

氏 名	大 谷 暢 夫 おお たに のぶ お
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	工 博 第 442 号
学位授与の日付	昭 和 50 年 11 月 25 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	工 学 研 究 科 原 子 核 工 学 専 攻
学位論文題目	SOLUTIONS OF GROUP DIFFUSION EQUATIONS IN THE FORM OF FOURIER SERIES (多群拡散方程式のフーリエ級数解)
論文調査委員	(主 査) 教 授 西 原 宏 教 授 岐 美 格 教 授 柴 田 俊 一

論 文 内 容 の 要 旨

この論文は多次元多領域原子炉の定常状態における多群拡散方程式の解を、領域ごとのフーリエ級数の形で表現する、実用的な新しい計算法の研究を記述したもので、5章及び付録から成っている。

第Ⅰ章は序論であって、多群拡散方程式の実用的解法について現在までに行われた研究を概観し、この研究の位置付けがなされている。

第Ⅱ章では、先ず解くべき多群拡散方程式と境界条件を示し、問題の設定を行っている。拡散方程式に、その同次部分の解を重み関数として乗じ、各領域で積分してグリーンの定理を適用すると、領域間境界及び外部境界における中性子束とその法線方向の微分係数を未知関数とする連立方程式が得られる。これらの未知関数をフーリエ級数に展開すると、展開係数を未知数とする連立一次代数方程式が直ちに導かれる。与えられた境界条件式にフーリエ級数を代入して得られる連立一次方程式を付け加えると、すべての展開係数が代数的に定まる。従って、中性子束及びその垂直勾配の境界値が確定する。つぎに、ヘルムホルツ型微分方程式の、適当な境界条件に対する固有関数を各領域毎に選び、これを重み関数として、拡散方程式を各領域上で積分すると、領域内部の中性子束をこれらの固有関数で展開した場合の係数を表わす式が得られる。従って、中性子束の分布が、領域ごとの固有関数展開（フーリエ級数）の形で求められる。

第Ⅲ章は第Ⅱ章で定式化した方法を直角座標系に適用したものである。境界値の方程式を導くのに用いる重み関数は、上記の同次方程式に対するディリクレ問題を解く際に使う基本解である。フーリエ級数には、正弦項及び余弦項を含む標準形と余弦項のみから成る余弦級数を用い、1次元、2次元及び3次元問題の解が求められている。得られたフーリエ級数は、特に境界の近くで、一般に収束が遅い。そこで著者は収束を速めるためにつぎのような方法を提案している。中性子束分布の断面をとると、その両端における値及び微分係数は、すでに境界値として求まっている。そこで、これと同じ境界条件を満たす適当な関数、たとえば多項式を選んで、これをフーリエ級数に展開し、この級数をもとのフーリエ級数から差引い

た残差級数と上記の多項式の和で中性子束分布の断面を表わす。そうすると、級数部分の収束は非常に改善される。著者はまた、2次元1領域1群の外部中性子源問題、2次元2領域1群の外部中性子源問題、2次元2領域2群のポイズンサーチによる臨界問題及び3次元1領域1群の外部中性子源問題について数値計算を実行し、フーリエ級数の打切項数の影響、標準形級数と余弦級数の比較、及び差分法による標準的な拡散コードとの比較を行って、この方法が実用上すぐれていることを実証している。

第Ⅳ章では、第Ⅱ章の方法が2次元 R-Z 円柱座標に適用されている。円柱座標では中心軸がベッセルの微分方程式の特異点となるため、中心軸を含む領域と、これを含まない領域では、重み関数も展開に用いる固有関数も異なる。固有関数の境界条件には境界における垂直勾配が零になることを選ぶ。これはフーリエ級数を境界を含めて真値に収束させるためである。得られた級数の収束は、特に境界の近くで遅い。それは、展開に用いたフーリエ級数の微分係数が境界上で真値に収束しないためである。そこですでに求められている垂直勾配の境界値を満す適当な連続関数と残差級数の和によって、領域内部の中性子束分束を表現する方法を再び適用すると、級数部分の収束は格段に速められる。直角座標の場合と異なる点は、分布の断面ではなく、2次元分布のフーリエ級数に直接適用したことである。2領域2群の臨界問題をポイズンサーチで扱った結果、著者提案の方法によって得られた解は直角座標の場合と同様の特徴を示し、実用上甚だ有効であることが実証された。

第Ⅴ章はまとめであって、この方法の利点と問題点がつぎのように要約されている。この方法はヘルムホルツの微分方程式が変数分離で解けるすべての座標系に適用できる。解かねばならない方程式は、領域の境界における中性子束とその微分係数の値を未知数とするもので、N次元問題が(N-1)次元に変換される。級数展開の項数を増しても、計算時間の増加は緩かである。一方では、任意の形状に適用できるような汎用の計算プログラムを作ることが、差分法の場合より困難である。

付録には本文中で省略した式及び式の導出過程が示されている。

論文審査の結果の要旨

原子炉内の中性子の分布はボルツマンの輸送方程式で記述されるが、これを解くことは容易でないため、実用上は、輸送方程式の近似である中性子拡散方程式が広く用いられている。この論文は、多次元多領域炉の定常状態における多群拡散方程式の新しい解法を提案したもので、主な成果はつぎの通りである。

(1) 多次元問題を、グリーンの定理を応用して、境界値を未知関数とする境界方程式に帰着させ得ることは、すでに知られているが、著者は積分の重み関数に、拡散方程式の同次部分のディリクレ問題を解くのに使う基本解を用い、未知関数をフーリエ級数に展開することによって、中性子束とその垂直勾配の境界値を容易に求め得る方法を導いた。

(2) 中性子束分布をフーリエ級数で表現する方法は、よく知られている固有関数展開法に属するが、後者にあつては炉全体にわたる分布を一括して展開するのに対して、著者の方法は各均質領域ごとにフーリエ級数（またはフーリエ・ベッセル級数）に展開するもので、先に求めた境界値を代入するだけで直ちに展開係数が求められる式が導かれている。

(3) 上記(2)で得られる級数は特に境界の近くで収束が遅いという欠点がある。そこで著者は、上記(1)ですでに決定された境界値をもつ適当な連続関数を選んでこれをフーリエ級数に展開し、(2)の級数からこの級数を差し引いた残差級数と上記の連続関数との和で中性子束分布を表わす方法を提案している。この表現の級数部分は収束が非常に速く、少数項で打ち切っても十分実用できる。最初から上記の連続関数とフーリエ級数の和の形で解を表現するという方法が成功しないことを考え併せると、著者の着想は注目に価する。

(4) 数値例によって、(i)広く用いられている差分法に較べて、必要な数値計算の量が少なく、次元が一次元低い場合に相当すること、(ii)級数の収束を速める方法が非常に有効であって、少数項で打ち切っても十分実用できること、(iii)項数を増しても計算量は項数の割には増えないこと、(iv)中性子束に関する積分値を求める目的に対しては、極めて少ない項数で、実用上十分な精度が得られること、などが実証されている。炉物理・炉工学において要求されるものが、多くの場合、積分量であることを考慮すれば、この方法の実用価値は高い。

以上述べたように、この論文は平明な理論によって、多次元多領域原子炉の定常状態における多群拡散方程式の実用性に富んだ新しい解法を導いたものであって、学術上、實際上寄与するところが少なくない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として価値あるものと認める。