

風力発電連係による擾乱のべき乗則の検証と確率システム解析

伊 藤 海 斗*・林 輝**

加 嶋 健 司*・加 藤 政 一**

Verification and Stochastic System Analysis of Power-law Fluctuation Induced by Wind Power Interconnection

Kaito ITO*, Hikaru HAYASHI**,
Kenji KASHIMA* and Masakazu KATO**

The statistical property of wind power fluctuation, which does not fit to the normal distribution because of its high probability of the extremal outlier, is regarded as a source of severe damage to power systems. In view of this, the authors have proposed an evaluation method for the impact of wind power fluctuation on power system quality, assuming that this heavy-tailed uncertainty obeys a *power-law*. In this paper, we first examine the validity of this assumption based on real data of frequency deviation under wind power interconnection. Then, the evaluation method is improved by extending theoretical results, and is applied to analysis of load frequency control model to verify its advantage over Monte Carlo methods.

Key Words: renewable energy, probabilistic uncertainty, stochastic system

1. はじめに

近年、風力・太陽光をはじめとする再生可能エネルギーの重要性がますます高まっている。こうした再生可能エネルギーの大量導入に向けて、それらの不確実性が電力システムに及ぼす影響を見積もることは重要な課題である。不確実性を数理的に扱う際には、ガウス型の雑音が標準的に用いられる。この枠組みの最大の利点は、システムのさまざまな統計的性質がガウス分布によって記述され、カルマンフィルタリングやLQG最適制御などの理論や手法が確立している点である。一方で、風力発電の変動量は突風や乱流の影響により、突発的に非常に大きな値をとる場合があり¹⁾、このような外れ値は電力系統連係時に大きな周波数変動を引き起こすことが知られている。したがって分布の裾が急速に減衰するガウス分布を、風力変動量のモデリングに用いることは適切ではない。実際、文献2)では非ガウス性を考慮する必要性が指摘されている。こうした背景のもと、著者らは安定分布に従う雑音を用いた不確実性のモデリング手法を提案した³⁾。ここで、安

定分布とはガウス分布の自然な拡張であり、裾がべき乗則に従う大きな外れ値を表現することができる確率分布族である(詳細は次章を参照)。

また、電力系統モデルに非線形性が含まれる場合は、そのふるまいを解析的に調べることは一般に困難であり、標準的にモンテカルロ法が用いられる。この手法は手軽ではあるものの、(有限の)標本数と精度の関係が明らかではない、極端な外れ値の影響を捉えるにはしばしば莫大な標本数を要する、といった問題点がある⁴⁾。そこで文献3)において著者らは、安定分布とガウス分布の数学的類似性にもとづいた近似線形化手法を構築し、電力系統モデルの出力の定常確率分布を評価する手法を提案し、さらにその近似精度の理論保証を導出した。これにより標本経路を生成することなく、精度保証付きの近似評価が可能となった。

以上の背景を踏まえて、本論文では主につぎの2点の課題に取り組む：

- (モデリング) べき乗則は自然界のさまざまな現象に現れる法則として2000年以降、注目を集めている⁵⁾ものの、具体的な物理量の統計的性質がべき乗則にしたがうとすることは一般的に強い仮定である。したがって、外れ値が頻発するとはいえ、数学的な利点のみでは、風力発電変動量のモデルとして安定分布を用いる動機づけとして十分とはいえない。そこで本稿では、風力発電連係時の周波数変動量の実データを用いて、提案モデリング手法の妥当性と非ガウス性パラメータの決定方法を検討する。

* 京都大学大学院情報学研究科 京都市左京区吉田本町

** 東京電機大学大学院工学研究科 東京都足立区千住旭町5番

* Graduate School of Informatics, Kyoto University, Yoshidahonmachi, Sakyo-ku, Kyoto

** Graduate School of Engineering, Tokyo Denki University, 5 Senju Asahi-cho, Adachi-ku, Tokyo

(Received July 4, 2018)

(Revised September 2, 2018)

•(解析手法) 文献3)における近似精度の計算には、部分的にモンテカルロ積分が必要であったため、これも数値積分に置き換えられることを証明するなど、基本的な理論結果を拡張する。また、電力系統モデルを用いた提案手法の有効性の検討においては、先行結果では周波数変動などの期待値のみに注目していたのに対して、本論文では確率分布そのものの近似精度を検証し、極端な外れ値が発生する頻度の予測などにも提案手法が優位性をもつことを示す。このように風力発電が引き起こす擾乱のべき乗則を検証し、数理的に解析することは、著者らの知る限りでは、前例のない取り組みである。

本稿の構成は以下のとおりである。つぎの2章では、安定過程とそれを用いた電力系統モデルの導入を行なう。3章では、周波数変動がべき乗則に従っているかを実データから検証する。そして4章にて、非線形要素を線形近似した際の誤差を理論的に評価する。5章では、この理論結果を2章で導入した電力系統モデルの解析に適用しその有用性を示す。最後に6章で、結果のまとめと今後の展望を述べる。

