

履歴ダンパー付き建物の地震応答解析のための層方向縮約法

正会員 正会員 ○小豊直英*1 同 吉富信太*1 同 辻 聖晃*1 同 竹脇 出*1

2. 構造—2. 振動

履歴ダンパー, 縮約モデル, 縮約地震時慣性力, 地震応答

1. 序

制振装置を組み込んだ建物の設計においては、一般に時刻歴応答解析による検討が必要となる。また、制振装置を組み込んだ実建物の地震動に対する応答特性を実験的に明らかにすることは極めて困難であり、数値解析的な検討が多数実施されている。しかしながら、制振装置の挙動を的確に取り扱う作業には大きな負荷が予想され、計算機の容量や演算時間などの困難点を克服した精度の高い数値解析法が求められている。

本論文の目的は、履歴ダンパーを有する建物が地震動を受ける場合について、建物を層方向に縮約し、簡易的かつ高精度な時刻歴応答解析が可能な方法を提案することにある。

2. ダンパーを有する建物の層方向縮約モデル

2.1 主体構造の縮約

鈴木らは、逆問題型定式化に基づく層方向縮約方法を提案している^[1]。本論文では、主体構造は弾性とし、主体構造については同様の縮約方法を用いる。縮約前のモデルを原モデル、縮約後のモデルを縮約モデルと表記する。また、一般層の表記を、原モデルでは第 i 層、縮約モデルでは第 j 層とする。ここでは縮約過程の明かな提示のため、図1のような第 j 層の質量 m_j 及び、層剛性 k_j が指定された4自由度モデルを2自由度モデルに縮約する場合を示す。 $(\bar{\quad})$ は縮約モデルに関する量を表す。

縮約モデルの質点位置は、原モデルの特定の質点位置に対応させる。これらの特定の質点位置を縮約代表点と呼ぶ。図1の例では、縮約代表点として原モデルの第2、第4質点を選択し、縮約モデルの第1、第2質点が対応している。原モデルの縮約代表点位置は等間隔である必要はなく、応答

評価したい任意の質点を選択することができる。

縮約モデルの質量は、原モデルの代表位置間の質量を、上側の縮約代表点へ単純和したものとす。図1の場合、縮約モデルの各層質量は、 $\bar{m}_1 = m_1 + m_2$, $\bar{m}_2 = m_3 + m_4$ であり、既知量として扱う。

縮約モデルの剛性は、原モデルとの等価性条件を逆問題的に解くことにより決定する。図1の場合、未知量である縮約モデルの層剛性 $\bar{k}_1, \bar{k}_2$ を、(1), (2)式の等価性条件に基づき決定する。すなわち、原モデルの1次固有円振動数 $\omega^{(1)}$ と縮約モデルの1次固有円振動数 $\bar{\omega}^{(1)}$ が等しく、原モデルの縮約代表位置における1次モード成分比 $u_2^{(1)} / u_4^{(1)}$ と、縮約モデルの1次モード成分比 $\bar{u}_1^{(1)} / \bar{u}_2^{(1)}$ が等しくなることを等価性条件とする。

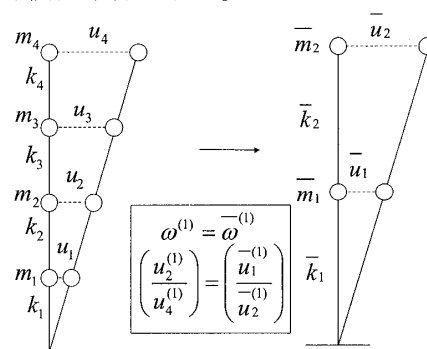


図1 原モデル(左)と縮約モデル(右)

モデルの等価性条件は次式で表される。

$$\omega^{(1)} = \bar{\omega}^{(1)}, \quad (u_2^{(1)} / u_4^{(1)}) = (\bar{u}_1^{(1)} / \bar{u}_2^{(1)}) \quad (1a, b)$$

縮約モデルの層剛性 $\bar{k}_1, \bar{k}_2$ は次のようになる^[2]。

$$\bar{k}_j = \bar{\omega}^{(1)2} \frac{\sum_{k=j}^2 \bar{m}_k \bar{u}_k^{(1)}}{\bar{u}_j^{(1)} - \bar{u}_{j-1}^{(1)}} \quad (j=1, 2) \quad (2)$$

