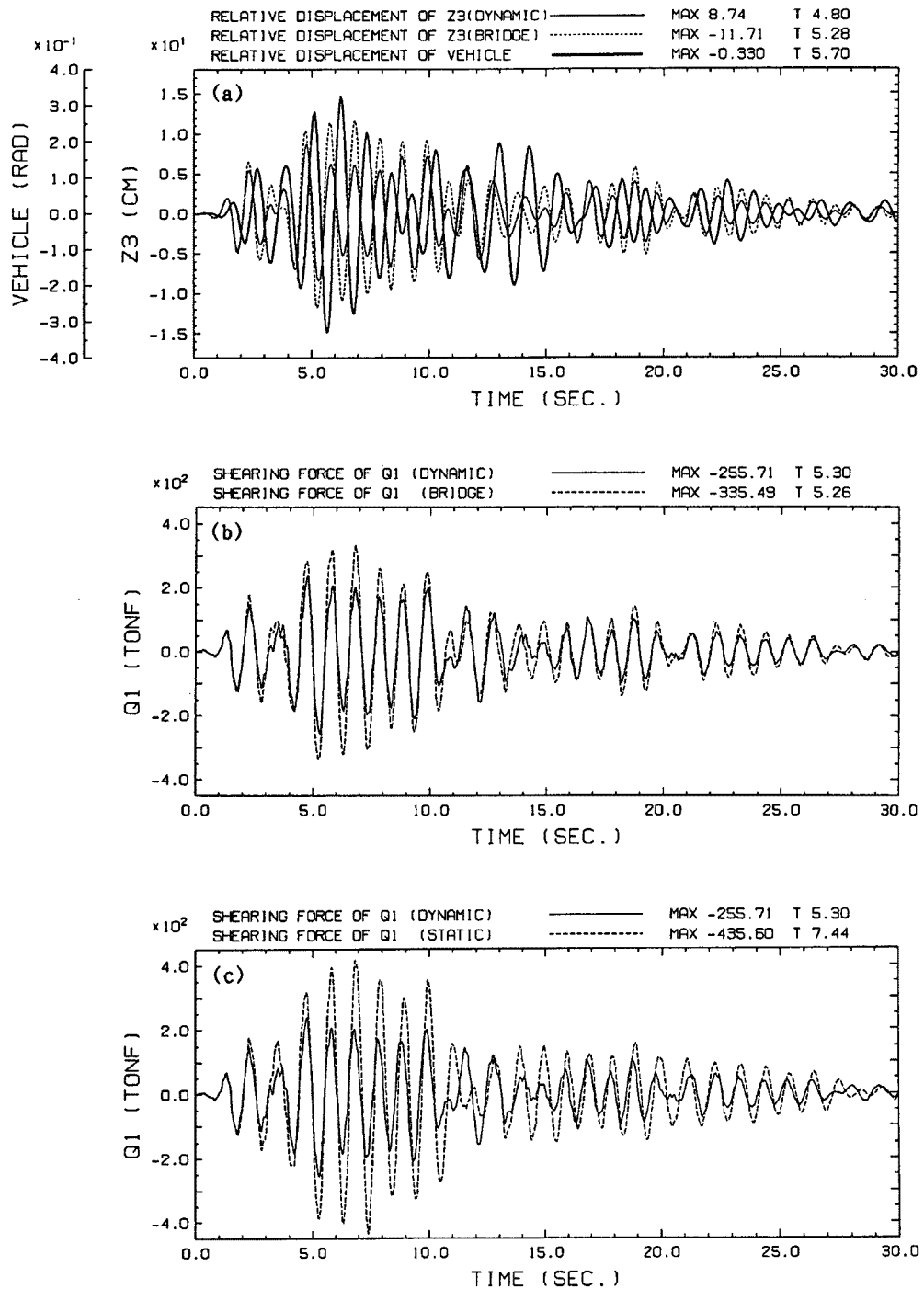


Fig. 15 (II). Time history of horizontal shear at foundation base (transverse; controlling mode; input=CEQ4; phase delay=0.0; four vehicles; loading ratio $r=1.25$; sym. position).

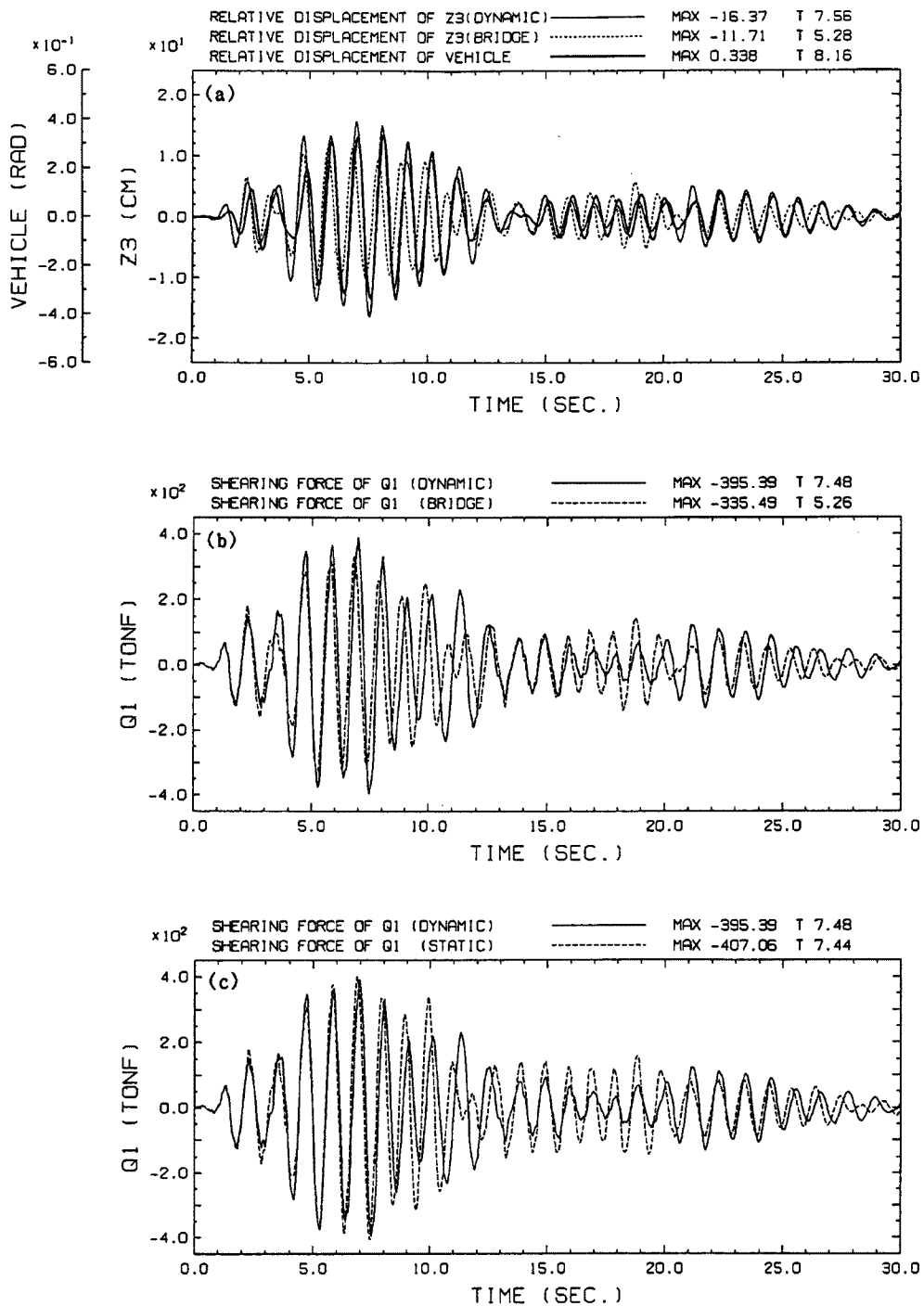


Fig. 15 (III). Time history of horizontal shear at foundation base (transverse; controlling mode; input=CEQ4; phase delay=0.0; four vehicles; loading ratio $r=0.85$; sym. position).

