

になっている。

この方法で固体状態の出現を示すには、(12) と (13) の解で  $\rho(r) \neq \text{const.}$  となるような解のときのエネルギーが、 $\rho(r) = \text{const.}$  に対する解のときのエネルギーより低いことが必要である。

## A 8

### 高密度物質の状態（とくに融解について）

名大理 上 羽 牧 夫  
名大工 本 間 重 雄

$10^2 \sim 10^9 \text{ g/cm}^3$  程度の密度の物質の様子を融解の問題を中心に天体現象にもふれて紹介した。

軽い元素からなる物質を強く圧縮してゆくと金属化し、たとえば水素では数百万気圧で固体金属水素になる。このような完全に電離した裸のイオンと縮退した電子からなる系を考える。Coulomb 相互作用をしている粒子系では構成粒子を特徴づけるのは、質量  $m$  と電荷  $e$  だけであり、系の状態を特徴づけるパラメタは運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの比である。このパラメタとしては普通、 $T=0$  では Bohr 半径

$$a_0 \equiv \frac{\hbar^2}{m e^2} \quad (\text{イオンでは } A_0 \equiv \frac{\hbar^2}{AM(Ze)^2})$$

を単位として測った平均粒子間距離  $r_s (R_s)$  を、高温では

$$\Gamma \equiv \frac{(Ze)^2}{kTR}$$

をもちいる。

${}^4\text{He}$  の場合に予想される相図を第 1 図に示す。

#### (1) 電子の状態

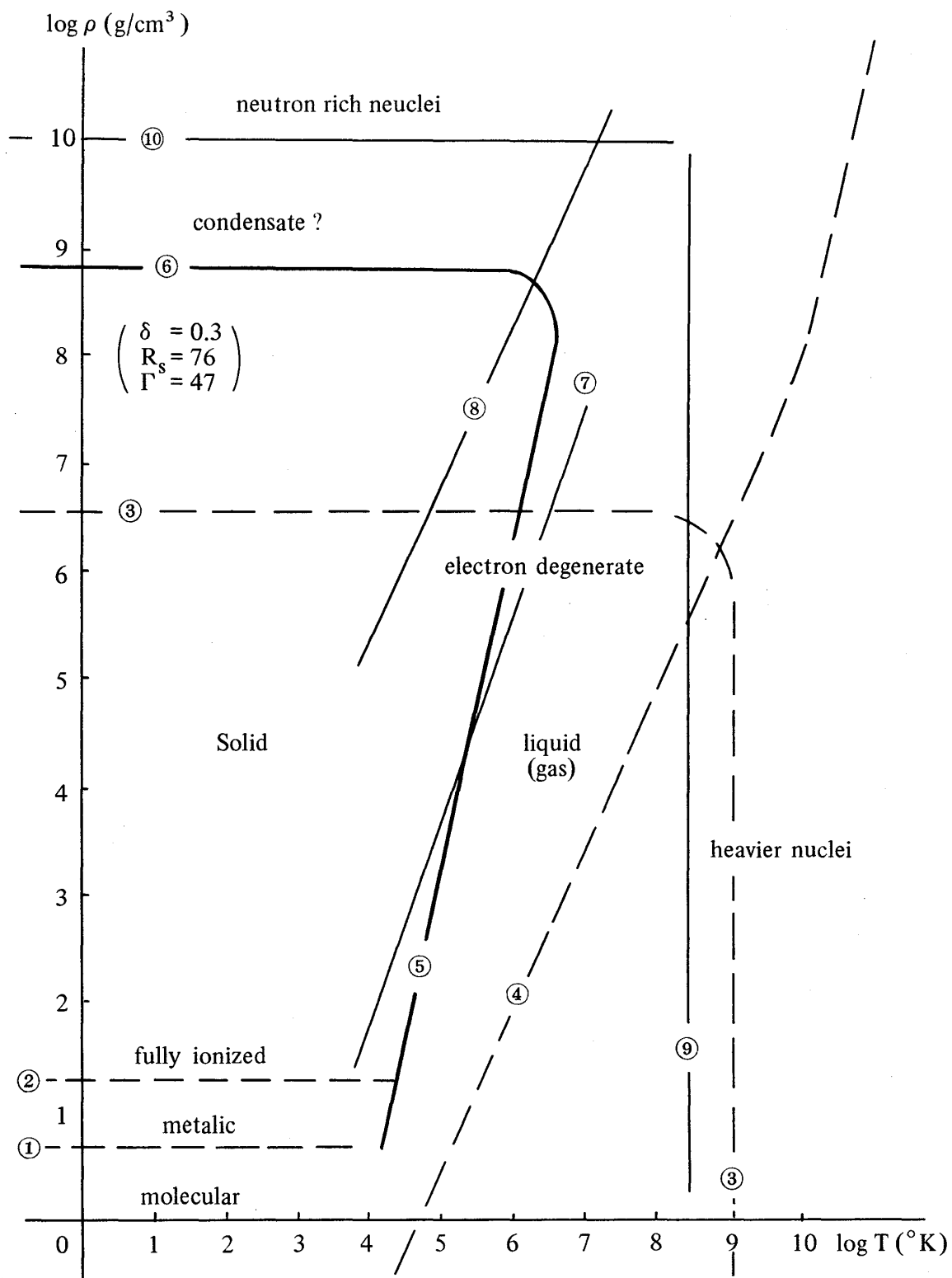


図1 高密度  ${}^4\text{He}$  の相図

- ① 外側の電子の電離  $\epsilon_F \approx e^2/a_0$
- ② 内側の電子の電離  $\epsilon_F \approx (Ze)^2/a_0$
- ③ 電子が相対論的になる  $kT \approx mc^2, P_F \approx mc$
- ④ 電子が縮退  $\epsilon_F \approx kT$

密度の核種に対する依存性は②を除き  $A/Z$  で小さい。

(2) イオン(裸の原子核)の状態

- ⑤ 高温での結晶化  $\Gamma = \text{const.}, \rho \propto A Z^{-6} T^3$
- ⑥ 高密度での融解  $R_s = \text{const.}, \rho \propto A^4 Z^6$
