

t-J 模型における擬スピンギャップの電気抵抗に対する効果

東京大学 理学系研究科 小野田 勝¹
 東京大学 総合文化研究科 一瀬郁夫²
 近畿大学 理工学部 松居哲生³

t-J 模型におけるスピンギャップの電気抵抗に対する効果をゲージ相互作用する Ginzburg-Landau 理論を用いて計算した。 T^* をスピンギャップが生じはじめる温度としたとき、電気抵抗は、 $\rho(T) \propto T[1 - c(T - T^*)^d]$ と振る舞う。(平均場近似では $d = 1/2$ 。) ゲージ場のコンパクト性を考慮した場合、指数 d はユニバーサルなものではなく温度に依存するものとなり、実験との整合性を改善することが分った。

1 はじめに

銅酸化物高温超伝導体の常伝導状態において見られるさまざまな物理量の特異な振る舞い [1] を説明するものとして、Anderson によるスピン・電荷分離 [2] の考え方がある。このアイデアによれば、t-J 模型のスレーブ・ボソン平均場理論は自由なスピノンとホロンの系とみなされ、平均場からの揺らぎの効果はゲージ相互作用の導入により考慮することができる。したがって、電気抵抗 $\rho(T)$ などの物理量を摂動論により計算することができるであろう。実際、Nagaosa, Lee らは massless ゲージ場の効果を摂動的に取り込むことにより、 $T > T^*$ において電気抵抗が $\rho(T) \propto T$ と振る舞うことを示した [3]。(ただし、 T^* はスピンギャップの開きはじめる温度。) また、この振る舞いは実験において観測されているものと一致している [4]。

一方、 $T < T^*$ において、 $\rho(T)$ は温度に比例する振る舞いからずれはじめることが観測されている [5, 6]。これはスピンギャップ状態においてゲージ場が質量 m_A をもつことにより上記のずれが生じるものと理解できる。つまり、質量項によりゲージ場の揺らぎが押さえられ、ゲージ場によるホロンの散乱も押さえられるわけである。実際、我々は massive ゲージ場を考えることにより、次の結果を得た [7]。

$$\rho(T) \simeq \frac{3\pi\tilde{m}}{2e^2n_B}k_BT\left[1 + X(T) - \sqrt{\{1 + X(T)\}^2 - 1}\right],$$

¹ E-mail : onoda@cms.phys.s.u-tokyo.ac.jp

² E-mail : ikuo@hep1.c.u-tokyo.ac.jp

³ E-mail : matsui@phys.kindai.ac.jp

$$X(T) = \frac{m_A^2(T)}{8\pi\tilde{n}_B(T)}, \quad \frac{1}{\tilde{m}} = \frac{1}{m_F} + \frac{f_B(-\mu_B)}{2m_B}, \quad (1)$$

ただし、 $m_{F(B)}$ はスピノン (ホロン) の質量、 $f_B(-\mu_B) = [\exp(-\beta\mu_B)-1]^{-1}$ 、 μ_B はホロンの化学ポテンシャル、 n_B はホロン数密度、 $\tilde{n}_B = n_B/f_B(-\mu_B)$ である。かつこの中がゲージ場の質量 m_A によるずれの割合を表している。ここで、 T^* 近傍において、 $m_A(T) \propto (T^*-T)^d$ ($d > 0$) と仮定し、その他の弱い温度依存性を無視すると、

$$\rho(T) \propto T[1 - c(T^* - T)^d]. \quad (2)$$

となる。平均場近似では $d = 1/2$ であるが、これは実験と矛盾する。観測されているずれ方は非常に滑らかであり、 $d > 1$ が要求されるからである。今回我々は以下で説明する有効理論を用い、さらにゲージ場のコンパクト性を考慮することにより m_A の温度依存性を計算した。その結果、指数 d はユニバーサルな定数ではなく、温度依存性を持つことが分かった。

