

氏 名	まつ 松 浦 壮
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2601 号
学位授与の日付	平 成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻
学 位 論 文 題 目	Holographic Renormalization Group for Higher-Derivative Gravity (高階微分重力におけるホログラフィ的繰り込み群)

論文調査委員 (主 査) 教 授 二 宮 正 夫 教 授 川 合 光 教 授 國 友 浩

論 文 内 容 の 要 旨

最近の超弦理論の研究から得られた重要な成果の一つに AdS/CFT 対応の発見がある。AdS/CFT 対応は、一般に、ある d 次元共形場の理論 (CFT) と $(d+1)$ 次元 AdS 古典 (超) 重力理論が互いに双対である事を主張している。その最も典型的な例は、最初に発見された、4 次元 $N=4SU(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論と $AdS_5 \times S^5$ 上の Type IIB 超重力理論との間の双対性である。この対応は、Type IIB 超弦理論に存在する D3-brane と呼ばれる $(3+1)$ 次元に広がった物体を考察すると、より深く理解する事が出来る。実際、D3-brane の上には open string が端を持つ事が出来、その open string の低エネルギーにおけるダイナミクスは、 $N=4SU(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論で記述される。一方、D3-brane は、closed string の低エネルギー有効理論である 10 次元 Type IIB 超重力理論の black hole 解として表す事が出来、その horizon の近くの時空は $AdS_5 \times S^5$ の構造を持つ。このように、AdS/CFT 対応の主張は超弦理論における open string と closed string の双対性の現れとして理解する事が出来るのである。

ところで、弦理論には、弦の励起状態に相当する重い状態が存在するが、それらを積分すると、重力理論の作用に高階微分相互作用項が作用に加わる事が知られている。AdS/CFT 対応が弦理論の open/closed 双対性の現れである事を考えると、そのような補正を加えた系に対しても AdS/CFT 対応や holographic RG が成り立つと考えるのが自然である。AdS/CFT 対応の議論によると、重力理論に対する弦理論的な効果の補正は、対応する large N ゲージ理論における $1/N$ や $1/\lambda$ (λ は 't Hooft coupling) の補正に対応している。従って、高階微分重力に対する AdS/CFT 対応を考察する事で、場の理論と重力理論の間のより精密な対応を議論出来ると期待できる。ところが、高階微分を含む古典力学系の運動方程式は、4 階以上の微分方程式であるために、古典解を決める際に必要な境界条件の数が通常の Einstein 重力理論の場合よりも多くなる。高階微分系を持つこの性質は、holographic RG の議論で本質的な役割を果たす、いわゆる “holographic principle” の構造を壊してしまうように見え、一見すると、高階微分重力理論では、holographic RG の議論が成り立たないように思われる。本論文では、この矛盾を解決し、高階微分重力に対しても holographic RG が成り立つ事を示した。

holographic RG の基本的な考え方は、 $(d+1)$ 次元時空の動径方向への “時間発展” が、 d 次元等時間面上に定義された場の理論のスケール変換に対応しているというものである。そこで、我々はまず最初に、時空の時間発展がそのまま等時間面のスケール変換になっているような計量を導入し、高階微分重力理論の古典解の中で、繰り込み群の流れとして解釈が可能であるような解の構造を調べた。その結果、高階微分項を加えることによって系に新たな力学的自由度が生じ、その自由度の AdS 解周りの揺らぎが、非常に大きな質量を持つ場として振る舞う事が分かった。AdS/CFT 対応の議論によると、そのような場は、境界の CFT における非常に irrelevant な演算子と結合しており、RG の流れによって急速に固定点に収束すると期待できる。実際、我々が求めた古典解も定常解に急速に収束し、その解釈を支持している事が分かった。これは、高階微分項から生じた自由度については、境界値をその定常解に固定する事で境界条件が自動的に決まってしまう事を意味しており、高階微分重力に対しても holographic principle が成り立つ事が分かった。

続いて我々は、上で述べた境界条件を系統的に取り扱うために、高階微分重力を Hamilton 形式で議論した。変分原理によると、Hamilton 形式からは、場の境界値を固定する Dirichlet 境界条件と、境界の運動量をゼロに固定する Neumann 境界条件の 2 種類の可能な境界条件が得られる。我々は、高階微分から生じた自由度については、通常の Dirichlet 境界条件ではなく、Neumann 境界条件を採用し、その境界条件の下で高階微分重力の古典作用が従う Hamilton-Jacobi 方程式を導出した。重力の Hamilton-Jacobi 方程式は、対応する場の理論の繰り込み群方程式と解釈する事が出来る。我々はその手法を応用して、重力の作用に曲率テンソルの 2 乗で表される相互作用項を任意の形で加えた理論から、対応する CFT の Weyl anomaly を計算した。そして、その結果を高階微分相互作用項の形が具体的に知られている 5 次元重力理論に適用すると、 $N=2USp(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論の Weyl anomaly を、 $1/N$ の補正も含めて正しく再現出来る事を示した。このように、高階微分から生じる自由度に対して Neumann 境界条件を課す事で、その自由度を正しく定常解に固定する事が出来、高階微分重力理論に対しても holographic principle を満足出来る事が分かった。