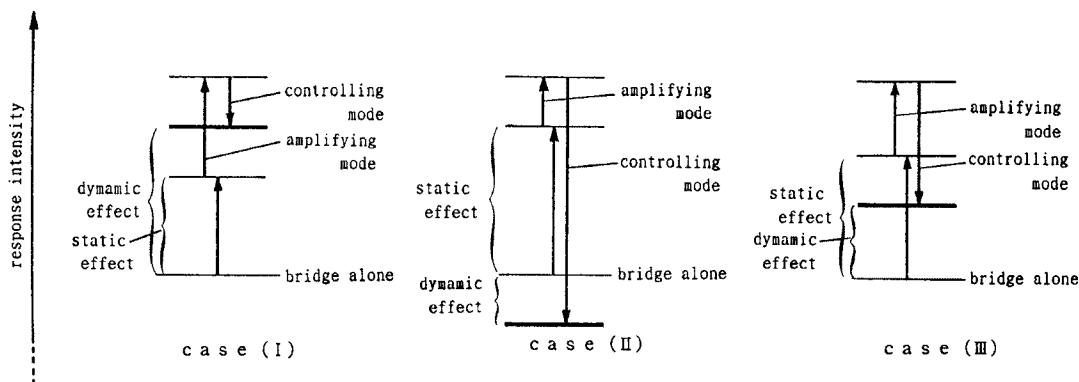


Fig. 16. Schematic illustrations of dynamic and static effects of vehicle loading (Three cases correspond to those in Fig. 15).

の場合の応答は静的載荷の場合の応答をも上回っている。これは静的な増幅効果に加え、動的な励振効果が卓越していることの顕れである。

Fig. 15 (II) は制振効果が卓越する例である。これは積載率 $r = 1.25$ の車両を 4 台対称載荷した橋梁に Fig. 15 (I) の時と同じ入力を与えたときの応答である。同図 (a) より車両の振動と上部構造の振動が完全に逆位相で振動していることがわかる。すなわち制振効果が卓越し、橋梁単独系の応答に比べ上部構造相対変位で 25%、基礎底面せん断力で 24% の低減が生じている。

Fig. 15 (III) は積載率を $r = 0.85$ とし上記 2 つと同じ入力をしたときの時刻歴である。動的載荷の場合の応答は橋梁単独系の場合の応答を上回っているが、静的載荷の場合の応答より小さい。これは制振モードが卓越するものの静的な増幅効果をも打ち消すほどの制振効果は得られなかったことによるものである。

このように入力が同じであっても車両の積載率が異なると応答の様相は大きく違うことがわかる。また積載率が等しくても入力が異なると、励振効果と制振効果の現れ方が違ってくる。

以上をまとめると載荷車両による静的な増幅効果、動的な励振効果、動的な制振効果が種々の形で組み合わせられて出現しており、その大小関係によって最終的な応答強度が決まっている。この関係を Fig. 15 の 3 種のケースについて概念的に示すと Fig. 16 のようになる。

3.3.2 橋軸方向同位相入力の場合

Fig. 17 は積載率 $r = 0.66$ の車両 4 台が対称載荷された橋梁に対して模擬入力地震波群 A の中の 1 つを入力した場合の基礎底面せん断力の時刻歴である。なお、この図における車両の時刻歴は橋軸直角方向入力の場合の 10 倍のスケールで表示している。

同図 (a) より車両のピッチング振動が上部構造の水平変位である X 3 と逆位相で振動している。橋梁本体と車両が逆位相で振動するのは振動モード図 (Fig. 7) より理解できるが橋軸方向の車両振動振幅は橋軸直角方向の約 10 分の 1 であり車両の動的影響がほとんどないことがわかる。従って橋梁単独系の応答と比べると応答の低減はほとんど認められず、最大応答値に関しては、橋梁単独系を上回っている。静的載荷の応答と比較してもわずかの差があるだけである。以上よりピッチング振動はわずかで車両は主に桁重量を増加させて、橋梁の振動を増幅させていることがわかる。

3.4 最大応答特性

この節では応答解析により得られた最大応答値の特性を調べる。Fig. 18 ～ Fig. 31 に示す図ではいずれも横軸には入力地震動の卓越周期を、縦軸には各断面力の最大応答値を入力地震動の最大速度で正規化した値をとっている。図中の実線は橋梁単独系の場合の応答を示しており記号は Table 5 に示す載荷パターンの場合の応答である。

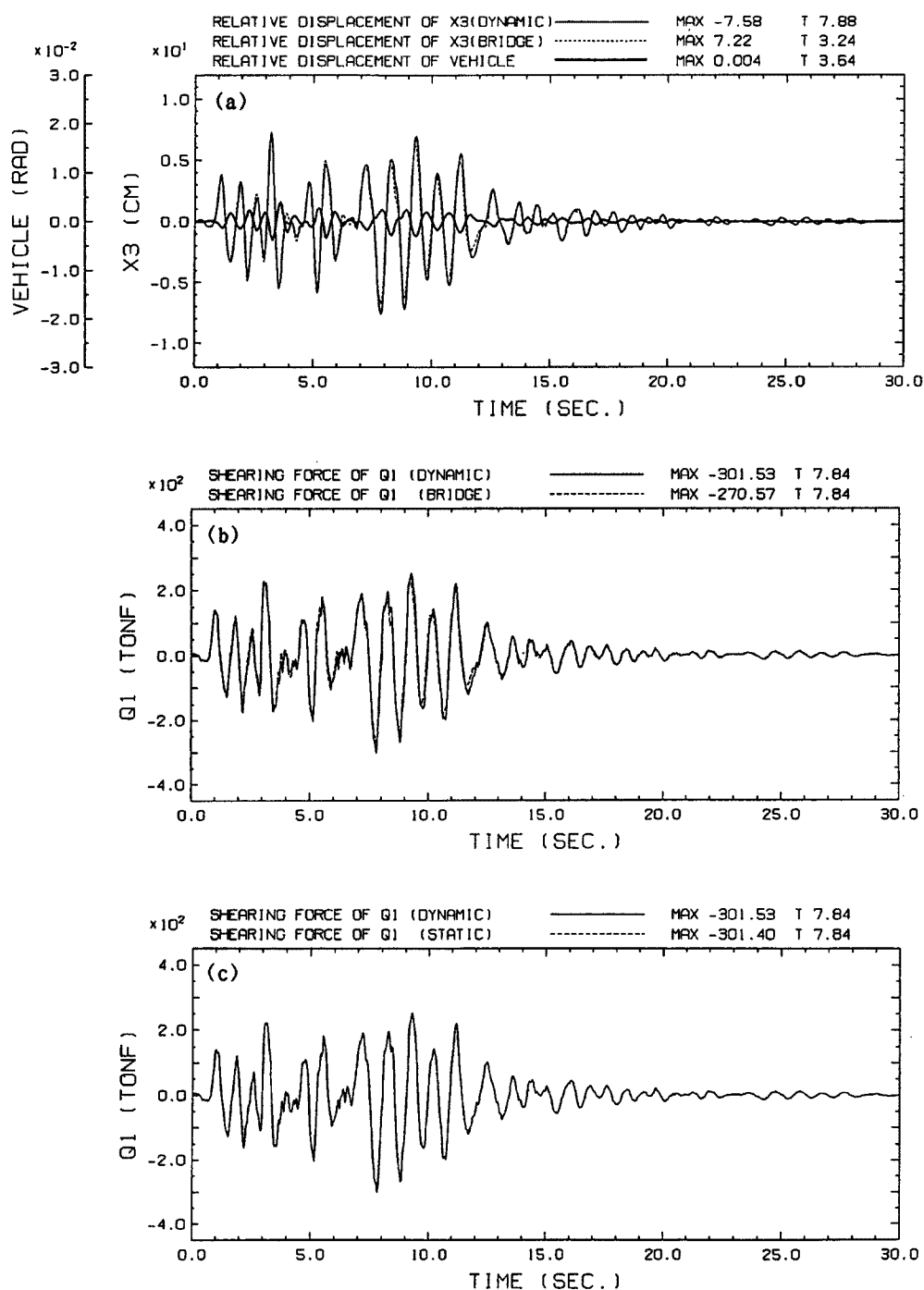


Fig. 17. Time history of horizontal shear at foundation base (longitudinal; little effect of dynamic loading; input=AEQ7; phase delay=0.0; four vehicles; loading ratio $r=0.66$; sym. position).

