

火山弾の飛跡の解析

—放出速度と爆発圧力について—

井口 正人・石原 和弘・加茂 幸介

ON EJECTION VELOCITY AND PRESSURE OF VOLCANIC EXPLOSION REDUCED FROM PHOTO-TRAJECTORY OF VOLCANIC BOMBS

By Masato IGUCHI, Kazuhiro ISHIHARA and Kōsuke KAMO

Synopsis

Night views of volcanic explosions in Sakurajima volcano were taken automatically with 35mm still cameras for the analysis of trajectories of volcanic blocks and the calculation of the initial velocity(v) and the ejection angle(e). The following results are obtained. 1) The initial velocity of the volcanic block which is ejected vertically is maximum (V_{max}). 2) Obtained values of V_{max} are ranging from 110 m/s to 160 m/s. 3) Initial velocities for a given ejection angle are not beyond $V_{max} \cdot \sin^{1.5} e$. 4) It is estimated to be 130-270 bars for pressure of volcanic explosion.

1. はじめに

火山爆発の規模を表す量として爆発時の圧力を用いることが、より直接的であろう。普通、火山爆発の圧力は、空気の抵抗を無視し得る大きさの火山弾の初速度から推定される。そして、火山弾の初速度は最大到達距離から見積られてきた。しかし、火山弾の射出角は不明な場合が多く、 $45^{\circ 1), 2)}$ や $63^{\circ 3)}$ に仮定されていた。したがって観測事実として火山弾の射出角が報告された例は、ほとんどない。そこで、夜間の爆発により火口から放出された火山弾の飛跡を写真撮影し、その火山弾の弾道を抽出することにより初速度と射出角の測定を試みた。この解析の目的は、初速度と射出角の関係を明らかにし、火山爆発の圧力を推定することにある。また、桜島南岳 A, B 両火口の形状の相違による火山弾の分布範囲について考察を加える。さらに、比較的規模の大きい山頂爆発の際に予測される火山弾の到達範囲についても検討する。なお、火山岩石学では、火山噴出物のうち特定の形状のものを「火山弾」(volcanic bomb)と規定しているが、ここでは、この定義にとらわれず、火山岩塊 (volcanic block) という意味で使用している。

2. 観測方法

火山爆発により放出された火山弾の飛跡を記録するために、35mm 静止カメラによる自動撮影を行った。桜島火山においては、その形状から最も広く山体斜面を撮影し得るのは東西方向からである。そこで、**Fig.1** に示したように、観測点 (SVO および KUR) を火口の西と東に配置した。**Table 1** に観測点の火口からの距離と方位を示した。使用したレンズの焦点距離は 50mm と 100mm である。焦点距離が 50mm のレンズを使用した場合、山体斜面 3 合目から山頂上空 2000m までを撮影範囲とした。また、F ナンバーが小さく明るいレンズを装着し、ISO・400 のフィルムを使用して高感度撮影を行った。カメラ名およびレンズの定数を **Table 2** にまとめて示した。**Fig.2** に観測装置の系統図を示した。南岳 A 火口から 1.7km の距離にある地震計に感知される爆発地震波を利用したトリガー信号により、timer が動作して、モータードライブによる連続撮影を行う。露出時間は15~30秒である。

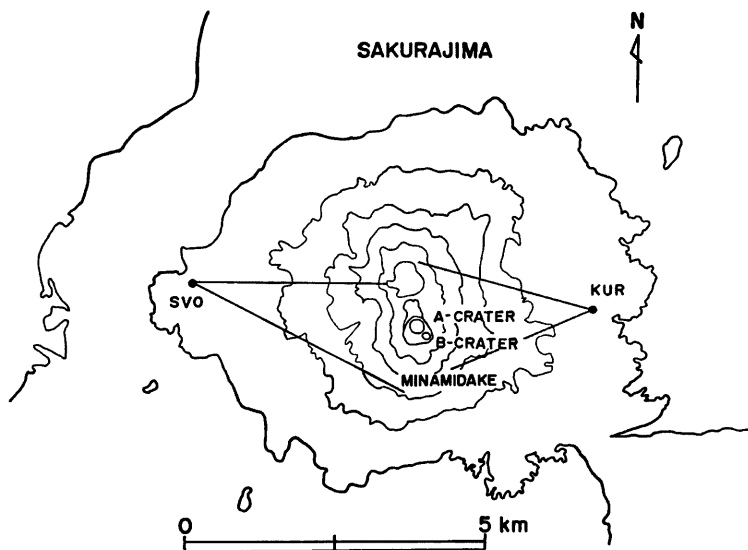


Fig. 1 Location of 35mm still cameras.

Table 1. Station data of 35mm still camera.
The distance and the direction is measured from A-crater.

STATION	DISTANCE	DIRECTION
SVO	5.7km	N281°E
KUR	4.4km	N 87°E

Table 2. 35mm still camera and lens.