記法 実数の集合を $\mathbb{R}$ 、虚数単位を $j = \sqrt{-1}$ と記す。 $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ を自然なフィルトレーション $\{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$ をもつ完備確率空間とする。期待値を $\mathbb{E}$ で表わし、対応する確率測度が明らかでない場合は添字で示す。確率過程 x_t に対して、確率変数 x_∞ への法則収束^{6), 7)}を $x_t \xrightarrow{d} x_\infty$ と表記し、 x_∞ の確率分布を x_t の定常分布と呼ぶ。正の実定数 s, x に対して、ガンマ関数 $\Gamma(s)$ 、スケーリングした下側不完全ガンマ関数 $\Gamma_\ell(s, x)$ を

$$\Gamma(s) := \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma_\ell(s, x) := \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^x t^{s-1} e^{-t} dt$$

で定義する。

2. 準備：安定分布による風力発電連係時の電力系統モデリング

2.1 安定分布・安定過程

本節では以下の議論に必要な安定分布の定義および諸性質をまとめる^{8)~10)}。まず安定分布は特性関数を用いてつぎのように定義される⁹⁾。

【定義】 実数値確率変数 X の特性関数がパラメータ $\alpha \in (0, 2]$ 、 $\sigma > 0$ を用いて、

$$\mathbb{E}[\exp(j\nu X)] = \exp(-\sigma^\alpha |\nu|^\alpha), \nu \in \mathbb{R} \quad (1)$$

と与えられるとき、確率変数 X は対称安定分布に従うといい、 $X \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha, \sigma)$ で表わす。

パラメータ α は分布の非ガウス性の度合いを表わす。特に、 $\mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(2, \sigma)$ は分散が $2\sigma^2$ のガウス分布と一致する。 σ はスケールパラメータであり、ガウス分布の標準偏差に対応する。以下では、 $\sigma = 1$ のときは $X \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha)$ と省略して記し、定義より

$$\kappa X \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha, |\kappa|), \kappa \in \mathbb{R} \quad (2)$$

が成り立つ。また、 $X_\infty \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha, \sigma)$ を満たす X_∞ に対して、 $X_t \xrightarrow{d} X_\infty$ が成り立つことを $X_t \xrightarrow{d} \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha, \sigma)$ と表記する。安定分布の裾の性質はつぎのように特徴付けられる^{9, Property 1.2.15)}：

[命題1] $X \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha)$ 、 $\alpha \in (0, 2)$ について、

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \lambda^\alpha \mathbb{E}[X > \lambda] = C_\alpha := \begin{cases} \frac{1-\alpha}{2\Gamma(2-\alpha)\cos(\frac{\pi\alpha}{2})} & (\alpha \neq 1) \\ \frac{1}{\pi} & (\alpha = 1) \end{cases} \quad (3)$$

が成り立つ。

この命題は安定分布に従う確率変数のべき乗則を示す。 $\mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha)$ の確率密度関数 $p_\alpha(x)$ は x が十分大きいときに、両対数座標で傾き $-(\alpha+1)$ の直線に近づくことがわかる。つまり α が小さくなるにつれ、対応する分布はより重い裾をもつ。

つぎに安定分布を用いて、確率過程を導入する。

【定義】 確率過程 L_t がパラメータ α の(標準) α 安定過程であるとは、

$$L_t \sim \mathbf{S}\alpha\mathbf{S}(\alpha, t^{1/\alpha}) \quad (4)$$

が成り立つことをいう。

ここで、 α 安定過程はウィーナ過程を特別な場合 ($\alpha = 2$) として含むレビー過程であり、定常独立増分をもつ。したがって、ウィーナ過程に対する伊藤積分と同様に、安定過程に関しても(増分が安定分布にしたがう)確率微分方程式を導入することが可能である^{9, Chapter 3)}。

2.2 電力系統モデル

本論文では、特に日本において重要な課題である風力発電の最大連係可能容量の算出などを想定し¹¹⁾、**Fig. 1** で表わされる負荷周波数制御 (Load Frequency Control: LFC) における擾乱の影響を考察する。各信号とブロックの意味は以下のとおりである：

- t [sec]: 時刻,
- n_t [MW]: 風力変動量,
- e_t [MW]: 電力変動量,
- f_t [Hz]: 周波数変動量,
- v_t [MW]: LFC による出力調整量,
- W : 風力変動量の周波数領域のモデル,
- P_1 : 発電機の慣性, e.g., 負荷特性や電力システムのシステム慣性,
- P_2 : LFC 用火力発電機,

を表わす。また $d > 0$ は火力発電容量であり、飽和関数は

$$\text{sat}_d(y) := \begin{cases} -d, & y < -d, \\ y, & |y| \leq d, \\ d, & y > d, \end{cases} \quad (5)$$

と定義する。この火力発電容量はランニングコストや周波数

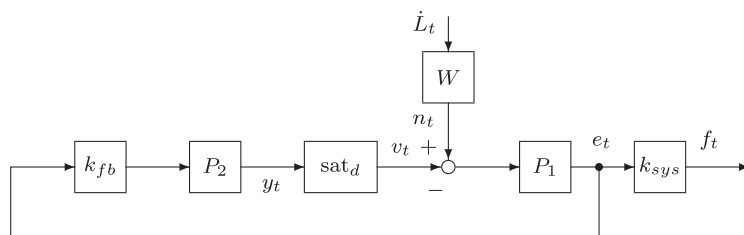


Fig. 1 Block diagram of the load frequency control system

変動量に著しい影響を与える。

伝達関数 P_i および定数 d は物理システムから容易に特徴づけることが可能である。また、 α の値にかかわらず安定過程の増分も白色性なので、 n_t のパワースペクトル密度が利用可能であれば、ゲイン線図近似により $W(s)$ を定めることができる^{3, Theorem 1}。次章では、電力系統モデルにおいて駆動雑音を安定過程によってモデリングすることの妥当性および安定過程のパラメータ α の決定方法を検討する。