ここでいう有効理論とは、ゲージ場 A_i との相互作用をもつ複素スカラー場 λ の Ginzburg-Landau 理論 $L(\lambda, A_i)$ であり、 λ は d -波型のスピノン対を表す。同様の模型は、Halperin, Lubensky, Ma らによっても考察されており、そこでは A_i は電磁場に、 λ はクーペ対の場に対応している。また、 A_i の揺らぎにより相転移が2次から1次が変わることが示された [8]。一方、Ubbens, Lee らは、t-J 模型のスレーブ・ボソン平均場理論においてゲージ場の揺らぎを考慮し、上記と同様に T^* における転移が1次になることを示した。さらに、 T^* は超伝導転移温度 T_c よりも低く、ゲージ場の揺らぎはスピン・ギャップ相を完全に壊すと結論した [9]。ただし彼等は λ と A_i の相互作用項として $\lambda^2 A_i^2$ を使用しており、本来はリンク変数であった A_i の周期性が考慮されていない。(t-J 模型は格子上で定義されているため、ゲージ場 A_i はリンク上で定義され周期性をもつ。) そこで、 λ と A_i の相互作用項として、 A_i の周期性を考慮した $\lambda^2 \cos(2aA_i)$ の型のものを考えるのがより妥当であろう。(ただし、 a は格子定数。) また、この周期的相互作用は、 $\lambda^2 A_i^2$ では無視されている相互作用頂点をも包含していることは注目すべき点である。実際、 $\lambda^2 \cos(2aA_i)$ の相互作用によりゲージ場の揺らぎを取り入れた結果、その補正が平均場近似における寄与を凌駕することなく、系の転移は2次に留まることがわかった。ただし、先に述べたように指数 d はユニバーサルな定数ではなくなる。

2 有効理論

以下のスレーブ・ボソン平均場理論における t-J ハミルトニアンを考える。

$$H_{MF} = \sum_{x,i} \left[\frac{3J}{8} |\chi_{xi}|^2 + \frac{2}{3J} |\lambda_{xi}|^2 - \left\{ \chi_{xi} \left(\frac{3}{8} J \sum_{\sigma} f_{x+i\sigma}^{\dagger} f_{x\sigma} + t b_{x+i}^{\dagger} b_x \right) + \text{H.c.} \right\} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left\{ \lambda_{xi} \left(f_{x\uparrow}^{\dagger} f_{x+i\downarrow}^{\dagger} - f_{x\downarrow}^{\dagger} f_{x+i\uparrow}^{\dagger} \right) + \text{H.c.} \right\} \right] - \sum_x \left(\tilde{\mu}_B b_x^{\dagger} b_x + \tilde{\mu}_F \sum_{\sigma} f_{x\sigma}^{\dagger} f_{x\sigma} \right). \quad (3)$$

ただし、 $f_{x\sigma}$ は2次元格子上的点 x に定義されたスピン σ ($=\uparrow, \downarrow$) をもつスピノン演算子 (フェルミオン)、 b_x はホロン演算子 (ボソン) である。指標 i ($=1, 2$) は i -方向の単位ベクトルを表す。 $\tilde{\mu}_{B,F}$ は $\langle b_x^\dagger b_x \rangle = \delta$, $\sum_\sigma \langle f_{x\sigma}^\dagger f_{x\sigma} \rangle = 1 - \delta$ をみたすように導入した化学ポテンシャル。 $(\delta$ はドーピング・パラメータ。) χ_{xi} および λ_{xi} はリンク $(x, x+i)$ 上に定義されており、t-J 模型における t および J の項を展開するために導入された複素補助場である。 χ_{xi} はスピノンとホロンのホッピングの振幅に相当し、 λ_{xi} はスピノン対の振幅に相当する。以下では、これらの動径成分を平均場として扱う。ただし χ_{xi} の位相成分としてゲージ場を $\chi_{xi} = \chi \exp[iA_{xi}]$ のように導入する。 λ_{xi} の位相成分については後ほど触れる。