STILL CAMERA	LENS
Canon A-1	Canon FD, f:100mm, F2.8
Nikon F-3	Ai Nikkor, f:50mm, F1.2
Nikon EM	Ai Nikkor, f:50mm, F1.4 Ai Nikkor, f:100mm, F2.8

3. 解析方法

撮影された爆発の写真の例を **Photo 1** に示す。写真から火山弾の初速度と射出角を求めるため、次の方法に従った。まず、写真上の飛跡(2次元)を空間の弾道(3次元)に座標変換する。次に、変換された弾道と最もよく一致する放物線を最小二乗法により求める。そして、得られた放物線の係数から火山弾の初速度と射出角を算出する。

3-1 火山群の弾道の抽出方法

写真上の火山弾の落下地点は、地形図と対応することにより、地形図の落下地点に変換される。火山弾は、vent と落下地点を含む鉛直面内を飛行すると仮定すれば、火山弾の空間での座標を求めることが可能である。

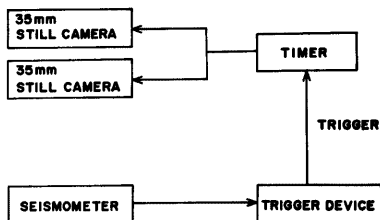


Fig. 2. Schematic diagram of observation.

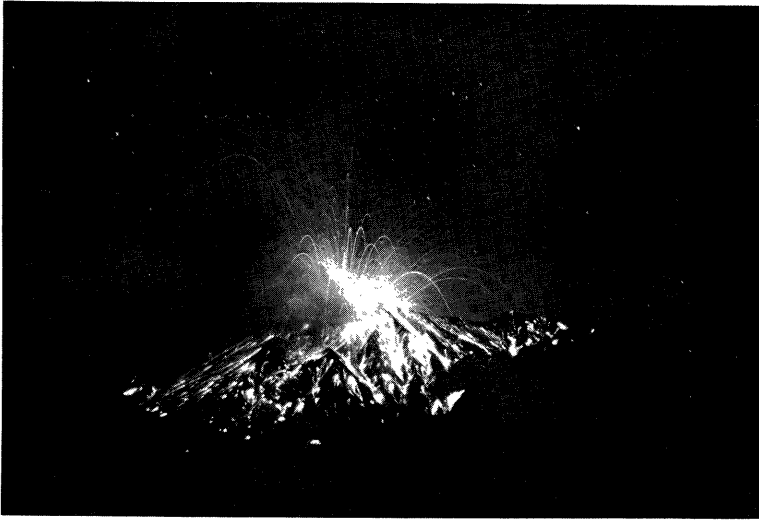


Photo.1 An example of photo of volcanic explosion taken from east (KUR). 23:40, Feb. 12, 1983.

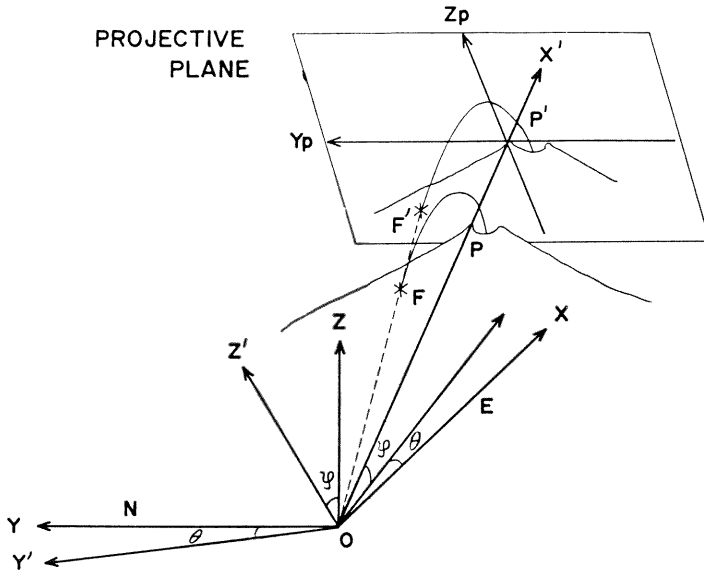


Fig. 3(a) Position of a volcanic bomb fallen in the camera coordinate system. (O: location of camera, X: east, Y: north, Z: upward, X': direction of camera, θ : azimuth, ψ : tilt angle, P: a given point on the flank of volcano, P': projected point of P on a photograph, F: position of a volcanic bomb fallen, F': projected point of F)

最初に、火山弾の落下地点の決定法について述べる。**Fig. 3(a)** に、その模式図を示した。カメラの設置点を原点とし、東、北、鉛直上方をそれぞれ x 軸、 y 軸、 z 軸にとる。また、レンズの光軸は x 軸からの方位角 θ 、 $x-y$ 平面から上方に角度 φ の方向にあるとする。地表の点 $P(x, y, z)$ が写真上の点 $P'(y_p, z_p)$ に対応しているとすれば、 P と P' の関係は次のようになる。

$$\left\{ \begin{array}{l} x' \\ y' \\ z' \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ccc} \cos \varphi \cos \theta & -\cos \varphi \sin \theta & -\sin \varphi \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \varphi \cos \theta & -\sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} y_p = k \frac{y'}{x'} \\ z_p = k \frac{z'}{x'} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ここで k はレンズの撮影倍率と引伸しの拡大率によって決まる定数であり、座標の分っている地形図上の2つの基準点とそれに対応する写真上の2点を比較することにより決定される。地形図から読み取った山体の座標を、同様に(1)式によって変換し、山体の投影図を作製する。山体の投影図と写真とを重ね合わせることで、写真上の座標からただちに地形図上の座標を決定することが可能である。地形図としては、火山基本図 (1/5000) を使用し、25m 間隔に 1m の精度で高度を読み取った。