3. べき乗則の検証

外れ値によるシステムの急激な変化を表現する方法として、たとえば t 分布¹²⁾ やラプラス分布^{13), 14)} を用いることが一般的である。Fig. 2 はこれらの分布と安定分布、そしてガウス分布の確率密度関数を両対数グラフで比較したものである。ガウス分布の確率密度関数は急速に減衰し、大きな外れ値の発生を表現できない。それに比べ、ほかの3つの確率密度関数は緩やかに減衰している。特に、 t 分布と安定分布に関しては両対数座標に関して直線に減衰している。このような分布はべき乗則をもつといい、極端に大きな外れ値が生じやすい。先述のとおり、安定分布のみにはガウス分布との数学的類似性という大きな利点があるが、べき乗則が風力発電連係に起因する外れ値を表現するモデルとして妥当であるかは、実際のデータを用いて検証することが望ましい。

そこで以下では、ある電力管内の実データをもとに風力発電導入量の換算（導入量の増加とともにならし効果の影響が大きくなるなど）を行なうことで得た周波数変動量 [Hz] のヒストグラムを、近似的に Fig. 1 における f_t の定常分布とみなして、べき乗則の検証を行なう。1500 MW 連携時の周波数変動のデータを Fig. 3 に示す。両対数座標でのヒストグラムが一定の傾き

$$|f|^{-2.755}$$

を有しており、べき乗則に従っていることを意味する。これは $\alpha = 1.755$ の安定分布と同じべき指数をもつ。また、ほかの導入量に対する場合も、異なるべき指数のべき乗性を示していた。これらの事実より、べき乗則に従う外れ値を扱うことが可能かつ解析が比較的容易な安定分布は風力発電における不確実性のモデルとして妥当であるといえる。なお、連携量が増加するにつれて、べき指数が増加し裾分布の減衰の傾きが緩やかになる、すなわち極端な外れ値が発生する頻度が

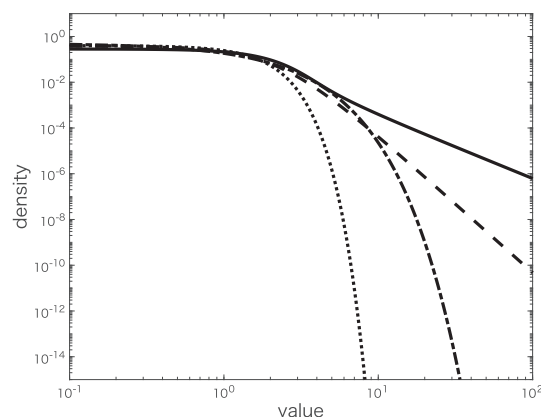
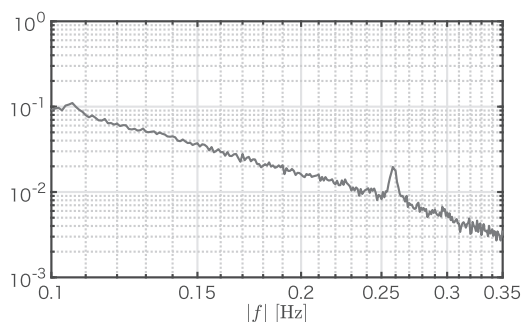
Fig. 2 Log-log plot of the probability density function of the stable distribution (solid), the Student's t -distribution (dashed), the Laplace distribution (chain) and the Gaussian distribution (dotted)

Fig. 3 Histogram of frequency fluctuation (1500 MW)

増加する傾向があった。この事実は、今後の風力発電の大量連係に向けて重要な示唆を与えられと考えられる。

(注意) 1000 MW 連携時の周波数変動のデータはべき指数が -3.138 のべき乗則に従っていたが、安定分布は -3 以下のべき指数を表現することができない。このような場合では通例、十分に分布の裾の減衰が速いとみなしてガウス分布をモデルとして用いることが多い。

つぎに Fig. 1 における f_t の定常分布が安定分布にしたがうと仮定するとき、駆動雑音に含まれるパラメータ α をどのように定めるべきか検討する。この問題に関連して、以下のような α 安定過程によって駆動される線形システム^(注1)の

(注1) 本稿を通し、イタリック体 (e.g., x_t , A) は問題1における非線形ダイナミクスに関する記号を表わし、ローマン体 (e.g., x_t , A) は(6)の線形ダイナミクスに対して用いる。

出力に関して、つぎの結果が成り立つ³⁾, Theorem 2).