上記の模型を連続体近似した後、スピノンとホロンの自由度について汎関数積分を行うと A_i と λ_i についての有効ラグランジアンが得られる。(ただし、 A_i および λ_i は、それぞれ格子変数 A_{xi} および λ_{xi} に対応する連続場である。) 以下では特にアンダー・ドープ領域 ($\delta < 0.15$) を考えるが、このとき λ_i のポテンシャルより d -波型が優勢であることが見て取れる。そこで s -波のモードを無視することにし、さらに静的近似 (虚時間に依存しないモードのみを考える。) を行うと、次の有効ラグランジアン密度が得られる。

$$L_{\text{eff}} = a_d \lambda^2 + \frac{3}{2} b (1 - \delta)^4 \lambda^4 + c (1 - \delta)^2 \lambda^2 (\partial_i \theta - 2A_i)^2 + \frac{1}{12\pi\tilde{m}} \sum_{ij} \frac{1}{4} F_{ij} F_{ij}. \quad (4)$$

ただし、 λ は d -波型スピノン対の振幅、

$$\begin{aligned} a_d &= m_F \chi - \frac{m_F}{\pi} (1 - \delta)^2 \ln\left(\frac{2e^\gamma}{\pi} \beta \omega_\lambda\right), \quad b = \frac{7\zeta(3)}{8\pi^3} \beta^2 m_F, \quad c = \frac{7\zeta(3)}{32\pi^3 m_F} \beta^2 k_F^2, \\ \mathcal{D}_i &= \partial_i - 2iA_i, \quad F_{ij} = \partial_i A_j - \partial_j A_i, \end{aligned} \quad (5)$$

である。さらに λ のポテンシャル部分より、平均場近似において次の結果が得られる。

$$k_B T_\lambda = \frac{2e^\gamma}{\pi} \omega_\lambda \exp\left[-\frac{\pi\chi}{(1-\delta)^2}\right], \quad c(1-\delta)^2 \lambda^2(T) \simeq \frac{k_F^2}{12\pi m_F} \left(1 - \frac{T}{T_\lambda}\right), \quad (6)$$

ただし、 γ はオイラー数、 ω_λ はペアリングに寄与するスピノンのエネルギーに対するカットオフ、 k_F はスピノンのフェルミ波数である。 T_λ は λ が発達し始める温度であり、 T^* に対応する。また、模型としては2次元系を扱っているが、現実の系との対応より弱3次元性を考慮し、相転移の存在を仮定する。

ところで、本来 A_i は周期性をもつコンパクトなゲージ場であるが、ここまでは非コンパクトなものとして扱ってきた。このような取り扱いは、スピン・電荷分離の転移温度 T_{CSS} ($\gg T^*$) よりも十分低温であれば、ゲージ場の運動項に関しては妥当であると考えられる [10]。そこで λ の位相成分 θ および A_i の周期性を考慮するために、ゲージ場の質量項 $(A_i - \partial_i \theta/2)^2$ を周期ポテンシャルで置き換えることにする。このとき有効ラグランジアンのなかでゲージ場の関与する部分は次のようになる。

$$L_B = \frac{1}{12\pi\tilde{m}} \sum_{ij} \frac{1}{4} F_{ij} F_{ij} + c(1-\delta)^2 \lambda^2 \cdot \frac{1}{a^2} \left[4 - \sum_i 2 \cos(2aB_i)\right], \quad (7)$$

ただし、ユニタリー・ゲージをとることにして、ベクトル場 $B_i \equiv A_i - \partial_i \theta/2$ を導入した。 $[F_{ij} = \partial_i B_j - \partial_j B_i]$

3 変分法によるゲージ場質量の評価

B_i の質量項を変分法により評価するために、以下の変分ラグランジアン密度を考える。

$$L'_B = \frac{1}{12\pi\bar{m}} \left(\sum_{ij} \frac{1}{4} F_{ij} F_{ij} + \sum_i \frac{m_A^2}{2} B_i B_i \right), \quad (8)$$

ここで m_A は変分パラメータである。以上の L_B および L'_B より、関係式 $F_B = F'_B + \langle L_B - L'_B \rangle'$ を用いて次の変分自由エネルギー密度が得られる。(ここで、期待値は L'_B を用いて計算する。)

$$F_B(m_A) = F_B(0) + \frac{k_B T}{8\pi} m_A^2 - \frac{4c(1-\delta)^2 \lambda^2}{a^2} \left(\frac{m_A^2}{q_c^2} \right)^{\frac{T}{\Theta(T)}},$$

$$k_B \Theta(T) \equiv \frac{1}{3a^2 \bar{m}} = \chi \left[\frac{J}{4} + \frac{t}{3} f_B(-\mu_B) \right], \quad (9)$$