次に、写真上の飛跡から空間の弾道への座標変換について述べる。その模式図を **Fig. 3(b)** に示した。火山弾は、vent $S(x_s, y_s, z_s)$ と火山弾の落下地点 $F(x_f, y_f, z_f)$ を含む鉛直面内を飛行すると仮定する。

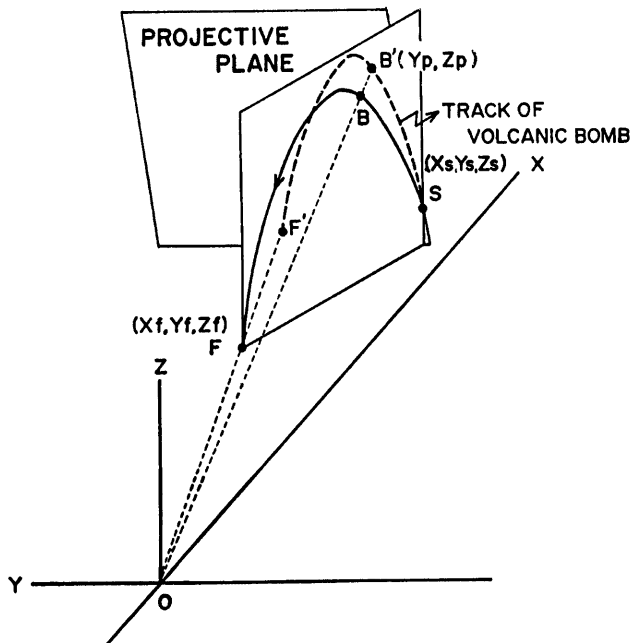


Fig. 3(b) Geometric relationship between the trajectory in the atmosphere (S-B-F) and the trace on the photograph (S-B'-F'). (S: location of the vent, F: position of the volcanic bomb fallen)

その鉛直面の式は,

$$y = ax + b \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$a = \frac{y_s - y_f}{x_s - x_f}$$

$$b = \frac{x_s y_f - x_f y_s}{x_s - x_f}$$

となり, (1)式と(2)式から, 空間の座標 $P(x, y, z)$ を求めることが可能である。座標は3成分とも25m以下の誤差で決定される。その場合, 初速度と射出角の決定誤差は1%以下である。

3-2 火山弾の弾道に及ぼす大気の抵抗

火山弾が大気中を飛行する場合には, 大気の抵抗を受ける。したがって, 厳密には火山弾の弾道を放物線で近似することは適当でない。そこで以下, 大気の抵抗を無視した場合の初速度の誤差について検討する。

vent を原点とし, x 軸, y 軸を水平面に, z 軸を鉛直上方にとる。 x 軸から反時計回りに φ の方向へ風速 u の風がある時, 火山弾が初速度 v_0 , 射出角 θ で x 軸の方向に放出されたとすれば, その運動は次のように記述される⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} x &= ut \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} \log \{ \lambda t (v_0 \cos \theta - u \cos \varphi) + 1 \} \\ y &= ut \sin \varphi - \frac{1}{\lambda} \log (\lambda ut \sin \varphi + 1) \\ z &= \frac{1}{\lambda} \log \sin \left(\sqrt{\lambda g} t + \cot^{-1} \sqrt{\frac{\lambda}{g}} v_0 \sin \theta \right) + \frac{1}{\lambda} \log \sqrt{1 + \frac{\lambda}{g} v_0^2 \sin^2 \theta} \quad (z \geq 0) \\ z &= -\frac{1}{\lambda} \log \cosh \left(\sqrt{\lambda g} t + \tan^{-1} \sqrt{\frac{\lambda}{g}} v_0 \sin \theta \right) + \frac{1}{\lambda} \log \sqrt{1 + \frac{\lambda}{g} v_0^2 \sin^2 \theta} \quad (z < 0) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで

$$\lambda = \frac{c}{m}$$

$$C = \frac{1}{2} C_D \rho S$$

ρ : 空気の密度 ($1.2 \times 10^{-3} \text{g/cm}^3$)

S : 火山弾の断面積

C_D : 抵抗係数 (Reynolds 数が 10^6 の時, 0.8)

m : 火山弾の質量

g : 重力加速度 (979cm/s^2)

t : 火山弾が放出されてからの時間

大気の抵抗を無視した場合, (3)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \cos \theta \\ y &= 0 \\ z &= v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)'$$