[命題2] パラメータ $\alpha \in (1, 2]$ の α 安定過程 L_t およびフルビッツ行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b, c^T \in \mathbb{R}^n$ に対して、線形システム

$$dx_t = Ax_t dt + b dL_t, \quad y_t = cx_t \quad (6)$$

を考える。このとき、

$$y_t \xrightarrow{d} \mathbf{S} \alpha \mathbf{S}(\alpha, \|ce^{At}b\|_\alpha) \quad (7)$$

が成り立つ。ここで、 $t \geq 0$ で定義される $(\int_0^\infty |f(t)|^\alpha dt < \infty$ を満たす) 実数値関数 $f(t)$ の L^α -ノルムは

$$\|f\|_\alpha := \left(\int_0^\infty |f(t)|^\alpha dt \right)^{1/\alpha} \quad (8)$$

で定義される。□

したがって、Fig. 1 における非線形要素が線形システムで近似可能であるならば、 f の定常分布と駆動雑音の非ガウス性パラメータは共通とすることが妥当である^(注2)。以上の議論から、実データから作成したヒストグラムの両対数座標に関する傾きから定常分布のべき指数 $-(\alpha + 1)$ を求め、この α を駆動雑音のパラメータとする。

(注意) t 分布はべき乗則をもつ確率変数のモデリングに広く用いられているが、著者らの知る限りでは t 分布に関連する確率過程はウィーナ過程と同様の性質はもたない¹⁵⁾。たとえば、命題2において安定分布を t 分布に置き換えることはできない。

4. 線形近似と誤差評価

4.1 問題設定

つぎに、本稿で扱う問題の定式化を行なう。ここでは Fig. 1 を特別な場合として含む、Fig. 4 で表わされる線形部と入力飽和の非線形性部からなるフィードバック系：

$$dx_t = Ax_t dt + Bu_t dt + b dL_t \quad (9)$$

$$z_t = c_z x_t \quad (10)$$

$$y_t = C_y x_t \quad (11)$$

$$u_t = \text{sat}_d(y_t) \quad (12)$$

を扱う。ここで $x_t \in \mathbb{R}^n, u_t \in \mathbb{R}^r, z_t \in \mathbb{R}, y_t \in \mathbb{R}^r$ はそれぞれ、状態、制御入力、評価出力、観測量を表わす。 $b, c_z^T \in \mathbb{R}^n$ であり、 A, B, C_y は適当なサイズの行列である。確率入力 L_t はパラメータ $\alpha \in (1, 2]$ の α 安定過程であり、また与えられたしきい値ベクトル $d \in [0, \infty)^r$ に対して、

$$\text{sat}_d(y) := \begin{bmatrix} \text{sat}_{d_1}(y_1) \\ \vdots \\ \text{sat}_{d_r}(y_r) \end{bmatrix} \quad (13)$$

(注2) 非線形性により駆動雑音は違う α を有していたり、もしくはべき乗則に従っていない状況も考えられるが、本稿においてはその可能性は検討しない。

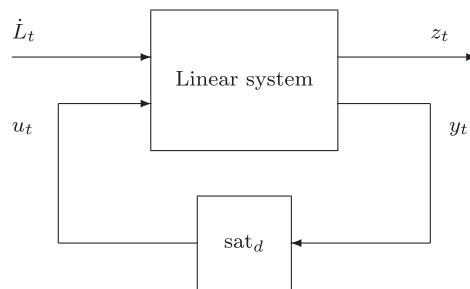


Fig. 4 Block diagram for Problem 1

と定義する。ここで y_j, d_j はそれぞれ y, d の第 j 成分を表わす。以上をもとに問題はつぎのように述べられる：

[問題1] 上で与えられる入力飽和を含むフィードバック系において、任意の $K \in \{\text{diag}(k_1, \dots, k_r) : k_j \in [0, 1]\}$ に対して $(A + BKC_y)$ はフルビッツ、 x_t は $t \rightarrow \infty$ のときに $\mathbb{R}^n$ 上で定義されるある確率変数 x_∞ に法則収束すると仮定する^(注3)。このとき z_t の定常分布を求めよ。□

命題2により、非線形性を線形ゲインで近似すると、 z_t の定常分布を得ることができる。つまり、 sat_d を $K \in \{\text{diag}(k_1, \dots, k_r) : k_j \in [0, 1]\}$ で置き換えて得られる近似システム

$$d\tilde{x}_t = (A + BKC_y)\tilde{x}_t dt + b dL_t \quad (14)$$

に対して、

$$c_z \tilde{x}_t \xrightarrow{d} \mathbf{S} \alpha \mathbf{S}(\alpha, \|c_z e^{(A+BKC_y)t} b\|_\alpha) \quad (15)$$

が成り立つ。次節では、このように x_t を $\tilde{x}_t$ により近似した際の誤差を理論的に考察する。

4.2 誤差解析

主結果を述べるために、いくつかの記号を定義する。まず非線形要素を定数ゲイン $K \in \{\text{diag}(k_1, \dots, k_r) : k_j \in [0, 1]\}$ で近似すると、命題2より

$$y_j \xrightarrow{d} \mathbf{S} \alpha \mathbf{S}(\alpha, \sigma_j(K)), \quad \sigma_j(K) := \|C_{yj} e^{(A+BKC_y)t} b\|_\alpha$$

が成り立つ。ここで C_{yj} は C_y の j 行目である。また、この分布に対する近似誤差は

$$\eta_j(K) := \nu(\sigma_j(K), k_j, d_j) \quad (16)$$

と与えられる。ただし、 ν は正のスカラー定数 σ, d と非負スカラー定数 k に対して、

$$\nu(\sigma, k, d) := \mathbb{E}_{Y \sim \mathbf{S} \alpha \mathbf{S}(\alpha, \sigma)} [\|\text{sat}_d(Y) - kY\|], \quad (17)$$