Table 5. Loading patterns of vehicles

NO.	pattern A	pattern B	pattern C	pattern D
1	0.66	0.85	1.0	2.27
2	0.66	0.85	1.0	—
3	0.66	0.85	1.0	—
4	0.66	0.85	1.0	—
total weight (tonf)	50.12	58.12	64.40	29.44
rolling period (sec.)	0.79	0.94	1.07	2.35
pitching period (sec.)	0.55	0.61	0.66	0.92

3.4.1 橋軸直角方向同位相入力の場合

Fig. 18 は橋脚下端曲げモーメントに関する図である。橋梁単独系の応答に関しては卓越周期 0.8 秒付近にピークがみられるなど、橋梁全体系の振動特性を反映して通常の共振曲線に近い形状となっており橋梁 1 次モードの応答に負うところが大きい。それに対し、**Fig. 19** に示す基礎底面せん断力では応答は左上がりの形状で、橋梁 1 次モードに代表される橋梁全体系の振動よりも、橋梁 6 次モード（橋脚の 2 次モード）及び橋梁 10 次モード（基礎の振動モード）といった高次モードによる振動が目立っている。すなわち局所的な振動特性が卓越しているといえる。

橋梁単独系での応答特性が主に系全体の振動特性と局所的な振動特性の 2 通りの特性から構成されているのに対応して載荷車両による影響にもそれに応じて 2 通り存在する。

系全体の振動特性が現れている応答（橋脚下端曲げモーメント）に関しては、静的載荷すると橋梁単独系の応答を越え、その順序は車両の総重量の大きい載荷パターンほど大きい応答となり車両の静的な増幅効果がでている。動的載荷とした場合は車両と橋梁の上部構造が共振を起こすパターン A の長周期側で橋梁単独系の応答を上回り、逆にパターン B, C ではいずれの入力に対しても下回っている。車両があまり振動しない短周期側では静的載荷、動的載荷ともに、橋梁単独系の応答に収束する動きを見せている。パターン D では橋梁単独系の応答とほぼ一致した値をとっている。ここで示されるような車両の影響は周波数応答特性とも良く符合する。

局所的振動特性が現れている応答（基礎底面せん断力）に関しては、静的載荷とすると橋梁単独系の応答を周期にかかわらず越えている。動的載荷すると、短周期側で載荷パターンによらず橋梁単独系の応答を上回り、長周期側で下回る傾向を示す。ただしさらに長周期側では A パターンに関しては動的な励振効果により、橋梁単独系の応答を上回る気配をみせている。

なお、**Fig. 18** において EQ 1～EQ 4 で示した結果は実地震動に対する応答であるが、模擬地震動と比較して同様の傾向を示していることがわかる。

3.4.2 橋軸直角方向位相差入力の場合

Fig. 20 と **Fig. 21** はそれぞれ両橋脚への入力に 0.1 秒、0.2 秒の位相差を与えた場合の橋脚下端曲げモーメントの最大応答特性を表わすものである。橋梁単独系の応答に着目すると、位相差が 0.1 秒の場合橋梁 1 次モードの抑制と橋梁 4 次モードの励起により、入力の卓越周期 1.0 秒を境に長周期側では応答が低減しており短周期側では増加している。位相差が 0.2 秒になると、橋梁 1 次モードがさらに抑制されるのに加え、橋梁 4 次モードの励起の度合いが 0.1 秒の時に比べ小さくなるため、応答の低減が生じる範囲が卓越周期 0.5 秒あたりのより短周期側まで広がる。これらは **Fig. 11** に示される周波数応答特性に符合している。載荷車両の影響は対称載荷の場合には橋梁単独系の応答と動的・静的載荷の間の相対的な関係は長周期側では同位相入力の時とあまり変らないが短周期側では動的載荷の場合の応答の増幅が目立つよう

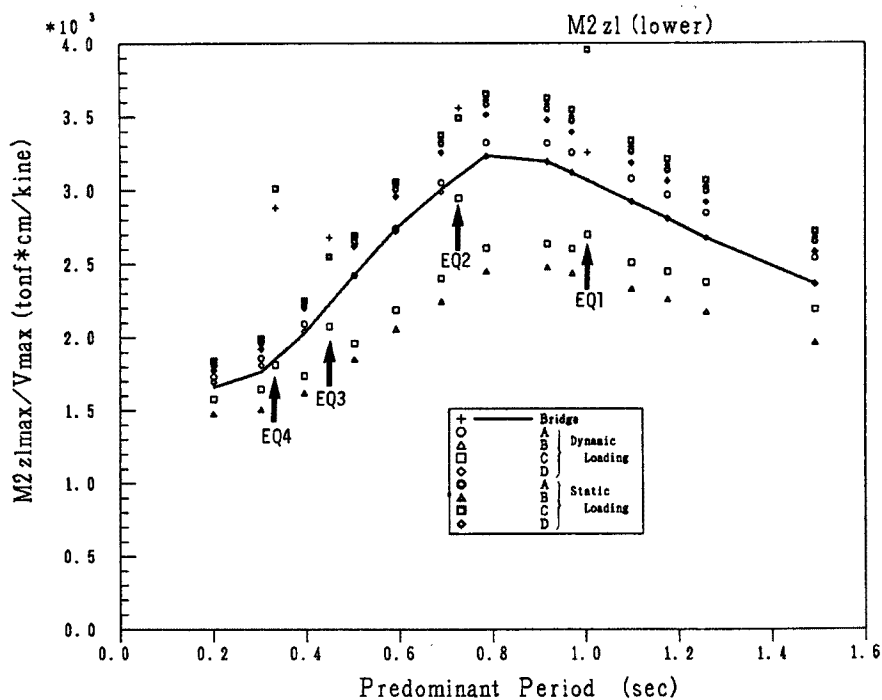


Fig. 18. Bending moment at pier bottom (normalized by input PGV; ground motion group A; transverse excitation; phase delay=0.0).

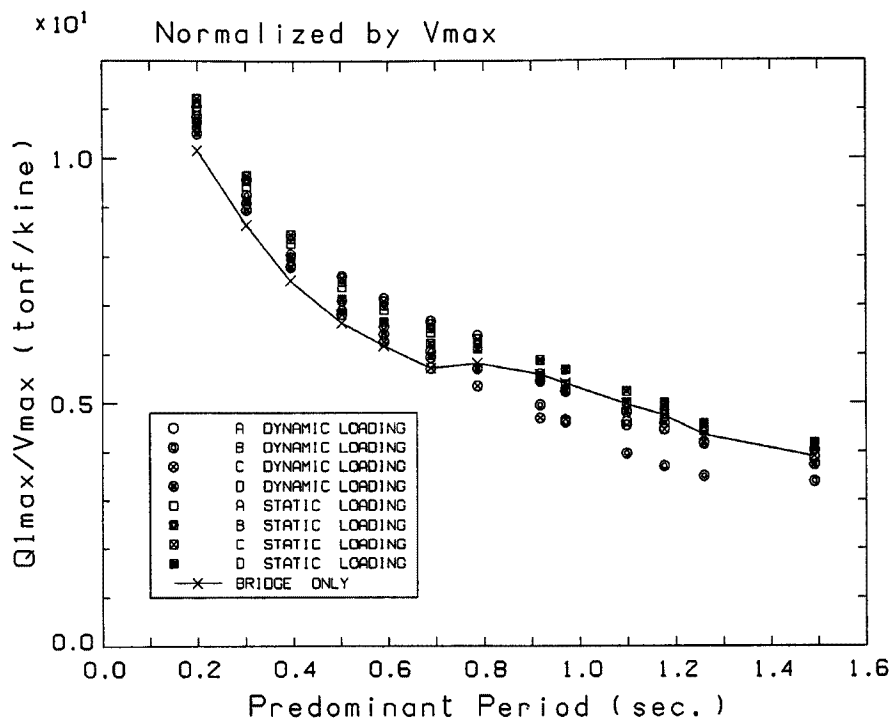


Fig. 19. Horizontal shear at foundation base (normalized by input PGV; ground motion group A; transverse excitation; phase delay=0.0).

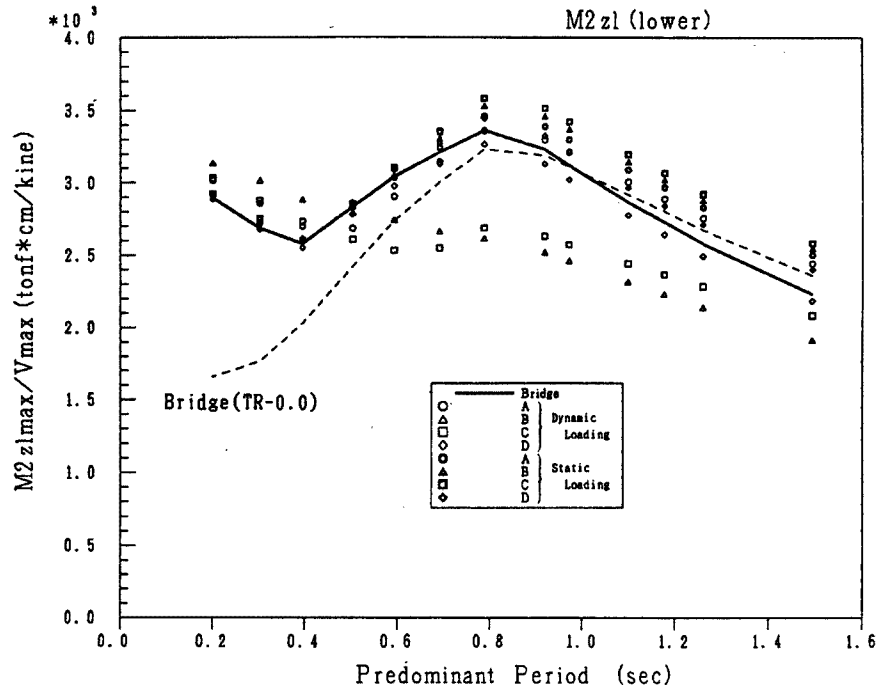


Fig. 20. Bending moment at pier bottom (normalized by input PGV ; ground motion group A ; transverse excitation ; phase delay=0.1).