(3)式と(3)' 式について一定の初速度と射出角を与えた場合の火山弾の水平到達距離を計算した。**Fig. 4** は, 風がない時射出角 60° で放出された火山弾の大気の抵抗を考慮した場合と無視した場合の水平到達距離の比を示している。両者の水平到達距離の比が80%以上であれば, 最小二乗法により放物線が近似した時の初速度の誤差は10%以下となる。

算出される初速度の見積り誤差を10%以下にするため, 解析の対象とする爆発の選択基準は次のようにした。1) 写真面上に明るい飛跡を描き, 1m以上の直径を有すると考えられる火山弾。2) 火口の中心から1km

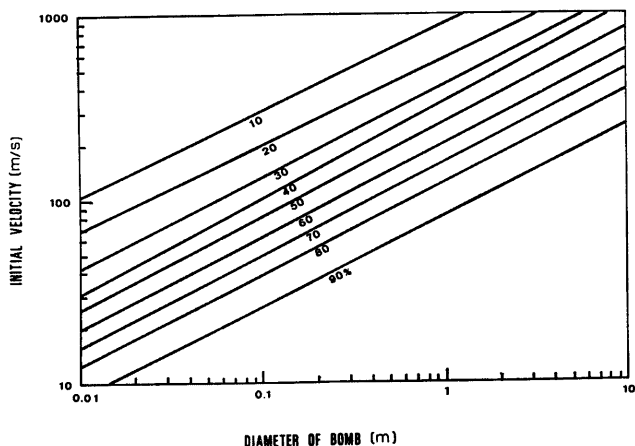


Fig. 4 Effect of the air resistance on the flight distances of volcanic bombs. Percentage is the calculated ratio of the flight distance with air resistance to that without air resistance (ejection angle is 60°).

以内に落下した火山弾。3) 900mb の指定気圧面での風速が 5m/s 以下である時、発生した爆発。4) 火山弾の落下地点が極端に偏っていない爆発。この結果、1982年1月から1983年1月までに撮影された爆発28個のうち、解析の対象としてとりあげた爆発の数は7個である。

4. 火山弾の初速度

火山弾の落下地点の分布の例を Fig.5(a) および (b) に示した。同図中の平行線で覆った部分は、観測

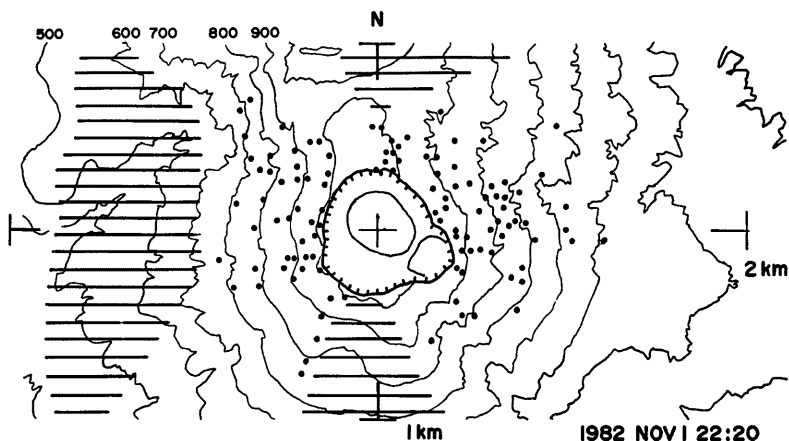


Fig. 5(a) Distributions of fallen volcanic bombs ejected from A-crater. Hatched area cannot be observed from camera eyes (SVO or KUR).

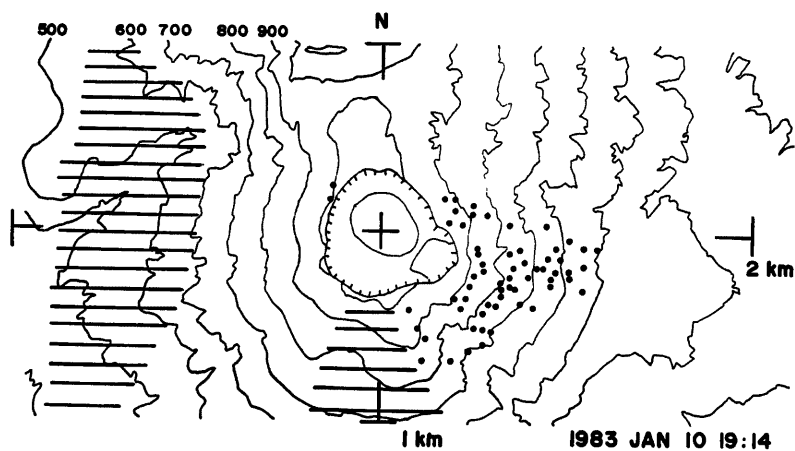


Fig. 5(b) Distributions of fallen volcanic bombs ejected from B-crater. Hatched area cannot be observed from camera eyes (SVO or KUR).