と定義する。文献3)では、簡単な計算により近似的に $\eta_j(K)$ を最小化する K を求める手法が与えられている。つぎの定理は、こうした線形近似の誤差評価を与える。

《定理1》 問題1において、与えられた $K \in \{\text{diag}(k_1, \dots,$

(注3) 不変測度をもつための条件については本研究では取り扱わない。ウィーナ過程については文献16), 17)を参照のこと。

$k_r) : k_j \in [0, 1]$ に対し,

$$\begin{aligned}\zeta_j &:= \max(k_j, 1 - k_j) \in [1/2, 1], \quad (j = 1, \dots, r), \\ \eta_{yj} &:= \|(C_{yj}e^{(A+BKC_y)t}B)^\top\|_{1\bullet}, \quad (j = 1, \dots, r), \\ \eta_z &:= \|(c_z e^{(A+BKC_y)t}B)^\top\|_{1\bullet}\end{aligned}$$

を定義する. ここで $\|\cdot\|_{1\bullet}$ は

$$\int_0^\infty \|f(t)\| dt < \infty$$

を満たすベクトル値関数 $f(t)$ に対して,

$$\|f\|_{1\bullet} := \int_0^\infty \|f(t)\| dt$$

のように定義される. ただし $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムである. このとき,

$$\sum_{j=1}^r \zeta_j \eta_{yj} < 1 \quad (18)$$

ならば, (14) の解 $\tilde{x}_t$ に対して,

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &:= \limsup_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}[\|c_z(x_t - \tilde{x}_t)\|] \\ &\leq \frac{\eta_z}{1 - \sum_{j=1}^r \zeta_j \eta_{yj}} \sum_{j=1}^r \eta_j(K)\end{aligned} \quad (19)$$

が成り立つ. $\square$

1 入出力の場合を扱った文献 3) の Theorem 4 の証明において, 絶対値を適切にユークリッドノルムにおきかえた不等式,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbb{E}[\|\psi(y_t)\|] \leq \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbb{E}[\|\psi_1(y_t)\|] + \dots + \mathbb{E}[\|\psi_r(y_t)\|]) \quad (20)$$

が成り立つことに注意すれば, 同様に定理 1 の証明ができる.

問題 1 において z_t の絶対平均値を評価したい場合は, 三角不等式から得られる関係式

$$\mathbb{E}[\|c_z \tilde{x}_\infty\|] - \mathcal{E} \leq \mathbb{E}[\|c_z x_\infty\|] \leq \mathbb{E}[\|c_z \tilde{x}_\infty\|] + \mathcal{E} \quad (21)$$

を用いればよい. また, $c_z \tilde{x}_\infty \sim \mathcal{S}\alpha\mathcal{S}(\alpha, \|c_z e^{(A+BKC_y)t}b\|_\alpha)$ を付録の (A.4) に適用することで, $\mathbb{E}[\|c_z \tilde{x}_\infty\|]$ を解析的に計算できる.

実際に誤差上下界を計算するためには, $\eta_j(K)$ を数値的に評価する必要がある. 文献 3) ではモンテカルロ積分により計算を行っていたが, 必要な標本数などは自明ではない. 以下の定理は, この評価を数値積分で実行できることを示している.

《定理 2》 正のスカラー定数 σ, k, d に対して, (17) で定義される ν は

$$\begin{aligned}\nu(\sigma, k, d) &= \frac{2}{\pi} \left[\sigma \Gamma \left(2 - \frac{1}{\alpha} \right) \right. \\ &\quad \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{F}_\alpha(u) \left\{ \Gamma_\ell \left(2 - \frac{1}{\alpha}, \left(\frac{d}{\sigma \mathcal{F}_\alpha(u)} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - 2k\Gamma_\ell \left(2 - \frac{1}{\alpha}, \left(\frac{d}{k\sigma \mathcal{F}_\alpha(u)} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right) \right\} du \right. \\ &\quad \left. + d \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \exp \left(- \left(\frac{d}{\sigma} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \mathcal{G}_\alpha(u) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 2 \exp \left(- \left(\frac{d}{k\sigma} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \mathcal{G}_\alpha(u) \right) \right\} du \right. \\ &\quad \left. + k\sigma \Gamma \left(1 - \frac{1}{\alpha} \right) \right] \quad (22)\end{aligned}$$

を満たす. ただし, $\mathcal{F}_\alpha(u), \mathcal{G}_\alpha(u)$ は

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_\alpha(u) &:= \frac{\sin(\alpha u)}{(\cos u)^{\frac{1}{\alpha}}} (\cos((1-\alpha)u))^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \\ \mathcal{G}_\alpha(u) &:= \left(\frac{\sin(\alpha u)}{\cos u} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{\cos((1-\alpha)u)}{\cos u}\end{aligned}$$

と定義する. $\square$

この定理により, 文献 3) の K を決定するアルゴリズムおよび定理 1 の誤差上下界の導出において, 標本の生成が一切不要となる.

5. 風力発電の不確実性評価

本章では, Fig. 1 で表わされる電力系統モデルに対して提案手法とモンテカルロ法, それぞれを適用した場合の結果を比較する.