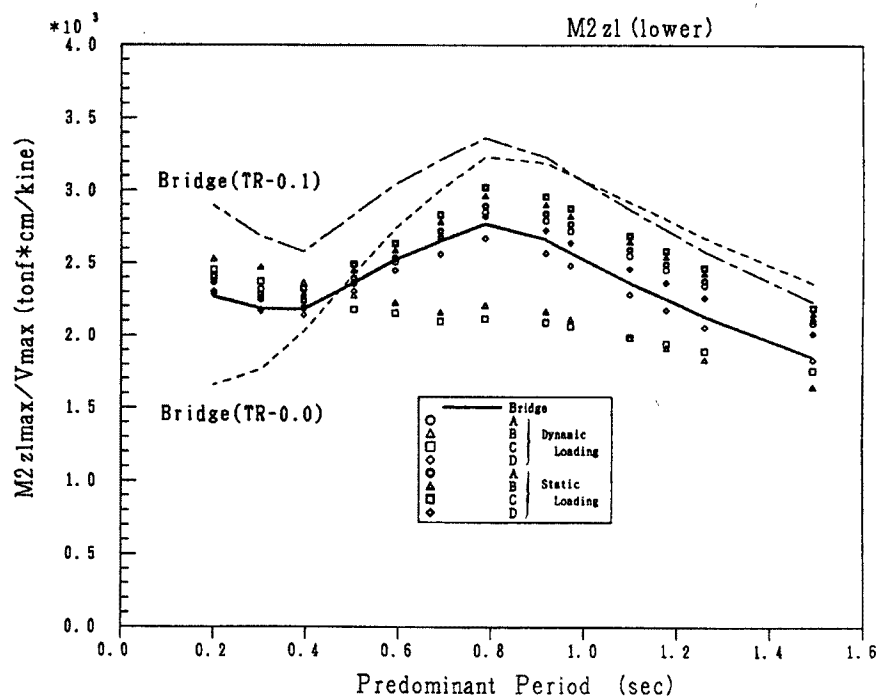


Fig. 21. Bending moment at pier bottom (normalized by input PGV ; ground motion group A ; transverse excitation ; phase delay=0.2).

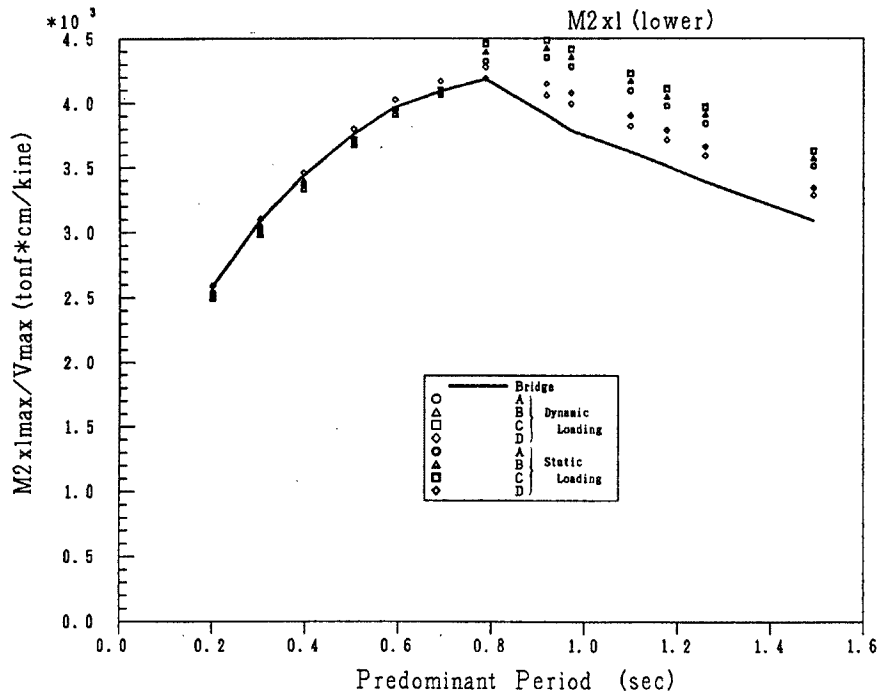


Fig. 22. Bending moment at pier bottom (normalized by input PGV; ground motion group A; longitudinal excitation; phase delay=0.0).

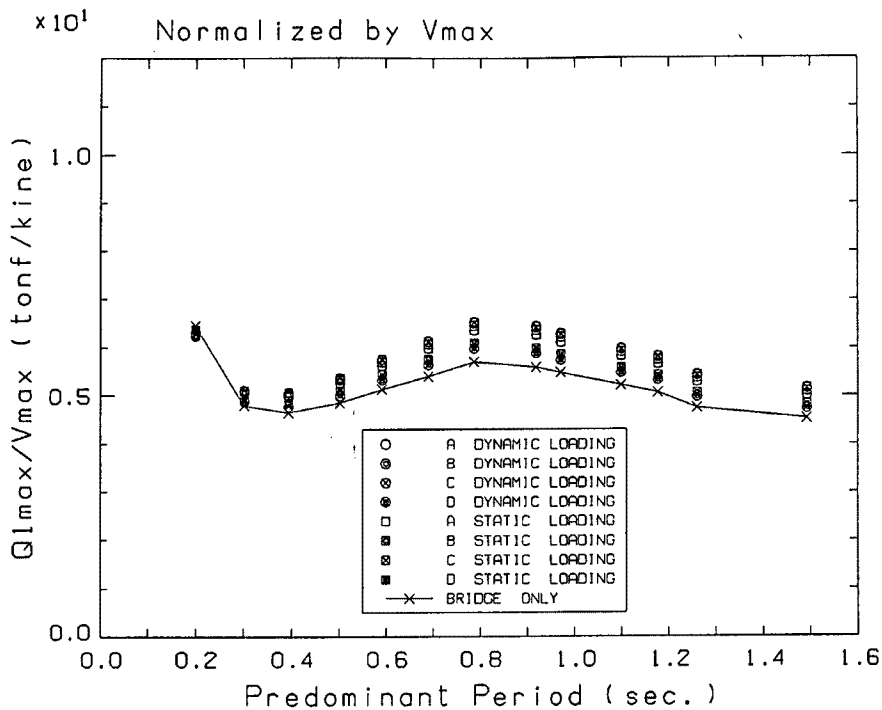


Fig. 23. Horizontal shear at foundation base (normalized by input PGV; ground motion group A; longitudinal excitation; phase delay=0.0).

になる。非対称載荷の場合には橋梁単独系の応答を下回る変化がみられる。

3.4.3 橋軸方向同位相入力の場合

Fig. 22, Fig. 23 は橋軸方向入力を行った場合の、橋脚下端曲げモーメント、基礎底面せん断力の応答である。両者共に非対称載荷の場合を除き、動的載荷の場合と静的載荷の場合の応答が完全に一致している。橋脚下端曲げモーメントに関しては、0.8 秒以下の短周期側では橋梁単独系の応答をわずかに下回る傾向を示している。0.8 秒以上の長周期側では単独系を上回りその大小は車両の総重量の大小の順序に従っている。この特性は積載率の小さいときは動的載荷の周波数応答関数と静的載荷の周波数応答関数が完全に一致し、積載率が増加するにつれてその極大を大きくしていること、車両の周波数応答関数がほとんど 0 に近いこと、また時刻歴特性にも符合しており、車両のもつ静的な効果を確認できる。

4. 道路橋の地震荷重に対する載荷車両の影響

4.1 橋梁単独系に対する応答増減率コンター図による考察

これまでの考察で橋梁-車両連成系の応答は車両の積載率や入力地震動の卓越周期によって様々に変化することがわかった。Fig. 24 ~ Fig. 31 は入力と積載率の影響を総合的に把握するために、横軸に入力地震動の卓越周期を、縦軸に積載率をとり、車両を動的載荷した場合の連成系における最大応答値を橋梁単独系の最大応答値によって正規化した値を等高線によって表わしたものである。橋梁単独系の応答を何% 上回るかあるいは下回るかによって濃淡をつけてある。現行の設計基準では載荷車両の影響を考慮していないことを考えれば、増幅率（低減率）0 % が現在の設計レベルを表わしていることになる。また図中にある破線は積載率による連成系 1 次モード（共振モード）、連成系 14 次モード（共振モード）の固有周期の変化を表わし、一点鎖線は連成系 6 次モード（制振モード）、連成系 12 次モード（制振モード）の固有周期の変化を表わしている。