論文審査の結果の要旨

申請者は、最近福間将文氏と酒井忠勝氏と共同で 't Hooft 達によって提唱されてきた Holography (ホログラフィー) 原理を Renormalization group (繰り込み群) の方法とを結合させた、holographic renormalization group の理論に注目した。彼らは、従来適用できなかった高階微分を含む重力理論に新しい方法を用いることができるようにこの方法を一般化することに成功し、量子重力理論に関し、新しい知見を得ることができた。

最近の超弦理論の研究から得られた重要な成果の一つに AdS/CFT 対応の発見がある。AdS/CFT 対応は、一般に、ある d 次元共形場の理論 (CFT) と $(d+1)$ 次元 AdS 古典 (超) 重力理論が互いに双対である事を主張している。その最も典型的な例は、最初に発見された、4 次元 $N=4SU(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論と $AdS_5 \times S^5$ 上の Type IIB 超重力理論との間の双対性である。この対応は、Type IIB 超弦理論に存在する D3-brane と呼ばれる $(3+1)$ 次元に広がった物体を考察すると、より深く理解する事が出来る。実際、D3-brane の上には open string が端を持つ事が出来、その open string の低エネルギーにおけるダイナミクスは、 $N=4SU(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論で記述される。一方、D3-brane は、closed string の低エネルギー有効理論である 10 次元 Type IIB 超重力理論の black hole 解として表す事が出来、その horizon の近くの時空は $AdS_5 \times S^5$ の構造を持つ。このように、AdS/CFT 対応の主張は超弦理論における open string と closed string の双対性の現れとして理解する事が出来るのである。

ところで、弦理論には、弦の励起状態に相当する重い状態が存在するが、それらを積分すると、重力理論の作用に高階微分相互作用項が作用に加わる事が知られている。AdS/CFT 対応が弦理論の open/closed 双対性の現れである事を考えると、そのような補正を加えた系に対しても AdS/CFT 対応や holographic RG が成り立つと考えるのが自然である。AdS/CFT 対応の議論によると、重力理論に対する弦理論的な効果の補正は、対応する large N ゲージ理論における $1/N$ や $1/\lambda$ (λ は 't Hooft coupling) の補正に対応している。従って、高階微分重力に対する AdS/CFT 対応を考察する事で、場の理論と重力理論の間のより精密な対応を議論出来ると期待できる。ところが、高階微分を含む古典力学系の運動方程式は、4 階以上の微分方程式であるために、古典解を決める際に必要な境界条件の数が通常の Einstein 重力理論の場合よりも多くなる。高階微分系が持つこの性質は、holographic RG の議論で本質的な役割を果たす、いわゆる“holographic principle”の構造を壊してしまうように見え、一見すると、高階微分重力理論では、holographic RG の議論が成り立たないように思われる。本論文では、この矛盾を解決し、高階微分重力に対しても holographic RG が成り立つ事を示した。

holographic RG の基本的な考え方は、 $(d+1)$ 次元時空の動径方向への“時間発展”が、 d 次元等時間面上に定義された場の理論のスケール変換に対応しているというものである。そこで、彼らはまず最初に、時空の時間発展がそのまま等時間面のスケール変換になっているような計量を導入し、高階微分重力理論の古典解の中で、繰り込み群の流れとして解釈が可能であるような解の構造を調べた。その結果、高階微分項を加えることによって系に新たな力学的自由度が生じ、その自由度の AdS 解周りの揺らぎが、非常に大きな質量を持つ場として振る舞う事が分かった。AdS/CFT 対応の議論によると、そのような場は、境界の CFT における非常に irrelevant な演算子と結合しており、RG の流れによって急速に固定点に収束すると期待できる。実際、彼らが求めた古典解も定常解に急速に収束し、その解釈を支持している事が分かった。これは、

高階微分項から生じた自由度については、境界値をその定常解に固定する事で境界条件が自動的に決まってしまう事を意味しており、高階微分重力に対しても holographic principle が成り立つ事が分かった。

続いて彼らは、上で述べた境界条件を系統的に取り扱うために、高階微分重力を Hamilton 形式で議論した。変分原理によると、Hamilton 形式からは、場の境界値を固定する Dirichlet 境界条件と、境界の運動量をゼロに固定する Neumann 境界条件の2種類の可能な境界条件が得られる。高階微分から生じた自由度については、通常の Dirichlet 境界条件ではなく、Neumann 境界条件を採用し、その境界条件の下で高階微分重力の古典作用が従う Hamilton-Jacobi 方程式を導出した。重力の Hamilton-Jacobi 方程式は、対応する場の理論の繰り込み群方程式と解釈する事が出来る。彼らはその手法を応用して、重力の作用に曲率テンソルの2乗で表される相互作用項を任意の形で加えた理論から、対応する CFT の Weyl anomaly を計算した。そして、その結果を高階微分相互作用項の形が具体的に知られている5次元重力理論に適用すると、 $N=2USp(N)$ 超対称ヤン・ミルズ理論の Weyl anomaly を、 $1/N$ の補正も含めて正しく再現出来る事を示した。このように、高階微分から生じる自由度に対して Neumann 境界条件を課す事で、その自由度を正しく定常解に固定する事が出来、高階微分重力理論に対しても holographic principle を満足出来る事が分かった。

よって、本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として、これに関連した研究分野について口頭試問した結果、合格と認めた。