パラメータの設定に関しては, 1500 MW 連係時を想定し, 文献 11) の考察にもとづいて, $d = 25$ MW, $k_{sys} = 1/250$ Hz/MW, $k_{fb} = 1/2$,

$$P_1 = \frac{1}{3s+1}, \quad P_2 = \frac{1}{\frac{1}{0.15}s+1}, \quad W(s) = \frac{0.0021 \times 1500}{s+0.001}, \quad (23)$$

とする. また, Fig. 3 の傾きをもとに,

$$\alpha = 1.755 \quad (24)$$

とした.

まとめると, $z_t = f_t$ とした Fig. 1 のダイナミクスは (9) から (12) において,

$$\begin{aligned}A &= \begin{bmatrix} -1/3 & 0 & 1/3 \\ 0.075 & -0.15 & 0 \\ 0 & 0 & -0.001 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} -1/3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ c_z &= \begin{bmatrix} 1/250 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ b &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0021 \times 1500 \end{bmatrix}^\top.\end{aligned}$$

としたもので与えられる.

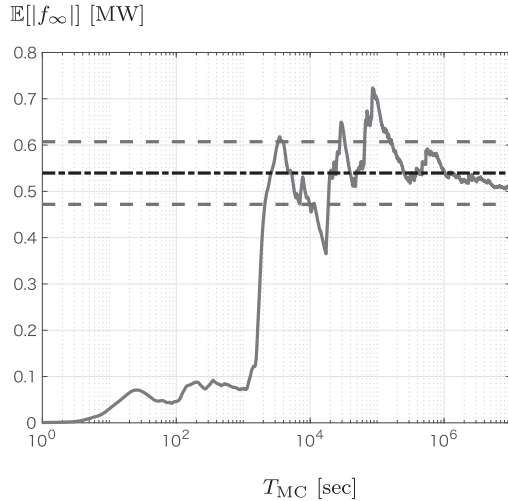


Fig. 5 Slow convergence of the Monte Carlo method for stable process case with $\alpha = 1.755$: Monte Carlo result (solid), proposed method (chain), upper and lower bound (dashed)

平均周波数変動量を評価するために、 $\mathbb{E}[|f_\infty|]$ を近似計算する。提案手法については、文献3)のアルゴリズム(付録Bを参照のこと)を用いて線形化ゲインを $K = 0.2490$ と決定し、得られる近似定常分布から $\mathbb{E}[|f_\infty|]$ の近似値、および対応する誤差上下界を定理1を用いて計算した。 $\eta(K)$ の計算については長方形近似を用いて数値積分を行なった。モンテカルロ法については、時間幅 $dt = 0.01$ で離散化を行なって標本経路を生成し、大きな T_{MC} に対して長時間平均 $\int_0^{T_{MC}} |f_t| dt / T_{MC}$ を計算した。なお、負荷周波数制御のない場合 ($d = 0$) と入力に飽和がない場合 ($d = \infty$) の $\mathbb{E}[|f_\infty|]$ は命題2を用いて解析的に与えることが可能であり、それぞれ 0.6134, 0.4098 であった。

まず、提案法により上下界

$$0.5458 \pm 0.0676 \quad (25)$$

を得た。 $\mathbb{E}[|f_\infty|]$ を解析的に求めることはできないため、Fig. 5では T_{MC} を変化させたときのモンテカルロ法の結果と提案手法のみを比較している。ある程度大きな値の T_{MC} に対して、モンテカルロ法での評価値は提案手法の誤差範囲(25)に収まっているが、十分に結果が収束していないことが見て取れる。

つぎに、モンテカルロ法から得られる f_t のヒストグラムと提案手法から計算される f_∞ の近似定常分布を比較する。Fig. 6は $T_{MC} = 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ のそれぞれに対して標本経路を生成し得られるヒストグラムと近似定常分布の確率密度関数を両対数座標で比較した図である。 $T_{MC} = 10^4, 10^5$ では標本経路の長さが十分でないために、滑らかなヒストグラムが得られていない。 $T_{MC} = 10^6$ では f_t が小さい区間では比較的滑らかなヒストグラムが得られているが、 f_t の大きな区間ではこの場合でも標本経路の長さが十分ではなく、分布の裾の形状が読み取れない。 $T_{MC} = 10^7$ に関しても同様に、ヒス

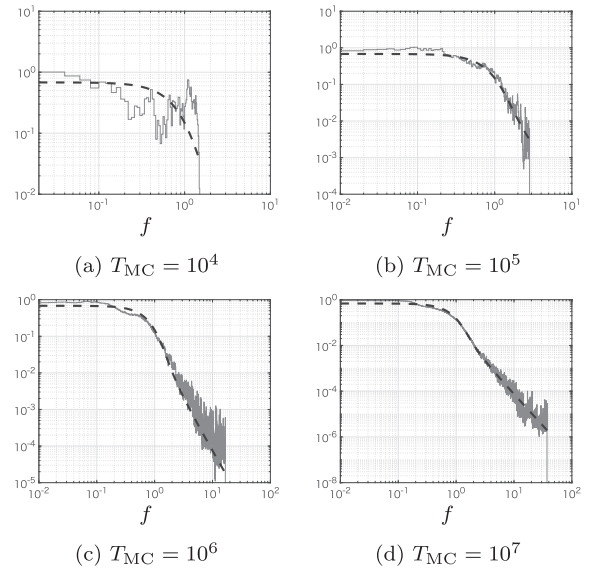


Fig. 6 Histogram of samples and approximate stationary distribution (dashed)