4.1.1 橋軸直角方向同位相入力の場合

Fig. 24 は狭帯域の入力（CEQ）を行った場合の橋脚下端曲げモーメントの応答である。共振モードである連成系 1 次モードのラインに沿って応答の増幅率が高い部分が存在する。このラインの左上側には等高線間隔が非常に狭くなり、応答の増幅域から急激に低減域へと変化する部分がある。この部分では共振モードのラインと制振モードのラインが近接しているため両者の影響力の強弱関係が応答に現れていると考えられる。すなわち、入力卓越周期が 0.8 秒から 1.2 秒の範囲で積載率が 0.5 以下の部分では制振モードがまだ成長していないため動的制振効果は期待できないが、載荷車両の車重が小さいために静的な増幅効果も小さく、動的な励振効果のみがあらわれている。積載率 0.5 から 1.0 の間では動的な制振効果の影響がまだ小さいのに対し、車重の増加による静的な増幅効果と、動的な励振効果の増大により単独系に対する増幅率が最大となる部分が存在している。積載率 1.0 から 1.8 の間では、共振モードが長周期側へと移動し制振モードが成長するため低減率が大きくなっている。これは積載率が大きいときには、入力との相対的關係により制振モードといえど橋梁の地震荷重を増大させることを示している。制振モード励起による制振効果は卓越周期 0.8 秒以下でも継続するが、短周期の入力になるに従い車両があまり振動しなくなるため、動的効果は小さくなり静的な増幅効果が徐々に卓越してくる。従って 0.2 秒以下では応答の増幅が生じている。以上の現象は周波数応答関数の解析結果によっても裏付けられる。

Fig. 25 は狭帯域の入力（CEQ）をおこなったときの基礎底面せん断力の応答である。せん断力の場合には連成系 14 次モード（共振モード）の影響により短周期側で応答の増幅が起こっている。

狭帯域入力の場合、曲げモーメント、せん断力にかかわらず単一のモードのみが励起されるため両者の応答はきわめて似通ったものとなり、等高線の増減の度合いが大きいため各モードの励起の様子がはっきりとわかる。

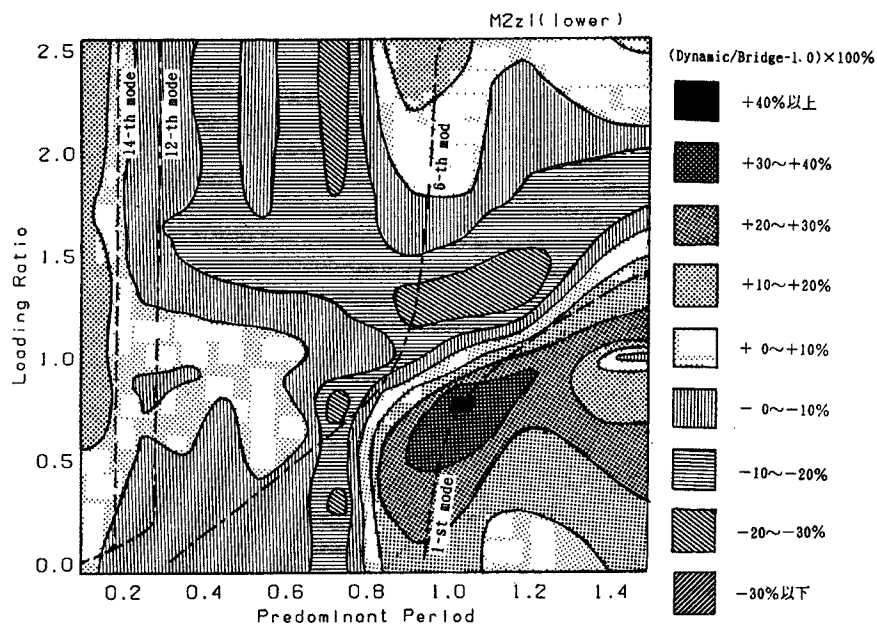


Fig. 24. Effect of vehicle loading on bending moment at pier bottom (peak response with four vehicles; sym. position; narrow-band ground motion group C; transverse excitation; phase delay=0.0).

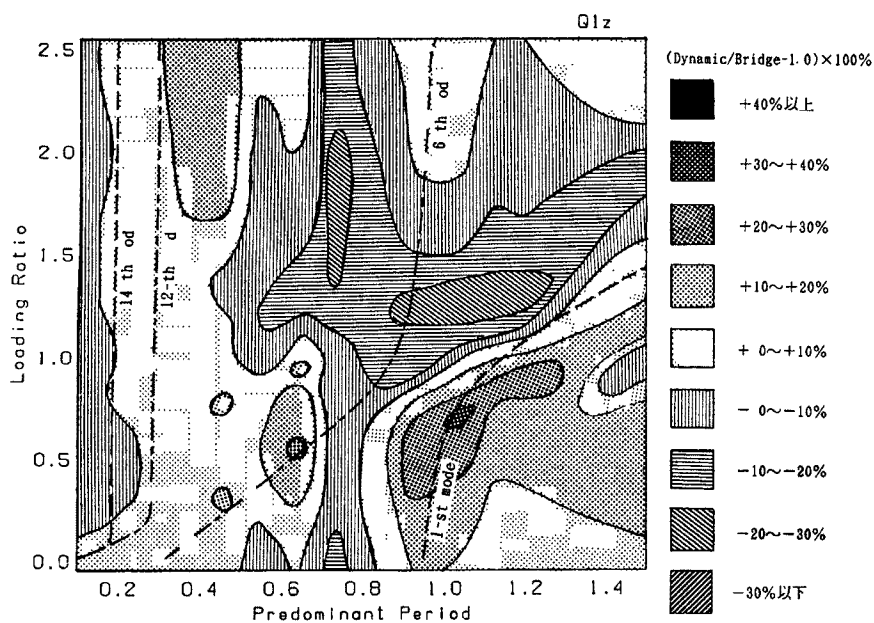


Fig. 25. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (peak response with four vehicles; sym. position; narrow-band ground motion group C; transverse excitation; phase delay=0.0).

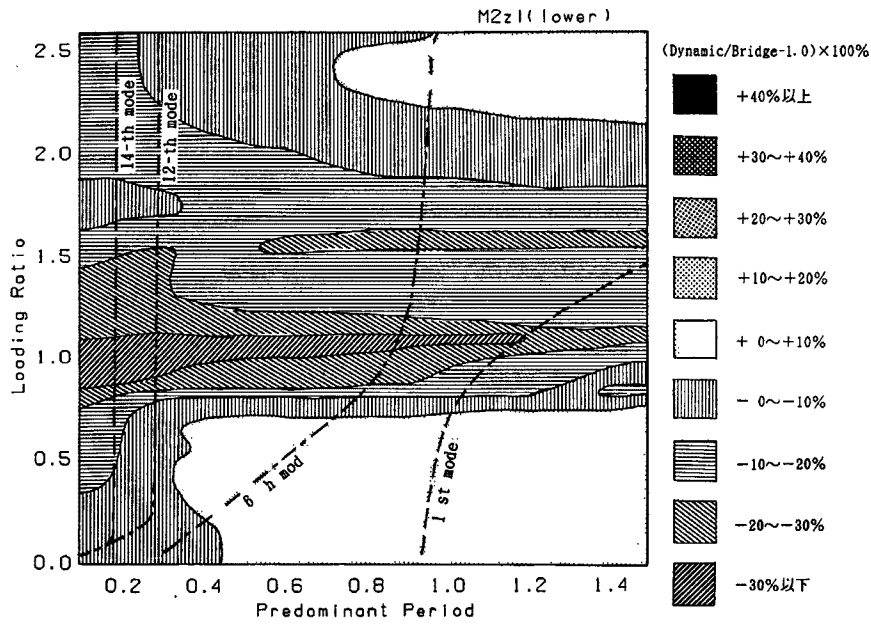


Fig. 26. Effect of vehicle loading on bending moment at pier bottom (peak response with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group B; transverse excitation; phase delay=0.0).