2.2 主体構造に設置される履歴ダンパーの縮約

ここでは、4自由度モデルを2自由度モデルに縮約する例を用いて、ダンパーが設置された多自由度

モデル縮約時のダンパーの縮約法について述べる。

まず、ダンパーの降伏層間変位 δ_{yi} とダンパーの初期剛性 k_{di} を与える。原構造主体構造モデルを解析して得られた最大層間変位をダンパーの最大層間変位 $\delta_{max i}$ として用い、ダンパーの等価剛性 k_{deqi} を求める(図2参照)。

$$Q_{yj} = k_{di} \times \delta_{yi}, \quad k_{deqi} = Q_{yj} / \delta_{max i} \quad (3a, b)$$

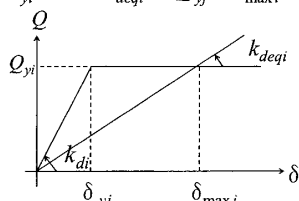


図2 原モデルのダンパーのせん断力-層間変位関係

(3b)式より求められる k_{deqi} と与えられた k_i , k_{di} を用いてダンパー付き原モデルの弾性剛性 k'_i , 等価剛性 k'_{eqi} を定義する。

$$k'_i = k_i + k_{di}, \quad k'_{eqi} = k_i + k_{deqi} \quad (4a, b)$$

このダンパー付き原モデルの各剛性に対応する1次固有周期と1次固有モードを固有値解析により求め、(2)式に代入してダンパー付き縮約モデルの弾性剛性 $\bar{k}'_j$, 等価剛性 $\bar{k}'_{eqj}$ を求める。

次に、これら縮約モデルの各剛性 $\bar{k}_j$, $\bar{k}'_j$, $\bar{k}'_{eqj}$ を用いて縮約後のダンパーの各剛性 $\bar{k}_{dj}$, $\bar{k}_{deqj}$ を求める(図3参照)。

$$\bar{k}_{dj} = \bar{k}'_j - \bar{k}_j, \quad \bar{k}_{deqj} = \bar{k}'_{eqj} - \bar{k}_j \quad (5a, b)$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \bar{k}'_2 \\ \vdots \\ \bar{k}'_1 \end{array} - \begin{array}{c} \bar{k}_2 \\ \vdots \\ \bar{k}_1 \end{array} & = & \begin{array}{c} \bar{k}_{d2} \\ \vdots \\ \bar{k}_{d1} \end{array} \\ \begin{array}{c} \bar{k}'_{eq2} \\ \vdots \\ \bar{k}'_{eq1} \end{array} - \begin{array}{c} \bar{k}_2 \\ \vdots \\ \bar{k}_1 \end{array} & = & \begin{array}{c} \bar{k}_{deq2} \\ \vdots \\ \bar{k}_{deq1} \end{array} \end{array}$$

ダンパー付き縮約モデル ダンパー無し縮約モデル 縮約後のダンパー

図3 ダンパーの縮約概念図

これら縮約後のダンパーの各剛性と縮約モデルの最大層間変位 $\bar{\delta}_{max j}$ を用いて縮約後のダンパーの降伏層間変位 $\bar{\delta}_{yj}$ を求める(図4参照)。縮約モデルの最大層間変位 $\bar{\delta}_{max j}$ は、原モデルの縮約対応位置間の最大層間変位 $\delta_{max i}$ の単純和で定義する。

$$\bar{Q}_{yj} = \bar{k}_{deqj} \times \bar{\delta}_{max j}, \quad \bar{\delta}_{yj} = \bar{Q}_{yj} / \bar{k}_{dj} \quad (6a, b)$$

時刻歴応答解析においては、以上の手順で求められた初期剛性 $\bar{k}_{dj}$ 及び降伏層間変位 $\bar{\delta}_{yj}$ を有する非線形の復元力特性を有するダンパーとして扱う。