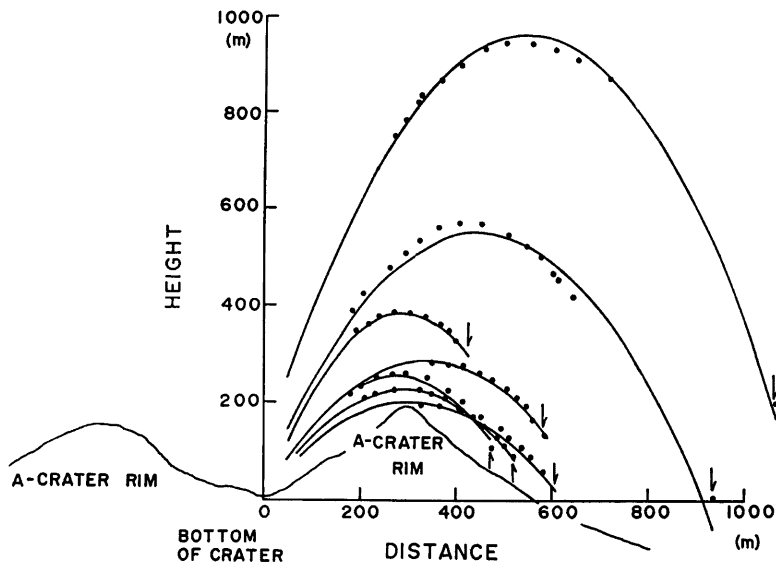


Fig. 6 Trajectories of volcanic bombs ejected from A-crater. Lines are calculated and dots are observed.

点から火山弾の落下地点が確認できない範囲である。Fig. 5(a) は、A 火口から放出された火山弾の落下地点の分布図である。火山弾は、東西斜面にほぼ均等に落下しており、火山弾の最大到達距離は東側 1.2km、西側 1.0km である。この爆発は、今回解析した爆発の中では最大の規模の爆発である。Fig. 5(b) は B 火口のみ爆発によって放出された火山弾の落下地点の分布図である。

落下地点が決定された火山弾について、vent と落下地点を含む鉛直面内を飛行すると仮定して、写真上の飛跡から 3 次元の座標へ変換された点とそれを近似した放物線の例を Fig. 6 に示した。変換された点の

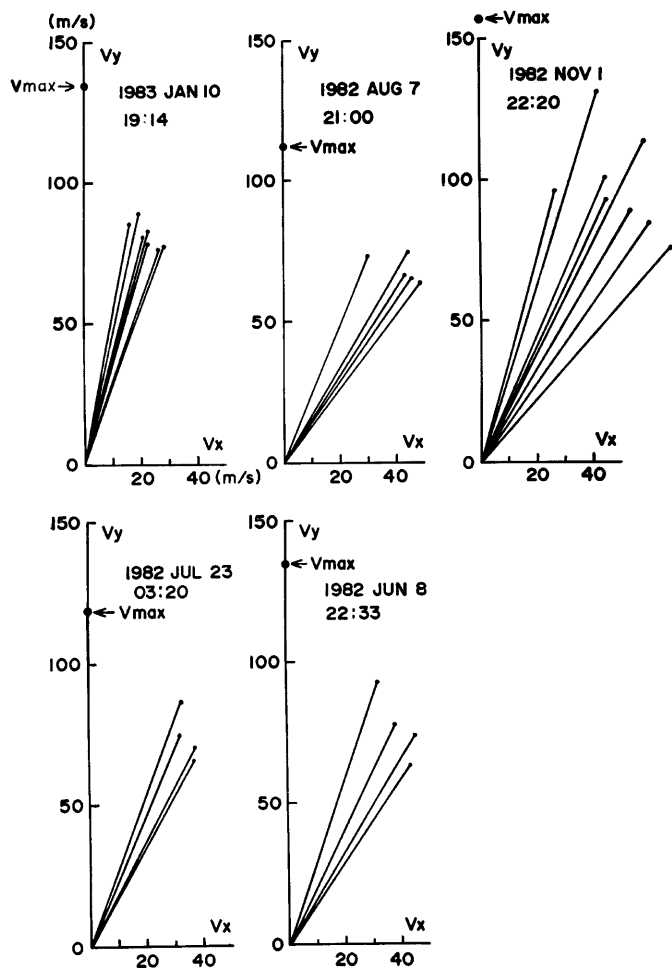


Fig. 7 Initial velocities and ejection angles. V_x and V_y denote horizontal and vertical components of the initial velocity, respectively.

近似放物線からのずれは、多くの場合 5m 以下である。Fig.6 に得られた放物線から求まった初速度と射出角を Fig.7 に vector 表示した。火口内に fall back した火山弾の落下地点は確認することが不可能であり、初速度と射出角を求めることができない。しかし、写真上において火口のほぼ直上に放出され、最高高度に到達したことが確認された火山弾については、vent の直上（射出角 90° ）に放出されたと仮定して最高到達高度から初速度を求めた。いずれの爆発についても、火口の直上に放出された火山弾の初速度が最大である（Fig.7 に V_{max} と示す）。爆発地震の震源分布の特徴⁹⁾を考え合わせると、火口直上に放出された火山弾の初速度が最大値を示すことは、火口に連なる火道はほぼ鉛直に存在することを暗示する。さらに、射出角の減少に伴い、初速度も減少する傾向がみられる⁹⁾。