ただし q_c は B_i の波数におけるカットオフであり a^{-1} のオーダーである。また、 m_A^2/q_c^2 が十分小さい状況を考えているとして、 $O(m_A^4/q_c^4)$ の量を無視した。 $F_B(m_A)$ の変分をとることにより、次の結果が得られる。

$$m_A^2(T) = q_c^2 \left[\frac{96\pi\bar{m}}{q_c^2} c(1-\delta)^2 \lambda^2 \right]^{2d(T)}, \quad d(T) = \frac{\Theta(T)}{2[\Theta(T) - T]}. \quad (10)$$

ここで注意すべきは、 $d(T) > 1$ である限りゲージ場の揺らぎの寄与は λ^4 よりも高次の補正となり、平均場近似における結果に影響しないことである。このときゲージ場の質量 $m_A(T)$ は T_λ において、 $m_A(T) \propto (T_\lambda - T)^{d(T_\lambda)}$ のように連続的に発達しはじめる。つまり指数 d はもはや $1/2$ ではなく、また定数でもないことがわかる。特に、 T_A を方程式 $T_A = \Theta(T_A)$ の解として、 $T_\lambda \sim T_A$ の場合には、激しく変化することがわかる。($d(T)$ は T_A において発散する。) このような状況は、非コンパクトなゲージ相互作用を考えたときとは対照的である。この場合ゲージ場の揺らぎによる補正は、平均場近似の結果に大きく影響する。実際、先に述べたように参考文献 [8] の計算によれば、3次元におけるゲージ場の揺らぎの寄与は λ^3 の補正項を与える。

次にゲージ場の波数におけるカットオフ q_c について考える。 q_c は a^{-1} 程度であると考えられるので、 $q_c^2 = \alpha a^{-2}$ のように書くことにすると、 $m_A^2(T) = q_c^2 z (1 - T/T_\lambda)^{2d(T)}$, $z = [16\pi(1-\delta)\bar{m}/(\alpha m_F)]^{2d(T)}$ となる。ここで直接的な評価として、 $\pi q_c^2 = (2\pi/a)^2$ を採用すると、 $\alpha = 4\pi$ より $z \simeq 4^{2d(T)}$ となり、 $\rho(T)$ の温度に比例する振る舞いからのずれ方は非常に急激なものとなり現実的なカーブを与えない。(ただし、滑らかではある。) そこで、 q_c を有効理論におけるパラメータとみなし、 α として現実的なカーブを与えるものを採用することにする。例えば $z = 1$ を要求した場合、 $\alpha = 16\pi(1-\delta)\bar{m}/m_F$ となる。

最後にホッピング・パラメータ t のくりこみについて考える。現実の系との対応より弱3次元性を考慮し、 $T_B \simeq 2\pi n_B/m_B = 4\pi t \chi \delta$ 程度の温度スケールにおいてホロンのボーズ凝縮が起きると仮定すると、 T_B はアンダー・ドープ領域における超伝導転移温度 T_c とみなされる。しかし、 $t \sim 0.3$ eV としたとき、最適ドープ近傍 $\delta \sim 0.15$ において $T_B \sim 3000$

K となり現実的でない。現実的な転移温度 $T_c \sim 100\text{K}$ を得るためには、 t の代わりに有効パラメータとして $t^* \sim 0.01\text{ eV}$ を考える必要がある。