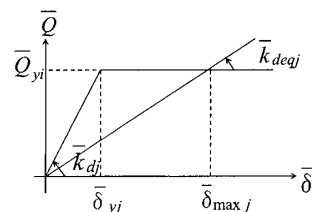


図4 縮約後のダンパーのせん断力-層間変位関係

3. 変位の等価性に基づく地震時慣性力の縮約法

国分らは、縮約モデルの自由度に合わせて地震時慣性力も縮約する方法を提案している[3]。本論文でもその縮約方法を用いる。

3.1 地震時慣性力の定義

構造物に地震動 $\ddot{u}_g(t)$ が入力されたときの原モデルの運動方程式は次式で表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ は原モデルの質量、減衰、剛性の各行列であり、 $\mathbf{y}(t)$ は水平変位ベクトルである。また、 $\mathbf{r}$ は成分がすべて1のベクトルである。

(7)式の右辺の第*i*成分 $-m_i\ddot{u}_g(t)$ を原モデルの第*i*層に作用する「地震時慣性力」と定義する。本論文で扱う時刻歴応答解析では、この地震時慣性力が各層に作用する外力となる。

3.2 地震時慣性力の縮約法

地震時慣性力の縮約においては、主体構造の復元力のみで抵抗するモデルを考え、このモデルを復元力抵抗モデルと称する。多自由度モデルを縮約する際、復元力抵抗モデルを用いた変位の等価性条件により地震時慣性力を縮約する。縮約された地震時慣性力を縮約地震時慣性力と表記する。

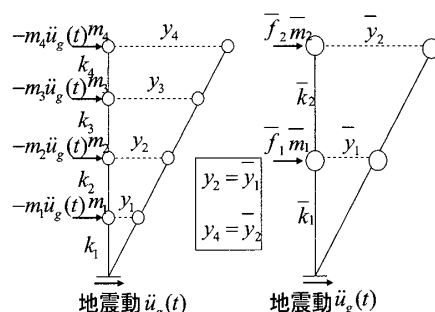


図5 原モデルの地震時慣性力(左)と縮約モデルの縮約地震時慣性力(右)

2節と同様に、図5の4自由度モデルを2自由度モデルに縮約する例を示す。原モデルの第*i*層に

時間 t における地震時慣性力 $-m_j \ddot{u}_g(t)$ を静的に作用させた時の原モデルの各層の水平変位ベクトルを $\mathbf{y}^*$ とする。ここで $-m_j \ddot{u}_g(t)$ は既知量であるとする。このとき、縮約モデルの第 j 層に作用する縮約地震時慣性力を $\bar{f}_i(t)$ とし、縮約モデルの第 j 層に $\bar{f}_i(t)$ を静的に作用させた時の縮約モデルの各層の水平変位ベクトルを $\bar{\mathbf{y}}^*$ とする。図 5 の両モデルにおいての力の釣り合い式は次式で表わされる。

$$-\mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{u}_g(t) = \mathbf{K} \mathbf{y}^*, \quad \bar{\mathbf{f}}(t) = \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{y}}^* \quad (8a, b)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{K}}$ は縮約モデルの剛性行列である。本論文では構造物は弾性範囲にあるとしているので、 $\mathbf{K}$ 、 $\bar{\mathbf{K}}$ は一定である。

原モデルの縮約代表位置における水平変位と、それに対応する縮約モデルの水平変位が等しいという条件より縮約地震時慣性力を導く。図 5 のモデルの場合、変位の等価性条件は次式となる。

$$y_2^* = \bar{y}_1^*, \quad y_4^* = \bar{y}_2^* \quad (9a, b)$$

(8), (9) 式より、縮約地震時慣性力は次式となる。

$$\bar{f}_1 = - \left\{ \frac{\bar{k}_1}{k_1} (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) + \frac{\bar{k}_1}{k_2} (m_2 + m_3 + m_4) - \frac{\bar{k}_2}{k_3} (m_3 + m_4) - \frac{\bar{k}_2}{k_4} m_4 \right\} \ddot{u}_g(t) \quad (10a)$$

$$\bar{f}_2 = - \left\{ \frac{\bar{k}_2}{k_3} (m_3 + m_4) + \frac{\bar{k}_2}{k_4} m_4 \right\} \ddot{u}_g(t) \quad (10b)$$