- ⑦ 集団運動(フォノン)が量子論的に  $\hbar \Omega_D \approx kT, \rho \propto A^2 Z^{-2}$
- ⑧ 個別運動が量子論的に  $E_F \approx kT, \rho_{i.d.} \propto A^{5/2} (M/m)^{3/2} \rho_{e.d.}$
- ⑨ 高温での熱核反応 ———  ${}^8\text{Be}, {}^{12}\text{C}, {}^{16}\text{O}$  などへ
- ⑩ 高密度での核反応 ——— 電子の Fermi エネルギーがあり, 逆ベータ崩壊で中性子過剰核になる。

このうちの融解の問題を考えるが, 興味深いのは Coulomb 相互作用に高密度で零点運動がうちかっっておこる融解である。

融解を問題にする領域は電子が強く縮退してほぼ一様とみなせる  $r_s \ll 1$  の領域であり, イオンに対しては Coulomb 相互作用が重要な役割を果たす  $R_s \gtrsim 1$  の領域である。 $r_s \ll 1$  でも電子が全く一様とは言えない。イオンとバックグラウンドの電子の相互作用で最も重要なのは, 電子によるイオンのポテンシャルのスクリーニングである。スクリーンされる距離は Thomas-Fermi 半径  $\lambda_{T-F} = (\pi/12)^{1/3} (a_0 r_s)^{1/2}$  の程度であり密度が大きくなると共に短くなるが, (粒子間隔)  $\propto r_s$  なので,  $r_s \ll 1$  では実質的にスクリーニングは効かなくなる。スクリーニングのためにイオン系の長波長縦波のモードであるプラズマ振動が音波にかわるが, たいていの場合この影響は無視してよい。イオンが格子を組んだ場合のバンドエネルギーも  $r_s \ll 1$  では重要でない。<sup>5)</sup>

以上のことから  $r_s \ll 1$  の成立している範囲で融解を考えるときはバックグラウンドの電子を一様な荷電中性を補償するためのものと考えてよく, イオンの Wigner 結晶とみてよい。ただし, 圧力への寄与は電子からのものが圧倒的に大きく, 相変化はほとんど体積変化をとみなわない。

高温領域での融点の決定で最も信頼のおけそうなのは計算機実験である。その結果は

① Brush-Sahlin-Teller (1966)<sup>6)</sup> : Monte Carlo 法で 32 個の粒子系で  $\Gamma \approx 126$  で相転移がおこる。このとき互いに移りかわる 2 つの分枝があらわれ、このエネルギーの差が  $(3/4)kT$  の程度であった。