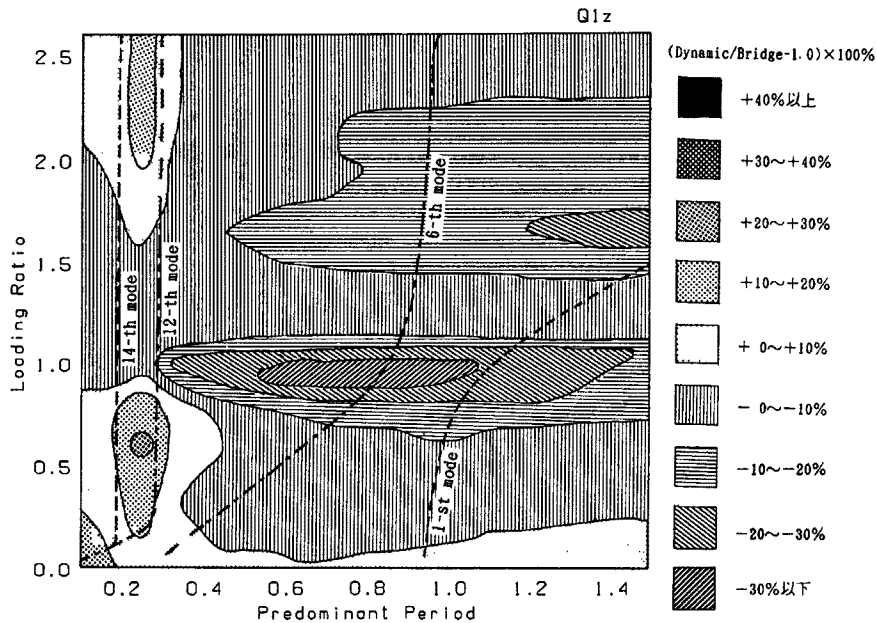


Fig. 27. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (peak response with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group B; transverse excitation; phase delay=0.0).

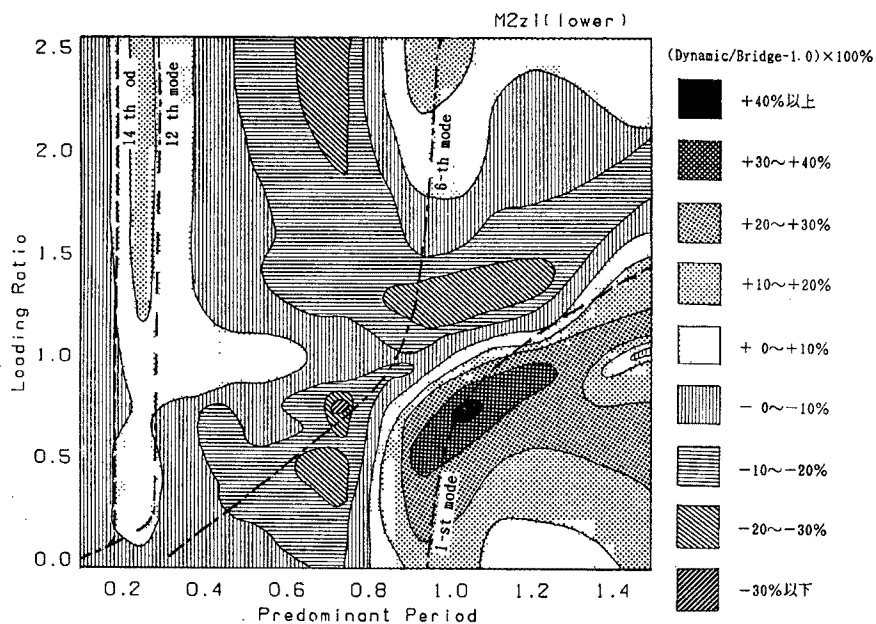


Fig. 28. Effect of vehicle loading on bending moment at pier bottom (peak response with four vehicles; sym. position; narrow-band ground motion group C; transverse excitation; phase delay=0.1).

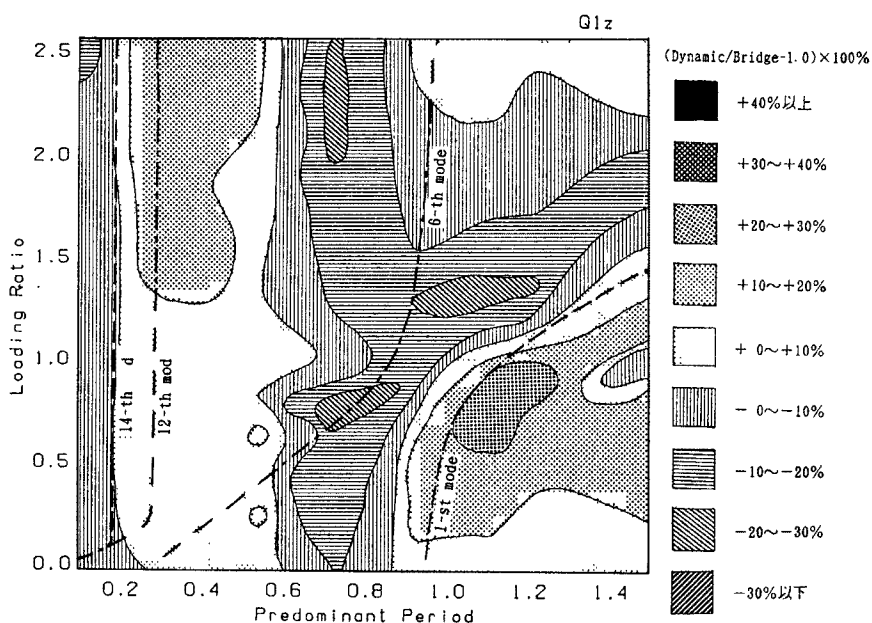


Fig. 29. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (peak response with four vehicles; sym. position; narrow-band ground motion group C; transverse excitation; phase delay=0.1).

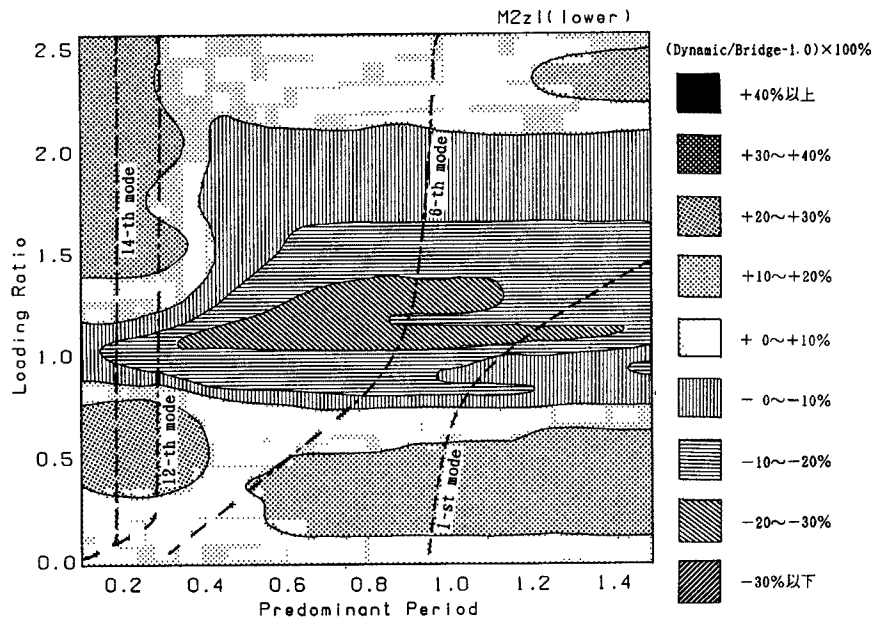


Fig. 30. Effect of vehicle loading on bending moment at pier bottom (peak response with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group B; transverse excitation; phase delay=0.1).

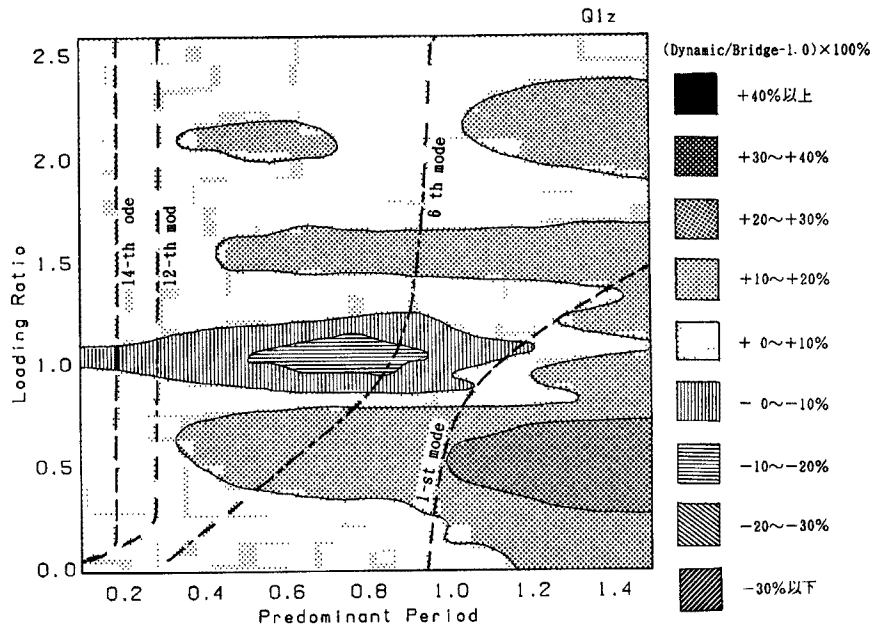


Fig. 31. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (peak response with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group B; transverse excitation; phase delay=0.1).