縮約地震時慣性力は次のように一般化できる。 N 自由度の原モデルの縮約地震時慣性力を $\bar{N}$ 自由度の縮約地震時慣性力に縮約する場合を考え、 $\bar{N} \times N$ の縮約変換行列 $\mathbf{T}$ を (11) 式のように定義する。 $\mathbf{T}$ の第 j 行 i 列成分 T_{ji} は、原モデルの第 i 層変位と縮約モデルの第 j 層変位が対応するとき $T_{ji} = 1$ とし、対応しないとき $T_{ji} = 0$ とする。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & \cdots & T_{1N} \\ 0 & 0 & T_{ji} = 1 & 0 & 0 \\ T_{N1} & \cdots & T_{NN} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$\mathbf{T}$ を用いて変位等価性条件は次のように表される。

$$\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{T} \mathbf{y} \quad (12)$$

(10a, b), (12) 式より縮約地震時慣性力 $\bar{\mathbf{f}}$ は次式で表される。

$$\bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{K}} \mathbf{T} \mathbf{y}^* = -\bar{\mathbf{K}} \mathbf{T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{u}_g(t) \quad (13)$$

4. 数値例題

本節では地震時慣性力を動的に作用させ、同様の変位の等価性条件が成り立つと仮定する。地震時慣性力を動的に作用させる場合には、(13) 式の変換を各時刻において行う。

2 節、3 節で示した縮約法の精度を検証するために 40 層モデルの時刻歴応答解析を実施する。入力地震動には、Taft EW 1952 記録地震波を用いる。

ダンパー配置前の原構造モデルは、各層の質量が 1.0×10^6 kg、層剛性は現実的な分布とする。1 次固有周期は 1.78s、構造減衰は 2% の剛性比例型減衰である。

尚、縮約する層の地震時慣性力を単純に加えた単純和地震時慣性力と 3 節で提案した縮約地震時慣性力との比較については、国分らが文献[3]に示している。

4.1 40 層モデルの 2 自由度への縮約

原構造モデルに、原構造モデルとの剛性比が 1 : 0.5 となるようにダンパーを配置したモデルを原モデルとする。ダンパー特性は完全弾塑性、ノーマルバイリニア型とする。原モデルを 2 自由度に縮約し、それぞれのモデルについて時刻歴応答解析を行う。

図 6 に原構造モデルと原モデルの塑性率を示し、図 7 に原モデルとその縮約モデルの中間層と最上層の変位を示す。図 6 について、ダンパーを付加すると塑性率が低減することが分かる。(注：骨組は弾性なので原構造モデルではダンパーの降伏変位で塑性率を定義)。図 7 から、最上層・中間層ともに、ピーク値に差があるが精度良く縮約できていることがわかる。

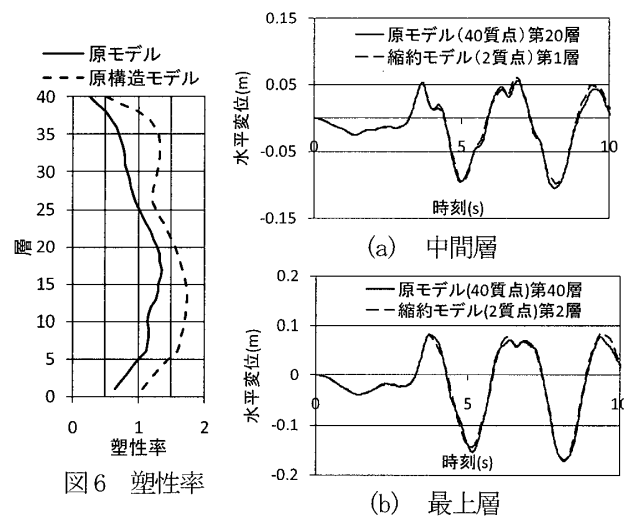


図 6 塑性率

図 7 変位の比較

4.2 ダンパー量を変化させたときの縮約精度の推移

4.1 節の原モデルのダンパー量を，原構造モデルとの剛性比が $1:0.1 \sim 0.5$ となるように変化させたときの縮約精度を検証する。原モデルを2自由度に縮約し，それぞれのモデルについて時刻歴応答解析を行う。