トグラムの滑らかな区間が広がっているが f_t の大きな区間では標本経路の長さが足りていないことが見受けられる。全体の傾向としては標本経路が長いほど、得られるヒストグラムは近似定常分布に近づいていることが見て取れる。よって、提案手法による近似定常分布は真の定常分布の良い近似になっていることが期待される。また、 $T_{MC} = 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ について標本経路を生成するのにかかる計算時間はそれぞれ、約30秒、5分、1時間、10時間であったのに対し、提案手法の計算時間は約1秒であった。ただし、用いた計算機の実環境はIntel Core i5を搭載したMacBook Airである。よってモンテカルロ法に比べて、提案手法は定常分布を高速に精度良く近似評価することが可能であり、得られた近似定常分布から極端な外れ値が発生する頻度の予測をすることができる。

6. おわりに

本稿ではまず、風力発電変動量がべき乗則に従うことを実データにより検証した。つぎにこのような不確実性を表現するために安定過程を導入し、モデリング手法を紹介した。また、非線形性を線形近似した場合の精度保証に関する結果を理論的に拡張し、提案手法を電力システムのモデルに適用することで本手法の有効性を示した。

本稿で導出した誤差評価は(18)を満たしていなければ適用できない。特に、本論文で拡張した非線形要素が2つ以上ある場合は、この条件がより満たされにくい、もしくは得られる上下界の差が大きい傾向があった。現状ではスモールゲイン定理と同様の保守性の大きい誤差評価となっていることが本質的な原因であるため、この点を改善することでより有用性の高い誤差上下界を得ることが今後の課題である。

謝辞 本研究はJSPS 科研費(18H01461)およびJST CREST JPMJCR15K1の助成を受けたものです。

参 考 文 献

- 1) T. Yoshida, M. Kato and K. Kashima: Probabilistic evaluation method of interconnectable capacity for wind power generation using real data, *Renewable Energy and Power Quality Journal (RE&PQJ)*, 1-13, 66/70 (2015)
- 2) K. Schmietendorf, J. Peinke and O. Kamps: The impact of turbulent renewable energy production on power grid stability and quality, *The European Physical Journal B*, **90**-11, 222 (2017)
- 3) K. Kashima, H. Aoyama and Y. Ohta: Stable process approach to analysis of systems under heavy-tailed noise: Modeling and stochastic linearization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, to appear
- 4) J.A. Bucklew: *Introduction to Rare Event Simulation*, Springer (2010)
- 5) A. Barabási: Emergence of scaling in random networks, *Science*, **286**-5439, 509/512 (1999)
- 6) P. Billingsley: *Probability and Measure*, Wiley (2012)
- 7) I. Karatzas and S.E. Shreve: *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, 2nd ed., Springer-Verlag (1998)
- 8) D. Applebaum: *Lévy Processes and Stochastic Calculus*, 2nd ed., Cambridge University Press (2009)
- 9) G. Samorodnitsky and M.S. Taqqu: *Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance*, Chapman & Hall (1994)
- 10) P.E. Kloeden and E. Platen: *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, corrected ed., Springer (2010)
- 11) K. Kashima, M. Kato, J. Imura and K. Aihara: Probabilistic evaluation of interconnectable capacity for wind power generation, *The European Physical Journal Special Topics*, **223**-12, 2493/2501 (2014)
- 12) R.J. Meinhold and N.D. Singpurwalla: Robustification of Kalman filter models, *Journal of the American Statistical Association*, **84**-406, 479/486 (1989)
- 13) H. Ohlsson, F. Gustafsson, L. Ljung and S. Boyd: Smoothed state estimates under abrupt changes using sum-of-norms regularization, *Automatica*, **48**-4, 595/605 (2012)
- 14) L.R.G. Carrillo, W.J. Russell, J.P. Hespanha and G.E. Collins: State estimation of multiagent systems under impulsive noise and disturbances, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **23**-1, 13/26 (2015)
- 15) B. Grigelionis: *Student's t-Distribution and Related Stochastic Processes*, Springer (2013)
- 16) R.N. Bhattacharya: Criteria for recurrence and existence of invariant measures for multidimensional diffusions, *The Annals of Probability*, **6**-4, 541/553 (1978)
- 17) S. Albeverio, V. Bogachev and M. Röckner: On uniqueness of invariant measures for finite- and infinite-dimensional diffusions, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **52**-3, 325/362 (1999)
- 18) K. Sato: *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions*, Cambridge University Press (1999)

《付 録》

A. 定理 2 の証明

$S\alpha S(\alpha, \sigma)$ の確率密度関数を $p_{\alpha, \sigma}$ で表わし, $\sigma = 1$ の場合は省略して p_α で表わすことにする. このとき,

$$\nu(\sigma, k, d) = \int_{-\infty}^{\infty} |\text{sat}_d(y) - ky| p_{\alpha, \sigma}(y) dy$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\infty}^{\infty} |\text{sat}_d(\sigma y) - k\sigma y| p_\alpha(y) dy \\ &= 2 \int_0^{\infty} |\text{sat}_d(\sigma y) - k\sigma y| p_\alpha(y) dy \end{aligned}$$

である. 積分区間を分けることで,

$$\begin{aligned} \nu(\sigma, k, d) &= 2 \left\{ \int_0^{d/\sigma} (1 - k) \sigma y p_\alpha(y) dy \right. \\ &\quad + \int_{d/\sigma}^{d/k\sigma} (-k\sigma y + d) p_\alpha(y) dy \\ &\quad \left. + \int_{d/k\sigma}^{\infty} (k\sigma y - d) p_\alpha(y) dy \right\} \quad (\text{A.1}) \end{aligned}$$