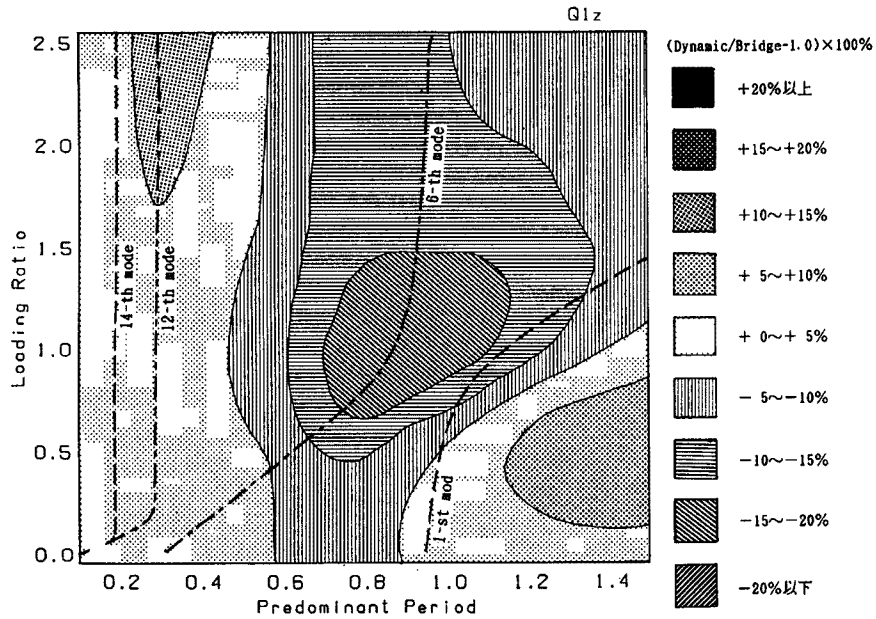


Fig. 32. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (area under response fourier amplitude curve with four vehicles; sym. position; narrow-band ground motion group C; transverse excitation; phase delay=0.0).

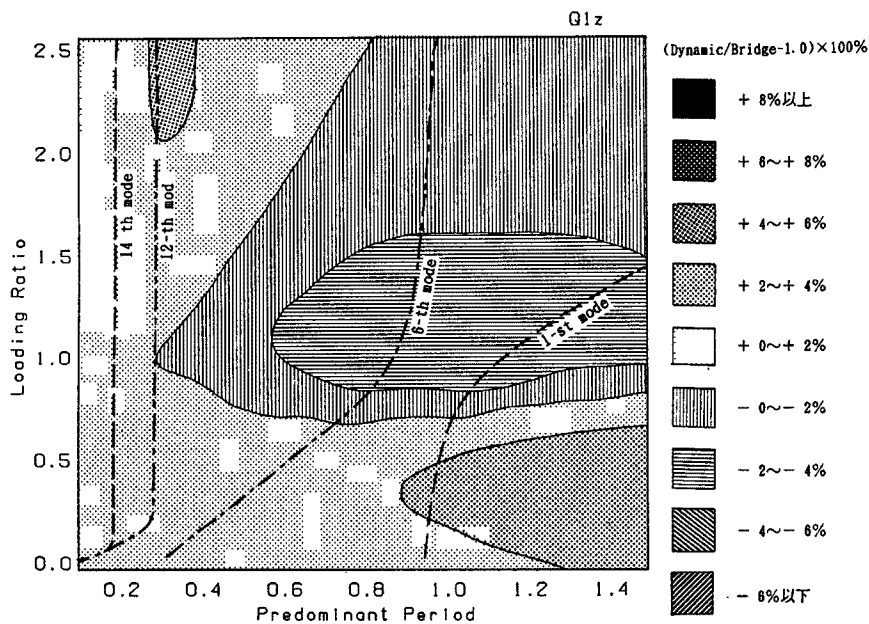


Fig. 33. Effect of vehicle loading on horizontal shear at foundation base (area under response fourier amplitude curve with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group B; transverse excitation; phase delay=0.0).

Fig. 26 は広帯域の入力 (BEQ) を行った場合の橋脚下端曲げモーメントの応答である。積載率 0.6 以下では 0.4 秒以下の短周期入力の場合を除いて応答の増幅が起こっている。これは広帯域の入力の場合、たとえその卓越周期が短周期側にあるといえども長周期側の入力の成分が残っているため、共振モードがかなりの割合で励起されることによる影響である。また、積載率 2.1 以上、入力の卓越周期 0.8 以上での応答の増幅は、狭帯域入力の場合と同様に入力との相対的關係により制振モードが橋梁の地震応答を増幅させている部分である。

Fig. 27 は広帯域の入力 (BEQ) を行った場合の基礎底面せん断力の応答である。長周期側で応答の増幅が生じる範囲が橋脚下端曲げモーメントの場合に比べて小さくなっている。それに対して 0.3 秒付近の短周期側で連成系 14 次モードの励起による応答の増幅がはっきりとみられる。

広帯域入力の場合には複数のモードが同時に励起されて、それらが曲げモーメントやせん断力に及ぼす相対的影響が異なるため両者の応答は違った様相を示すことがわかる。また応答の増幅、低減の度合も狭帯域入力の場合に比べて小さくなっている。

4.1.2 橋軸直角方向位相差入力の場合

Fig. 28 は両橋脚への入力 (CEQ) に 0.1 秒の位相差を与えた場合の橋脚下端曲げモーメントの応答である。位相差のない場合 (**Fig. 24**) とほとんど同じ応答を示すが、0.2 秒以下の短周期側で若干応答の低減がみられる。これは、入力との相対的關係による静的な低減効果が、位相差入力によりそのピークを下げた 14 次モード (**Fig. 11**) の励振効果に卓越するために生じると考えられる。

Fig. 29 は同じく入力の位相差 0.1 秒のときの基礎底面せん断力の応答である。**Fig. 25** と比べると増幅領域、低減領域の分布はあまり変わらないが、増減の度合が小さくなっていることがわかる。この傾向はさらに大きな位相差のある入力をおこなったときに、より顕著に現れる。

Fig. 30 は広帯域の地震動群 (BEQ) を 0.1 秒の位相差をつけて入力した場合の橋脚下端曲げモーメントの応答である。応答の増減が積載率に支配されることがわかる。ただし短周期入力の場合には応答の増幅が生じている。これは位相差入力による制振モードの低減のためであると考えられる。同じ理由で応答の低減率が位相差なしの場合に比べて小さくなっている。

Fig. 31 は同じく位相差 0.1 秒の時の基礎底面せん断力の応答である。一部を除きほとんど全域で応答の増幅が生じている。位相差入力の場合には動的な制振効果はあまり期待できないといえる。

4.2 スペクトル図の面積による応答増減率コンター図

4.1 節ではコンター図を作成するデータとして最大応答値を利用している。このため応答計算には多大な費用と時間を必要とする。**Fig. 32** と **Fig. 33** は、動的載荷による周波数応答曲線と入力のフーリエスペクトルの積により得られる応答のスペクトルの面積を、橋梁単独系の場合のそれで正規化することにより得られるデータを用いてコンター図を作成したものである。増減の幅が小さく、細部の形状の違いはあるが全体的な傾向は最大応答値を利用した場合とよく一致している。この方法によれば少ない費用、短い時間で様々な載荷条件、入力条件のもとでの解析が可能である。

4.3 広帯域入力の場合における載荷車両の影響の概略評価

4.1, 4.2 節においては橋梁、載荷車両、入力地震動という 3 者の関係を総合的に理解することを試みた。応答によってはその特性はきわめて複雑なものがあつた。しかし橋軸直角方向同位相広帯域入力の場合の橋脚下端曲げモーメントに関しては入力の卓越周期の変化は応答に大きな影響を与えないことがわかった。従ってこの場合にはパラメータとしての入力条件を省略することができると考えられる。ここでは道路橋の地震荷重の設計に際し、特に橋脚下端曲げモーメントの応答に関して載荷車両の影響を定量的に評価することを試みる。