初速度と射出角の関係を明らかにするために、それぞれの爆発について最大速度（ V_{max} ）で normalize された初速度と射出角の関係を Fig.8 に示した。 V_{max} で normalize された火山弾の初速度は、射出角の正弦の1.5乗を越えていない。換言すれば、各射出角に対する最大の初速度は、

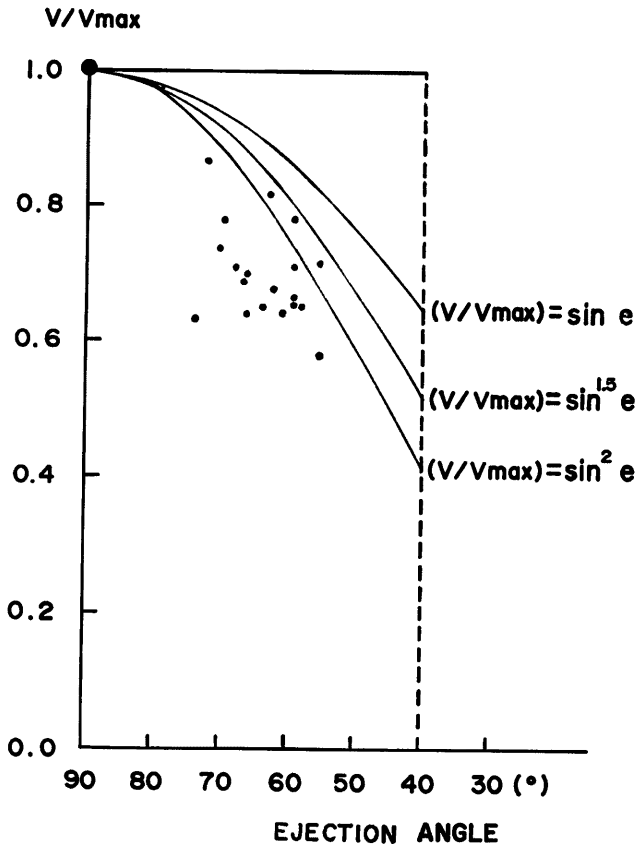


Fig. 8 Relation between ejection angle and normalized initial velocity.

$$V = V_{max} \cdot \sin^{1.5} e \dots\dots\dots(4)$$

e : 火山弾の射出角

と表される。Шрейнбер⁷⁾ は、爆発によって放出される火山弾の初速度と射出角の関係が(4)式になることを理論的に導いている。(4)式において注目すべきことは、火山弾の最大到達距離を与える射出角は、45°でなく 63° となることである。

5. 火口の形状

B 火口は、A 火口の南東の rim に存在し、火山ガスのために火口底の深さは、従来確認されたことがない。B 火口の vent の水平位置を B 火口の中心に仮定して、B 火口から放出された火山弾の弾道から、B 火口の深さを見積った。その弾道の例を Fig. 9 に示した。火山弾の射出角が 90° に近いため、深さの決定精度は良くないが、B 火口底は海拔 700~800m の高度にあり、rim から 200~300m の深さを有すると考えられる。A 火口底の高度 830m と比較すると、B 火口の方がやや深い。A 火口および B 火口の大きさと形状は次のとおりである。A 火口は、直径 500~600m、深さ 200m のすり鉢状の火口である。一方、B 火口は、直径 200~300m、深さ 200~300m の円筒状の火口である。

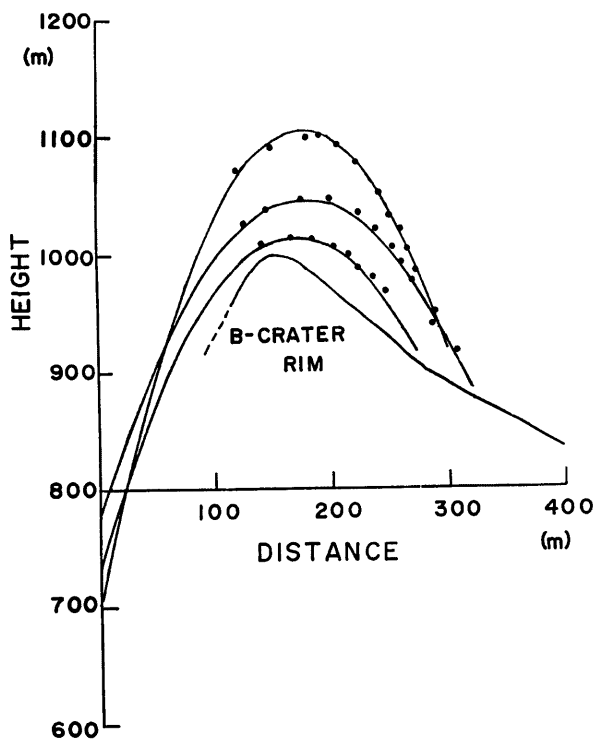


Fig. 9 Trajectories of volcanic bombs ejected from B-crater. Lines are calculated and dots are observed.