を得る. (A.1) をさらに変形することで,

$$\begin{aligned} \nu(\sigma, k, d) &= 2 \left\{ \sigma \int_0^{d/\sigma} y p_\alpha(y) dy - 2k\sigma \int_0^{d/k\sigma} y p_\alpha(y) dy \right. \\ &\quad + k\sigma \int_0^{\infty} y p_\alpha(y) dy - d \int_0^{\infty} p_\alpha(y) dy \\ &\quad \left. + 2d \int_0^{d/k\sigma} p_\alpha(y) dy - d \int_0^{d/\sigma} p_\alpha(y) dy \right\} \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

と整理できる. (A.2) 式の右辺第 1, 2 項について

$$\begin{aligned} \int_0^\gamma y p_\alpha(y) dy &= \frac{\Gamma(2 - \frac{1}{\alpha})}{\pi} \\ &\quad \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathcal{F}_\alpha(u) \Gamma_\ell \left(2 - \frac{1}{\alpha}, \left(\frac{\gamma}{\mathcal{F}_\alpha(u)} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \right) du, \quad \gamma > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

が成り立つことを示すことができる. つぎに第 3 項については

$$\int_0^\infty y p_\alpha(y) dy = \frac{1}{\pi} \Gamma \left(1 - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (\text{A.4})$$

を用いることができる^{18, Example 25.10}. 最後に, 第 5, 6 項については以下の命題を用いる^{9, Proposition 1.6.1}.

[命題 3] $X \sim S\alpha S(\alpha)$, $\alpha \in (1, 2]$ であるとする. このとき, $x \geq 0$ に対して,

$$\int_0^x p_\alpha(y) dy = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-x^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \mathcal{G}_\alpha(u) \right) du \quad (\text{A.5})$$

が成り立つ. □

これらの結果をまとめると, (22) を得る.

B. 線形化ゲインの決定法

文献 3) で提案されている線形化ゲインの決定法を簡潔に紹介する. 文献 3) の Theorem 3 より, $d > 0$, $\sigma > 0$, $\alpha \in (1, 2)$ が与えられたとき,

$$\mathbb{E}_{Y \sim S\alpha S(\alpha, \sigma)} [|\text{sat}_d(Y) - kY|] \quad (\text{B.1})$$

を最小にするゲイン $k > 0$ は

$$k = \min \left(1, \frac{d}{\gamma_\alpha \sigma} \right) \quad (\text{B.2})$$

で与えられる. ただし, γ_α はある方程式を満たす正定数であ

る. この結果より, y_j の定常分布を $S\alpha S(\alpha, \sigma_{y_j})$ で近似すると, $\text{sat}_{d_j}(y_j)$ は線形ゲイン

$$k_j = \min \left(1, \frac{d_j}{\gamma_\alpha \sigma_{y_j}} \right) \quad (\text{B.3})$$

で近似することが妥当である. 逆に, $\text{sat}_{d_j}(y_j)$ を線形ゲイン k_j で近似すると, 命題 2 より, y_j の定常分布は

$$S\alpha S(\alpha, \|C_{y_j} e^{(A+BKC_y)t} b\|_\alpha) \quad (\text{B.4})$$

で与えられる. (B.3), (B.4) を連立することで, 線形化ゲインの決定アルゴリズムが得られる. つまり連立方程式,

$$k_j = \min \left(1, \frac{d_j}{\gamma_\alpha \|C_{y_j} e^{(A+BKC_y)t} b\|_\alpha} \right), \quad j = 1, \dots, r \quad (\text{B.5})$$

の解 $K = \text{diag}(k_1, \dots, k_r)$ を線形化ゲインとする.

[著 者 紹 介]

伊 藤 海 斗



2017 年京都大学工学部情報学科卒業. 同年, 同大学院情報学研究科に進学し, 現在に至る. 非ガウス型の確率系のシステム制御理論およびその応用の研究に従事.

林 輝



2017 年東京電機大学工学部卒業. 同年, 同工学研究科に進学し, 現在に至る. 電力ネットワークの研究に従事.

加 嶋 健 司 (正会員)



2005 年京都大学大学院情報学研究科博士課程修了. 同年同研究科特任助手. 同年東京工業大学情報理工学研究科助手 (2007 年より助教), 2011 年より大阪大学大学院基礎工学研究科准教授, 2013 年より京都大学大学院情報学研究科准教授となり現在に至る. 2010 年より 1 年間, Alexander von Humboldt Foundation の支援のもと Stuttgart Universität に滞在. 大規模系・確率系のシステム制御理論およびその応用に関する研究に従事. 2010 年, 2015 年, 2016 年計測自動制御学会論文賞, 2012 年計測自動制御学会制御部門バイオニア賞などを受賞. 博士 (情報学). システム制御情報学会, IEEE の会員.

加 藤 政 一



1982 年東京大学工学系大学院電気工学専攻博士課程修了. 広島大学, (株) 東芝などを経て, 2005 年より東京電機大学工学部教授となり現在に至る. エネルギーシステムの研究に従事. 工学博士. 電気学会 (上級会員), IEEE (Fellow), IET (Fellow) の会員.