② Pollock-Hansen (1973)<sup>7)</sup> :  $N=128$  の粒子系の Monte Carlo 法による計算機実験から決めた液相の自由エネルギーと固相のそれとをくらべて  $\Gamma \approx 155$  を得た。0.1 % の自由エネルギーの誤差が  $\Gamma$  の値を 15 も動かす。

高密度（低温）領域での融解は、いろいろな立場から融点の評価がおこなわれているが、不定性が非常に大きい。

(1) 固体・液体の両相の基底状態のエネルギーの比較 : 高密度極限と低密度極限からの  $R_s$  展開によるエネルギー<sup>8)9)</sup>の比較は Fermion で  $R_s \approx 4$ , Boson で  $R_s \approx 15$  を与えるが、この領域では特に液相の展開が悪い。Boson の場合には液相に Hamiltonian をプラズマ振動で近似した Jastrow 型の波動関数を持ちいてエネルギーを計算し  $R_s \approx 360$  がえられている。<sup>10)</sup>

(2) 一方の相からの不安定性

① 固相：集団運動の不安定化として横フォノンの不安定が研究されており、非調和性をセルフ・コンシステント・フォノン方法でとり入れると  $R_s \approx 22$  で安定な解がなくなることが知られている。<sup>11)</sup> これとは別に量子効果による格子欠陥の生成による個別粒子励起に対する不安定も考えられる。正常な格子点と格子間位置にある調和振動子を考え、この準位に Fermi 面を考えると、密度が高くなると一安数の粒子が格子間位置にはみ出す。半数以上の粒子がはみ出すのを不安定点とすると  $R_s \approx 27$  が得られる。<sup>12)</sup>

② 液相：密度波の不安定性が期待されるが、斥力系での信頼できる議論はないように思われる。

(3) 半経験則 —— 一次相転移では一般に不安定があっても、その前にもっとゆるい条件で転移がおこるので、適当な半経験則が有効である。

① 固相：Lindemann 則がよく知られているが、特にこの立場は今のところ  $T=0$  と  $T \neq 0$  をつなぐ唯一のものである。調和振動の範囲で粒子の平均 2 乗振幅は<sup>13)</sup>

$$\langle \delta R^2 \rangle = \frac{1}{NM} \frac{\hbar}{2} \sum_{\mathbf{k}\lambda} \frac{1}{\Omega_{\lambda}(\mathbf{k})} \coth \left( \frac{\hbar \Omega_{\lambda}(\mathbf{k})}{2kT} \right)$$

であるが、この式は  $T \rightarrow 0$  と  $kT \gg \hbar \Omega$  とそれぞれ

$$\langle \delta R^2 \rangle = \frac{\hbar}{2NM} \sum \frac{1}{\Omega_{\lambda}(\mathbf{k})} = \frac{3\hbar}{2M\Omega_p} u_{-1}$$

$$\langle \delta R^2 \rangle = \frac{\hbar}{2NM} \cdot \sum \frac{1}{\Omega_{\lambda}(\mathbf{k})} \frac{2kT}{\hbar \Omega_{\lambda}(\mathbf{k})} = \frac{3kT}{M\Omega_p^2} u_{-2}$$

となる。ここに  $u_{-1}$ ,  $u_{-2}$  は  $\Omega_p$  で規格化したマイナス1次とマイナス2次のモーメントである。これと Lindemann 則  $\langle \delta R^2 \rangle / R^2 = \delta^2$  とから融点の  $R_s$  として、 $T=0$  で  $R_s = 0.614 \delta^{-4}$ ,  $kT \gg \hbar \Omega_p$  で  $R_s = 0.476 \delta^2 / (kT)_{R_y}$  が得られる。( $(kT)_{R_y}$  は対応する Ryberg 単位ではかったもの)。後者は  $\Gamma$  に直すと  $\Gamma = (0.238 \delta^2)^{-1}$  である。Hansen 達は数値計算で中間領域での相図も書いている。<sup>7)</sup> 高温で得られた  $\Gamma=155$  に対しては  $\delta \approx 0.16$ ,  $R_s \approx 700 \sim 900$  が対応し、非常に大きな  $R_s$  をあたえる。融解のおこる密度は  $\delta$  に非常に強く依存している ( $\propto R_s^{-3} \propto \delta^{12} u_{-1}^6$ ) ので Lindemann 則が安量的に余り有効であるとは言えないのが特徴である。