A 火口と B 火口の形状の相違は、火山弾の射出角と落下地点の分布に表われている。**Fig.5(a), (b)** に示したように、A 火口から放出された火山弾は、東西斜面にほぼ均等に落下しているのに対し、B 火口から放出された火山弾の落下分布は、東から東南斜面に限られている。初速度と射出角の関係から、最大到達距離を与える射出角は 63° である。ところが、**Fig.7** に示したように A 火口および B 火口から放出される火山弾の射出角の下限は、形状の相違から、 55° および 70° である。したがって、A 火口において 63° の射出角で放出された火山弾は火口外に落下し得るが、B 火口において 63° の射出角で放出された火山弾は火口壁を越えることができない。B 火口のように、射出角の下限が 63° 以上にある場合は、火口の rim の高度が低い方向へ放出された火山弾の水平到達距離が大きくなる傾向がみられる。したがって、**Fig.5(b)** に示したような特徴的な落下地点の分布となると考えられる。

6. 火山爆発時の内部圧

火山の爆発時の内部圧 P は、Bernoulli の式から次式で表される⁴⁾。

$$P - P_{atm} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

ρ : 噴石の密度

P_{atm} : 大気圧

v : 火山弾の放出速度

P_{atm} は爆発時の内部圧 P に比べ、十分小さいと考えられるので、

$$P = \frac{1}{2} \rho v^2 \dots\dots\dots (5)$$

となる。従来、火山弾の放出速度として火山弾の最大到達距離から見積られた初速度が使用されてきた^{1), 2)}。しかし、この放出速度は、射出角 45° で放出される火山弾の初速度であり、火山弾の初速度と射出角の関係が(4)式により表されるとすれば、火山弾の最大到達距離から見積られた初速度の最大値ではない。(4)式から、鉛直方向に放出された火山弾の初速度が最大であるから、放出速度は、 V_{max} とすべきである。したがって(5)式の代りに、

$$P = \frac{1}{2} \rho V_{max}^2 \dots\dots\dots (6)$$

となる。

解析した爆発の V_{max} は $110 \sim 160 \text{ m/s}$ に求まっており (**Fig.7**)、 $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$ として爆発時の内部圧を推定すると、 $130 \sim 270 \text{ bar}$ となる。火山の爆発時の内部圧は、爆発源の深さにおける静水圧に相当するという考えにたてば、 $130 \sim 270 \text{ bar}$ の内部圧は、爆発源が火口底から $0.6 \sim 1.2 \text{ km}$ の深さにあることを意味する ($\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$)。一方、爆発地震の震源は、火口底の直下 1 km 前後に分布している³⁾。このことから、得られた内部圧は、爆発地震の震源の深さからみても矛盾するものではない。

7. A 火口から放出される火山弾の到達範囲の予測

桜島南岳 A 火口において、一定の V_{max} を与えた場合、火山弾の到達範囲の予測を試みた。火山弾の最大到達距離は、火山弾の初速度と射出角および山体の形状によって決まる。火山弾の初速度と射出角の関係は、(4)式により与えられる。その時、A 火口の vent から全方位の地形断面を考慮すると、下り勾配のため、最大到達距離を与える射出角は、 V_{max} によって多少の変動はあるが、 $62^\circ \sim 63^\circ$ の範囲にある。この射出角で放出された火山弾は、A 火口の rim で妨げられることはない。なお、ここでは直径 1 m 程度の大きさの火山弾を対象としたので、予測される最大到達距離は、 10% 程度の誤差を含む (**Fig.4** 参照)。

Fig.10(a) に、一定の V_{max} を与えた時の火山弾の到達範囲を contour により示した。また、**Fig.10(b)**

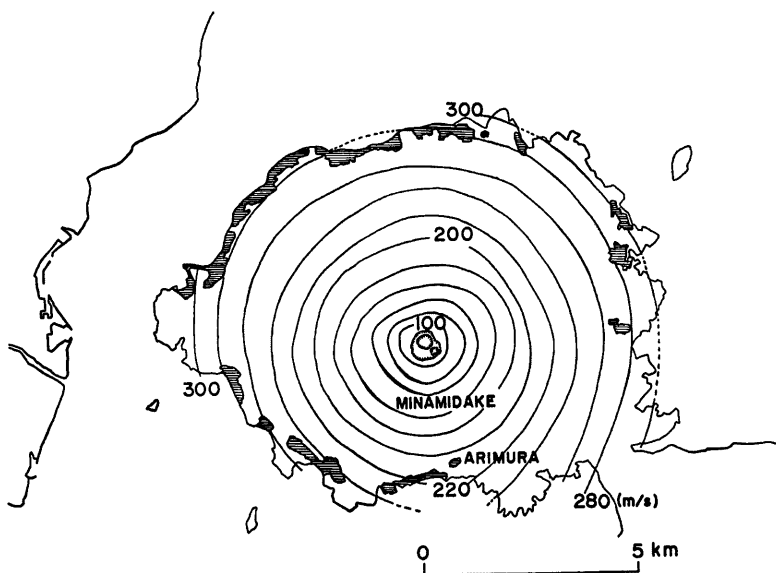


Fig. 10(a) Calculated flight distances of volcanic bombs ejected from A-crater, Minamidake. Contours denote the maximum distances of volcanic bombs for V_{max} ranging from 100 to 300 m/s.