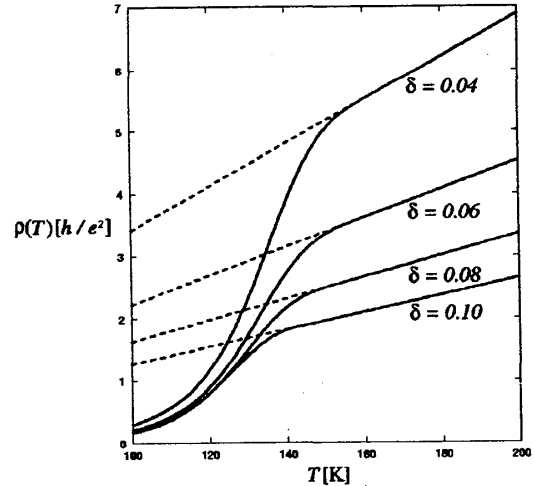
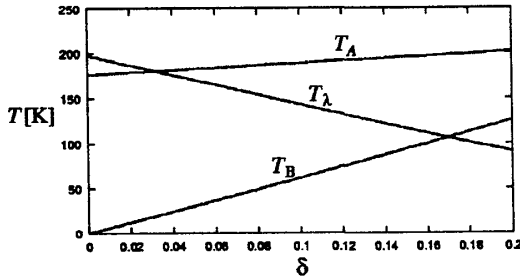
4 結果

下図左に相図を示す。ただし、 T_λ は λ が発達し始める温度であり、はじめに述べた T^* に対応する。また、 T_A は質量 m_A の指数 d が発散する温度、 T_B は弱 3 次元性を仮定した場合に、ホロンがボーズ凝縮を起こす温度スケールである。各パラメータは $t^* = 0.01\text{ eV}$, $J = 0.15\text{ eV}$, $\omega_\lambda = \pi J\chi/(2e\gamma)$ とした。また χ については、 δ および λ が十分小さいときの近似式

$$\chi \simeq \left\langle \sum_{\sigma} f_{x+i\sigma}^\dagger f_{x\sigma} + \frac{8t}{3J} b_{x+i}^\dagger b_x \right\rangle_{\text{MF}} \simeq \frac{4}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1-\delta}\right) + \frac{8t}{3J}\delta, \quad (11)$$

を用いて評価した。

下図右には、電気抵抗 $\rho(T)$ をプロットした。アンダー・ドープ領域では、温度に比例する振る舞いからのずれは滑らかであり、平均場近似における結果 $d = 1/2$ にくらべて実験との整合性が改善している。



参考文献

- [1] 例えば、T. Nishikawa *et al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **63** (1994), 1441; J. Takeda *et al.*, Physica C **231** (1994), 293; H. Y. Hwang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **72** (1994), 2636.
- [2] P. W. Anderson, Phys. Rev. Lett. **64** (1990), 1839.
- [3] N. Nagaosa and P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. **64** (1990), 2450; Phys. Rev. B **43** (1991), 1233; P. A. Lee and N. Nagaosa, Phys. Rev. B **46** (1992), 5621; L. Ioffe and P. Wieg-

- mann, Phys. Rev. Lett. **65** (1990), 653; I. Ioffe and G. Kotliar, Phys. Rev. B **42** (1990), 10348.
- [4] M. Gurvitch and A. T. Fiory, Phys. Rev. Lett. **59** (1987), 1337.
- [5] T. Ito, K. Takenaka, and S. Uchida, Phys. Rev. Lett. **70** (1993), 3995; B. Bucher *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70** (1993), 2012.
- [6] H. Yasuoka *et al.*, "Strong Correlation and Superconductivity", ed. H. Fukuyama *et al.* (Springer Series, Berlin, 1989) p.254; M. Takigawa *et al.*, Phys. Rev. B **43** (1991), 247; J. Rossat-Mignot *et al.*, Physica C **185-189** (1991), 86; J. M. Tranquada *et al.*, Phys. Rev. B **46** (1992), 5561.
- [7] M. Onoda, I. Ichinose, and T. Matsui, J. Phys. Soc. Jpn. **67** (1998), 2606.
- [8] B. I. Halperin, T. C. Lubensky, and S. Ma, Phys. Rev. Lett. **32** (1974), 292.
- [9] M. U. Ubbens and P. A. Lee, Phys. Rev. B **49** (1994), 6853.
- [10] I. Ichinose and T. Matsui, Nucl. Phys. B **394** (1993), 281; Phys. Rev. B **51** (1995), 11860; N. Nagaosa, Phys. Rev. Lett. **71** (1993), 4210.