図8より，中間層・最上層ともにダンパー量の変化に伴う最大応答の変化を精度良く表現できていることが分かる。

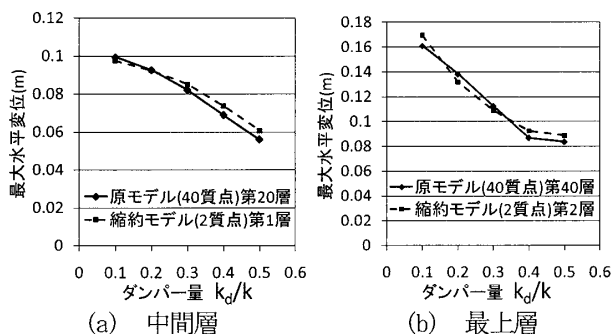


図8 ダンパー量・最大水平変位関係

4.3 縮約モデルの自由度を変化させたときの縮約精度の比較

4.1 節の原モデルを1自由度，2自由度，4自由度にそれぞれ縮約した場合の縮約精度の比較を行う。

図9より，縮約モデルの塑性率は縮約モデルの自由度に依らず，およそ原モデルの縮約対応層の塑性率の平均値を表現できているといえる。

図10の最上層変位のピーク値に注目すると，縮約モデルの自由度が大きいほど精度良く原モデルを表現可能であることが分かる。

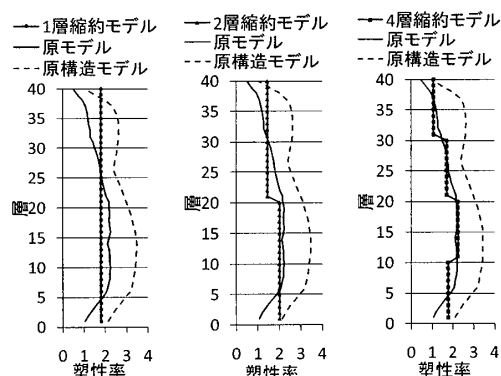


図9 塑性率

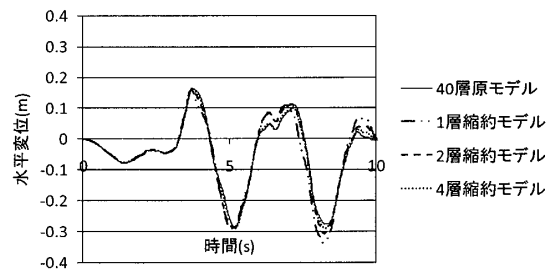


図10 最上層の水平変位比較

5. 結論

- 1) 等価1次固有周期と等価1次固有モードの等価性条件から履歴型ダンパー付き多自由度系のモデルを少自由度系のモデルに縮約する方法を提案した。さらに，復元力抵抗モデルを用いた代表点の変位等価性条件から地震時慣性力を縮約する方法を提案した。
- 2) 現実的な層剛性分布を有するモデルについて，縮約構造モデルと縮約地震時慣性力を用いて時刻歴応答解析を行い，原モデルの縮約代表位置における変位と，対応する縮約構造モデルの変位が良好に一致することを明らかにした。
- 3) ダンパー量を変化させたときの原モデルの最大応答の変化を縮約モデルを用いて精度良く表現できることを示した。
- 4) 縮約構造モデルの自由度を大きくすることにより，縮約の精度を向上させることが可能である。これは，縮約構造モデルの自由度の数まで高次モードを近似的に考慮可能であることに起因すると考えられる。

参考文献

- [1] 鈴木ちひろ，辻聖晃，吉富信太，竹脇出，風外力を受ける超高層建築物の逆問題定式化に基づく時刻歴解析用縮約外力と縮約構造モデル，日本建築学会構造系論文集，第640号，pp.1073-1081，2009.6.
- [2] Nakamura, T. and Yamane, T.: Optimum design and earthquake-response constrained design of elastic shear buildings, *Earthq. Engrg. Struct.Dyn.*, 14(5), 797-815, 1986.9.
- [3] 国分宏樹，辻聖晃，吉富信太，竹脇出，高硬度ゴムダンパーを付加した建物の逆問題型手法に基づく縮約構造モデルと地震時慣性力の縮約法，日本建築学会近畿支部研究報告集，pp.89-92，2009.6.