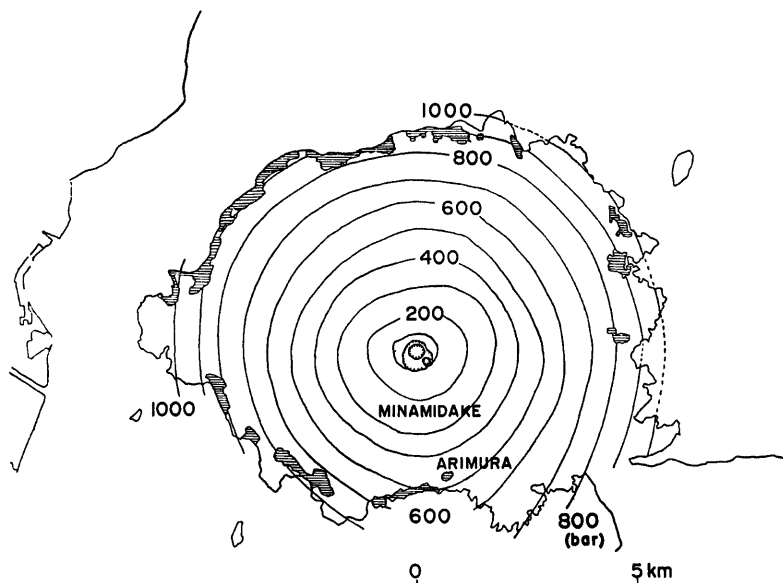


Fig. 10(b) Calculated flight distances of volcanic bombs ejected from A-crater, Minamidake. Contours denote the maximum distances of volcanic bombs for pressure ranging from 100 to 1000 bars.

は、それを $\rho=2.2\text{g/cm}^3$ として内部圧に換算した値で火山弾の到達範囲を示した。桜島において南岳火口に最も近い集落は、火口から 2.7km の距離にある。 V_{max} が 200-220m/s, 内部圧換算 500bar であれば、同地点に火山弾が到達する。実際、1983年2月18日13時26分の爆発では、火山弾の直撃を受けて南岳火口から 2.7km の距離にある農作業小屋が全焼した。さらに、桜島全体に火山弾が落下する場合を想定すると、 V_{max} で 300m/s, 内部圧換算 1000bar が必要である。現在まで決定されている山頂噴火活動期における爆発地震の震源の深さは、火口底直下 3km を越えていないので、爆発の圧力と爆発源の深さにおける静水圧の関係からみて、内部圧換算 600bar 程度の爆発が大きい方である。実際に確認された火山弾の分布からは、内部圧 600bar を越えたと推定される爆発は発生していない。

8. ま と め

- 1) 解析した爆発の最大初速度 (V_{max}) は 110-160m/s である。
- 2) 火山爆発により放出された火山弾の初速度 (v) と射出角 (e) の関係は $v=V_{max}\sin^{1.5}e$ で与えられる。したがって最大到達距離を与える射出角は 63° である。
- 3) 火山弾の密度を 2.2g/cm^3 として、求められた爆発の圧力は 130-270bar である。
- 4) V_{max} で 220m/s, 内部圧換算 500bar の爆発の場合について、大きさ 1m 程度の火山弾が到達する範囲を示した。

本稿を終るにあたり、観測に御協力いただいた高山鉄朗技官、中村貞美技官に感謝の意を表します。また、高層気象データを提供して下さいった鹿児島気象台に厚く御礼申し上げます。なお、本研究に要した経費の一部は科学研究費補助金によるものである。また、座標変換の計算には、桜島火山観測所の OKITAC 50/60 を使用した。

参 考 文 献

- 1) Wilson, L.: Explosive Volcanic Eruptions-II, The Atmospheric Trajectories of Pyroclasts, Geophys. J. Roy. astr. Soc., Vol. 30, 1972, pp. 381-392.
- 2) Fudali, R. F. and Melson, W. G.: Ejecta velocities, Magma Chamber Pressure and Kinetic Energy Associated with the 1968 Eruption of Arenal Volcano, Bull. Volcanol., XXXV-2, 1972, pp. 384-401.
- 3) Shteynberg, G. S. and Solov'yev, T. S. V.: External Ballistics of Volcanic Eruptions, Izvestiya, Earth Physics, Vol. 14, 1978, pp. 270-279.
- 4) Minakami, T.: On the Distribution of Volcanic Ejecta. (Part 1: The Distribution of Volcanic Bombs Ejected by the Recent Explosions of Asama), Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 20, 1942, pp. 65-92.
- 5) 西深：桜島火山の爆発地震について、京都大学防災研究所年報，第19号 B-1，昭51. 4，pp. 69-73.
- 6) 石原和弘・井口正人：火山の爆発現象の映像による解析(1)，火山第2集，第27巻，1982，p. 340.
- 7) Штейнберг, Г. С.: К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭНЕРГИИ И ГЛУБИНЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ВЗРЫВОВ, ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА, №. 7, 1975, pp. 140-143.