

## AR(1)モデルにおける推定量の漸近的比較

放射線影響研究所 疫学統計部

越智 義道

### 1. 序

1 次自己回帰モデル (AR(1))

$$(1.1) \quad X_t = \theta X_{t-1} + U_t \quad t = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

$$|\theta| < 1$$

$\{U_t\}$ ; 互いに独立に正規分布  $N(0, \sigma^2)$  に従う確率変数列  
からの  $n$  個の標本  $X_1, X_2, \dots, X_n$  によりパラメータ  $\theta$   
の推定量として、最小二乗推定量

$$(1.2) \quad \hat{\theta}_{LS} = \frac{\sum_{t=2}^n X_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}$$

および、この推定量の修正が考えられている。M. Akahira [2],  
[3] はいくつかの条件のもとで 2 次漸近有効推定量として、

$$(1.3) \quad \left(1 + \frac{1}{n}\right) \hat{\theta}_{LS} = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \frac{\sum_{t=2}^n X_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}$$

を導出している。また T. W. Anderson [1] は上のモデルのもと

で、最大推定量の漸近的近似解を与えてゐるが、 $n \rightarrow \infty$  では

その漸近解を若干修正した推定量  $(1 - \frac{1}{n}) \hat{\theta}_{LS}$  を考える。

さらに、 $n \rightarrow \infty$  では上記の3つの推定量を含む次の様な推定量の族

$$(1.4) \quad \hat{\theta}_c = (1 + \frac{c}{n}) \hat{\theta}_{LS}, \text{ ただし, } c \text{ は定数}$$

を定義し、平均二乗誤差にちとづく漸近的挙動を調べる。

2. 偏りと平均二乗誤差

今 最小二乗推定量  $\hat{\theta}_{LS}$  と真の母数の値  $\theta$  の差は

$$\begin{aligned} (2.1) \quad \hat{\theta}_{LS} - \theta &= \frac{\sum_{t=2}^n X_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} - \theta \\ &= \frac{\sum_{t=2}^n X_t X_{t-1} - \theta \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} \\ &= \frac{\sum_{t=2}^n X_{t-1} (X_t - \theta X_{t-1})}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} \\ &= \frac{\sum_{t=2}^n X_{t-1} U_t}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2} \end{aligned}$$

と書ける。そこで

$$(2.2) \quad V = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^n X_{t-1}^2$$

$$(2.3) \quad W = \frac{1}{n} \sum_{t=2}^n X_{t-1} U_t$$

とおくと,  $n$  を無限大にするとき,  $W$  は  $O_p(1)$  に確率収束し,  $\sqrt{n}W$ ,  $\sqrt{n}V$  はそれぞれ平均  $0$ ,  $\frac{\sigma^2}{1-\theta^2}$  を持つ正規分布を持つ確率変数に法則収束することが示される (Anderson [1])  
従って, さらに

$$(2.4) \quad \tilde{W} = \sqrt{n}W$$

$$(2.5) \quad \tilde{V} = \left(\frac{\sigma^2}{1-\theta^2}\right)^{-1} \sqrt{n} \left(V - \frac{\sigma^2}{1-\theta^2}\right)$$

と置くと,  $\hat{\theta}_{LS} - \theta$  は

$$\begin{aligned} (2.6) \quad \hat{\theta}_{LS} - \theta &= \frac{W}{\frac{\sigma^2}{1-\theta^2} + V - \frac{\sigma^2}{1-\theta^2}} \\ &= \frac{W}{\frac{\sigma^2}{1-\theta^2} \left(1 + \frac{V - \frac{\sigma^2}{1-\theta^2}}{\frac{\sigma^2}{1-\theta^2}}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{\sqrt{n}} \tilde{W}}{\frac{\sigma^2}{1-\theta^2} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \tilde{V}\right)} \\ &= \frac{1-\theta^2}{\sigma^2} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \tilde{W} - \frac{1}{n} \tilde{W} \tilde{V} + \frac{1}{n\sqrt{n}} \tilde{W} \tilde{V}^2 \right) + o_p(n^{-\frac{3}{2}}) \end{aligned}$$

と書ける。これをを用いて  $\hat{\theta}_c$  の展開を求めると,

$$\begin{aligned} (2.7) \quad \theta_c - \theta &= \left(1 + \frac{c}{n}\right) \hat{\theta}_{LS} - \theta \\ &= \left(1 + \frac{c}{n}\right) (\hat{\theta}_{LS} - \theta) + \frac{c\theta}{n} \end{aligned}$$

$$= \frac{1-\theta^2}{\sigma^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n}} \tilde{W} + \frac{1}{n} (-\tilde{W}\tilde{V} + \frac{c\theta}{1-\theta^2} \sigma^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{n\sqrt{n}} (\tilde{W}\tilde{V}^2 + c\tilde{W}) \right\} + o_p(n^{-\frac{3}{2}})$$

となる。さらに  $(\hat{\theta}_c - \theta)^2$  について

$$(2.8) \quad (\hat{\theta}_c - \theta)^2 = \left( \frac{1-\theta^2}{\sigma^2} \right)^2 \left\{ \frac{1}{n} \tilde{W}^2 + \frac{1}{n\sqrt{n}} (-2\tilde{W}^2\tilde{V} + \frac{2c\theta^2}{1-\theta^2} \tilde{W}) \right. \\ \left. + \frac{1}{n^2} (3\tilde{W}^2\tilde{V}^2 + 2c\tilde{W}^2 - \frac{2c\theta\sigma^2}{1-\theta^2} \tilde{W}\tilde{V} + (\frac{c\theta\sigma^2}{1-\theta^2})^2) \right\} \\ + o_p(n^{-2})$$