Fig. 34 に示すものは橋脚下端曲げモーメントの最大応答値に関して橋梁単独系の応答により正規化し

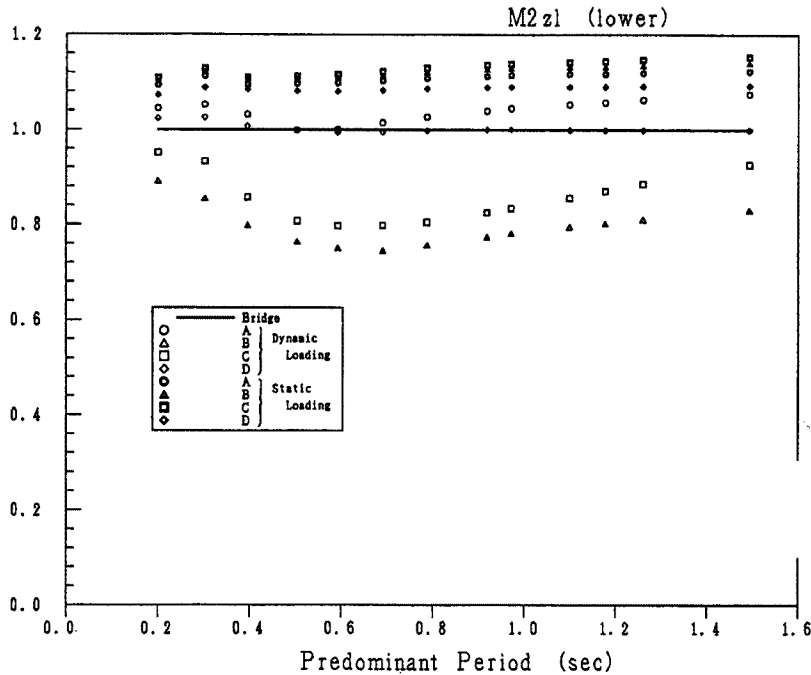


Fig. 34. Bending moment at pier bottom normalized by the value for bridge alone (peak response with four vehicles; sym. position; wide-band ground motion group A; transverse excitation; phase delay=0.0).

たものである。従って各図の縦軸は各載荷パターンにおける最大応答の橋梁単独系での最大応答に対する割合（対橋梁比）を意味する。1.0の位置にあるラインは橋梁単独系の応答値によるものである。現行の設計基準が載荷車両の影響を考慮していないことを考えれば、このラインが現在の設計レベルとみてよいであろう。静的載荷の場合どの入力に対しても対橋梁比は1.1前後で一定であり、動的載荷の場合も0.5～0.8秒で少し値が小さくなるが各載荷パターンそれぞれについてほぼ一定の対橋梁比といえる。

Table 6(a)に示す静的載荷については橋梁単独系の場合の曲げモーメントと静的載荷の場合の曲げモーメントの比を $\alpha_1 (=M_{Static}/M_{Bridge})$ とし、各入力に対する静的載荷の各載荷パターンの対橋梁比がほぼ一定であることからここではその平均を用いて α_1 を求めた。一方、車両の総重量と橋梁の桁、横梁に相当する節点2～6の重量の和を用いて載荷車両による橋梁上部系の重量増加率 γ_i について2通りの計算値を求めた。 α_1 と γ_i を比較すると両者はほぼ一致することから、以上の試算が静的載荷による車両の静的な増幅効果の評価に有効であることがわかる。

同表(b)に示す動的載荷については、静的載荷の場合の曲げモーメントと動的載荷の場合の曲げモーメントの比を $\alpha_2 (=M_{Dynamic}/M_{Static})$ とし、動的載荷の場合の平均対橋梁比（上の定義より $\alpha_1\alpha_2$ となる）と同表(a)で求めた、 α_1 より算出した。ここでは動的載荷の場合の平均対橋梁比、すなわち $\alpha_1\alpha_2$ をFig. 11に示した周波数応答関数を用いて検討をおこなう。動的載荷の場合の応答はこれまで述べてきたように共振モードと制振モードに負うところが大きい、Fig. 11において両モード間の相関が小さいと仮定できるとし、それぞれの周波数応答での極大値にSRSS法の手法を適用することによって試算を行った。すなわち A_0 を橋梁単独系1次モードの極大値、 A_1 を共振モードの極大値、 A_2 を制振モードの極大値として、 $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}/A_0$ と平均対橋梁比 $\alpha_1\alpha_2$ との比較をおこなった。この結果によれば各載荷パターンの相対的大小関係はある程度認められるが静的載荷の場合にみられたような精度とは言えず今後の検討課題である。

Table. 6. Over all effect of vehicle loading on bending moment at pier bottom
(wide-band ground motion group A; transverse excitation; phase delay=0.0)

(a) effect of static loading

loading pattern	α_1	γ_1	γ_2
pattern A	1.108	1.154	1.105
pattern B	1.121	1.179	1.122
pattern C	1.130	1.198	1.136
pattern D	1.086	1.091	1.062

$$\alpha_1 = M_{\text{static}} / M_{\text{bridge}}$$

$$\gamma_i = (W_i + W_v) / W_i \quad (i=1, 2)$$

W_v ; total weight of vehicles

$$W_1; \sum_{i=3,4,5} (\text{weight of node } i) = 325 \text{ tonf}$$

$$W_2; \sum_{i=3,4,5} (\text{weight of node } i) + \sum_{j=3,4} \{(\text{weight of node } j) / 2\} = 475 \text{ tonf}$$

(b) effect of dynamic loading

loading pattern	α_2	$\alpha_1 \alpha_2$	$\sqrt{A_1^2 + A_2^2} / A_0$
pattern A	0.938	1.039	1.173
pattern B	0.711	0.797	1.089
pattern C	0.758	0.857	1.027

$$\alpha_2 = M_{\text{dynamic}} / M_{\text{static}}$$

$$\alpha_1 \alpha_2 = M_{\text{dynamic}} / M_{\text{bridge}}$$

A_1 ; peak value of frequency response at amplifying mode in Fig. 11.

A_2 ; peak value of frequency response at controlling mode in Fig. 11.

A_0 ; peak value of frequency response at fundamental mode for bridge alone in Fig. 11.

5. 結 論

本研究では載荷車両が道路橋の地震応答に及ぼす影響を、種々の設定条件の下で評価を行った。また、設計地震荷重に対する載荷車両の取扱を一部の応答について試みた。橋梁のプロトタイプとして径間 23 m の単純高架橋 1 スパンを対象とし、車両としては大型トラックを考え積載率（法規上の満載時を 1.0 とする。）を種々に変化させて応答解析を行い、載荷車両の影響、入力条件の影響を考察した。以下に得られた結果について述べる。

- (1) 複素固有値解析により橋梁単独系及び橋梁-車両連成系の固有値特性を解析した。橋梁単独系として 1 次モードでも車両との位相差により連成系では 1 次、6 次の 2 つのモードが存在することがわかった。前者は橋梁と車両が同位相で振動し橋梁の地震荷重を増幅させる共振モードであり、後者は橋梁と車両が逆位相で振動し橋梁の地震荷重を低減させる制振モードである。積載率によっては両モードの固有周期は接近しており、橋梁-車両連成系の応答を複雑にする一因となっている。また高次モードにも共振モード、制振モードに相当する振動特性をもつモードが存在することがわかった。

- (2) 周波数応答特性に関する考察により共振モード、制振モードによる橋梁と車両の振動間のエネルギー交換の様相を知ることができた。地震動を入力した際の時刻歴応答特性、及び最大値応答特性の多くは周波数応答特性からの説明が可能であった。
- (3) 時刻歴応答特性に関する考察により橋梁の振動と車両の振動の位相差と励振効果、制振効果の現れ方の関係を知ることができた。また積載率、あるいは入力のみずかな変化によって橋梁の地震応答が大幅に変化することがわかった。
- (4) 最大応答特性に関する考察では、最大応答の周期特性が変化し支配モードが変わっていく様相を観察した。またコンター図を用いての考察により橋梁-車両連成系の応答に対する積載率、入力地震動の卓越周期、入力の位相差、入力のバンド幅などの影響を明らかにした。
- (5) 設計地震荷重に対する載荷車両の取扱を、橋軸直角方向への同位相広帯域入力の場合における橋脚下端曲げモーメントについて検討し、静的載荷の場合と動的載荷の場合の評価手法を提案した。

最後に本研究にあたっては阪神高速道路公団より資料提供等の援助を頂いた。また元京都大学大学院の林泰三氏（現神戸市勤務）にはプログラムの作成、結果の解釈等において多大な協力を頂いた。ここに深謝の意を表する。なお本研究における数値計算には京都大学大型計算機センターの FACOM-M 382 /VP 200 システムを用いたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 V，耐震設計編，1980.
- 2) 林 泰三・亀田弘行：道路橋の地震荷重評価における載荷車両の影響，京大耐震研究報告，No. 87-1，1987.
- 3) W.C. Hurty, and M.F. Rubinstein: Dynamics of Structures, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.