

であろう。

On the Spectrum of an Isotopically Disordered Chain.

北大物理 朝 日 孝
名大教養 柏 村 昌 平

一次元鎖（各原子の質量が確率変数）の振動において、その状態密度の異常が Dean¹⁾ によって得られてから既に 10 年の年月が経った。その後此の異常について多くの人々が研究を続けてきたが、最近松田・石井²⁾ の両氏によって初期値問題の解の特徴としてその指数関数的増大が指摘された。我々は此の特徴が固有値問題、即ち一般的な二階定差方程式のスペクトル分解に及ぼす影響について調べ一つの結論に達した。

スペクトル分解においては初期値問題の二つの独立な基本解の比が重要である。

即ち、エネルギーパラメーターとして、 $\lambda \equiv \lambda' + i\lambda''$,

$$m_n(\lambda) \equiv - \frac{\varphi_2(n, \lambda)}{\varphi_1(n, \lambda)} , \text{ とくに } m(\lambda) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} m_n(\lambda) ,$$

但し、 $\lambda'' \neq 0$ とする。

$\text{Im } m(\lambda)$ がスペクトル密度にとって重要であることは既に指摘されている³⁾。

$\varphi_j(n, \lambda)$ が松田・石井によるように確率 1 で指数関数的に増大する時、それが $m(\lambda)$ に及ぼす影響は次のようである：

(1) λ' に応じて適当に採られた部分列 $\{m_j(\lambda')\}$ が絶対収斂する：

即ち、 $m_j(\lambda') \equiv -\varphi_2(j, \lambda')/\varphi_1(j, \lambda')$, $j=n_1, n_2, \dots$ として

$$m'(\lambda') \equiv \lim_{j \rightarrow \infty} m_j(\lambda') ,$$

が存在している。

(2) λ に対しての同一部分列 $\{m_j(\lambda' + i\lambda'')\}$ は λ'' について一様収斂する。

即ち、

$$m'(\lambda' + i\lambda'') \equiv \lim_{j \rightarrow \infty} m_j(\lambda' + i\lambda'')$$

は λ'' について連続関数になっている。

(3) 一方、 $\{m_n(\lambda' + i\lambda'')\}$ の収斂は一般論の範囲にて保証されているので、

$$m(\lambda' + i\lambda'') = m'(\lambda' + i\lambda'')$$

故に、

$$m(\lambda') \equiv \lim_{\lambda'' \rightarrow 0} m(\lambda' + i\lambda'') = m'(\lambda')$$

上にみたような real $m(\lambda')$ の存在は、スペクトルの有界性と合せて、絶対連続スペクトルの存在を否定するので、結局、我々のランダム系のスペクトルは確率 1 で singular であるとの結論に到達する。

更に、此の $m(\lambda')$ を用いて Greens function や localized states (初期値問題の解 $\varphi_j(n, \lambda')$ が確率 1 で増大するので、localized state の出現は確率 0 でしか期待され得ないが) が作られると、その減衰の仕方が φ_j の増大の仕方に密接に結びついていて、例えば

$$G \cdot \varphi_j \sim O(1), \quad n \rightarrow \infty,$$

期待される事が指摘された。

1) P. Dean; Proc. Roy. Soc. 254 (1960) 507

2) H. Matsuda and K. Ishii; Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 45 (1970)

56

3) T. Asahi; Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 36 (1966) 55