② 液相：構造因子  $S(k)$  などについての規準があるが、液体状態については不明なことが多く、今のところ有効な理論は出されていないようである。

$r_s \ll 1$  というような高密度領域は地上では実現されないが、天体では白色矮星の内部と中性子星の外側にある。

(1) 白色矮星の結晶化系列：白色矮星は、核燃焼がおわってゆっくりと冷えてゆく  $10^5 \sim 10^9$   $g/cm^3$  程度の中心密度をもつ、電子の縮退圧で支えられた星である。縮退電子のため熱伝導率が高く星の内部はほぼ等温と考えてよく、第2図のような構造の線をもっている。星の冷却とともに中

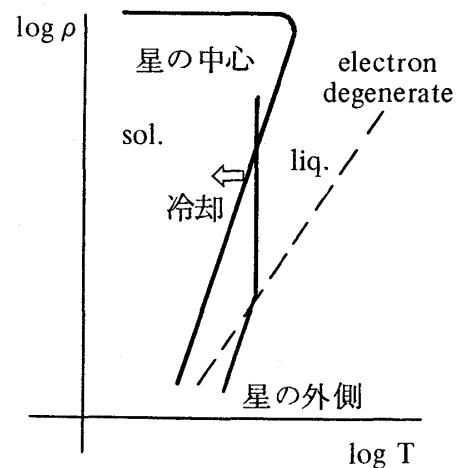


図2 白色矮星内部の状態

心部から結晶化がはじまるが（星の化学組成と中心密度によっては中心が液体のままといふことがあるかも知れない），この時に放出される潜熱のために冷却の進行がおくれる。<sup>4)</sup> 白色矮星の HR 図上での分布に集中した系列がみられるのを Van Horn はこれによって説明した。<sup>14)</sup>

(2) パルサーのグリッチ：パルサー（高速で回転している中性子星）の出すきわめて正確な光や電波のパルスは，エネルギーを失って回転がゆっくりとなってゆくと徐々に周期がのびてゆくが（カニ・パルサーで  $3.8 \times 10^{-6}$  sec/day），この周期がわずかではあるが，急にガタッと変わる現象が観測されている（グリッチと呼ばれる）。これは，回転周期の変化に伴って星の平衡形状が変わるが，固体部分が星の外殻にあるために，そこにストレスがたまり一挙に解放される時におこる星の地震（星震）であるとして説明される。<sup>15)</sup>

これら高密度物質の問題は，直接の実験的検証が不可能なため，定性的な議論にとどまるものが多く，理論のチェックや精密化はすすんでいない。理論的には  $T=0$  と有限温度での融解の関係，Coulomb 相互作用の特殊性（cf. He 原子は高密度側で固体）などが，重要な問題である。

## 参 考 文 献

- 1) D. A. Kirzhnits, Sov. Phys. USPEKHI 14, 152 (1972).
- 2) 恒藤敏彦，講座 現代物理学の基礎 7 物 性 I，岩波 第 2 章
- 3) 林忠四郎，講座 現代物理学の基礎 12 宇宙物理学，岩波 第 2 章
- 4) D. A. Kirzhnits, Sov. Phys. JETP 11, 365 (1960).
- 5) A. A. Abrikosov, Sov. Phys. JETP 12, 1254 (1961).
- 6) S. G. Brush, H. L. Sahlin, and E. Teller, J. Chem. Phys. 45, 2102 (1966).
- 7) E. L. Pollock and J. P. Hansen, Phys. Rev. A8, 3110 (1973).
- 8) W. J. Carr, Jr., R. A. Coldwell-Horsfall, and A. E. Fein, Phys. Rev. 124, 747 (1961).
- 9) K. A. Brueckner, Phys. Rev. 156, 204 (1967).
- 10) J. P. Hansen, B. Jancovici and D. Schiff, Phys. Rev. Lett. 29, 991 (1972).
- 11) A. A. Kugler, Ann. Phys. 53, 133 (1969).
- 12) H. M. Van Horn, Phys. Rev. 157, 342 (1967).

- 13) R. A. Coldwell-Horsfall and A. A. Maradudin, J. Math. Phys. **1**, 395 (1960).
- 14) H. M. Van Horn, Astrophys. J. **151**, 227 (1968).
- 15) D. Pines, J. Shaham, and M. A. Ruderman, Proc. of IAU Symp. No. 53.