が成立する。

ここで  $(1, 1)$  のモデルのもとで、期待値を考え、その

order を評価するときは、バイアスについて

$$(2.9) \quad E_0(\hat{\theta}_c - \theta) = (-2 + c) \frac{\theta}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

が成立する。また  $\hat{\theta}_c$  と  $\hat{\theta}_0$  における平均二乗誤差に関する差を定義される関数を

$$(2.10) \quad D_0(c) = E_0 \{ (\hat{\theta}_c - \theta)^2 - (\hat{\theta}_0 - \theta)^2 \}$$

とし、各項の期待値についてその order を評価すると、

$$(2.11) \quad D_0(c) = E_0 \{ (\hat{\theta}_c - \theta)^2 - (\hat{\theta}_0 - \theta)^2 \} \\ = E_0 \left\{ \left( \frac{\sigma^2}{1-\theta^2} \right)^2 \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} \frac{2c\theta^2\sigma^2}{1-\theta^2} \tilde{W} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{n^2} (2c\tilde{W}^2 - \frac{2c\theta\sigma^2}{1-\theta^2} \tilde{W}\tilde{V} + (\frac{c\theta\sigma^2}{1-\theta^2})^2) \right) + o_p(n^{-2}) \right\} \\ = (2c + (c^2 - 6c)\theta^2) \frac{1}{n^2} + o(n^{-2})$$

なる結果が得られる。

## 3. 推定量の比較

(2.11) における  $\frac{1}{n}$  の order の係数を

$$(3.1) \quad \tilde{D}_\theta(C) = 2C + (C^2 - 6C)\theta^2$$

とおき,  $C, \theta$  の値によつて,  $\tilde{D}_\theta(C)$  がどのような挙動を示すかを調べる。

まず  $C$  が与えられた時

$$(3.2) \quad \tilde{D}_\theta(C) = 0$$

の根は  $C \geq 6$  の時は根を持たず,  $C < 6$  の時2つの根は

$$(3.3) \quad \theta_c = \pm \sqrt{\frac{-2}{C-6}}$$

によつて与えられる。今  $|\theta| < 1$  において考えると,  $C < 4$  において  $\tilde{D}_\theta(C)$  は根を持たない。図(3.1)。つまり  $C < 4$  において  $\tilde{D}_\theta(C)$  の符号が逆転し  $\theta_c$  と  $\theta_0$  における平均二乗誤差を  $\frac{1}{n}$  の order の部分において評価すると,  $\theta_c$  の点において等しくなり

$|\theta| < |\theta_c|$  で定義される部分と

$|\theta| > |\theta_c|$  で定義される部分において

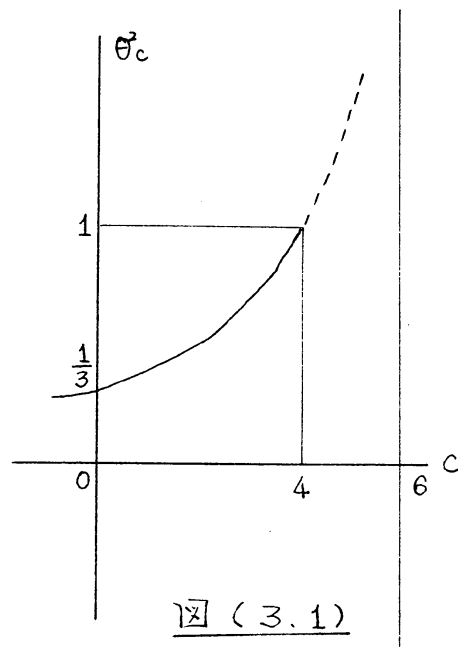
は大小関係が逆転していることが分

る。時に興味ある値として  $\theta_{-1} =$

$\pm 0.53452$ ,  $\theta_1 = \pm 0.63246$ ,  $\theta_2 =$

$\pm 0.707011$  が得られる。ここで  $C=1$

は漸近中央値不偏になる様子の  $\hat{\theta}_{LS}$  を



図(3.1)

修正した推定量,  $c = z$  は漸近的に不偏となる様修正を行,  
 本推定量に対応し  $z$  いる。

さらに  $\theta$  を固定し  $z$  を考えると,

$$\begin{aligned}
 (3.4) \quad \tilde{D}_\theta(c) &= zc + (c^2 - 6c)\theta^2 \\
 &= \theta^2 c^2 + z(1 - 3\theta^2)c \\
 &= \theta^2 \left( c + \frac{1 - 3\theta^2}{\theta^2} \right)^2 - \frac{(1 - 3\theta^2)^2}{\theta^2}
 \end{aligned}$$

と書けることから,  $\tilde{D}_\theta(c)$  は  $c = 3 - \frac{1}{\theta^2}$  の時, 最小値  $-\frac{1}{\theta^2}(1 - 3\theta^2)^2$   
 を取るようになる。特に  $\theta = 1$  の時  $c = z$  が最小値  $-4$  を取  
 ることが上  $n = z$  から言えるが,

$$(3.5) \quad \tilde{D}_1(c) = c(c - 4)$$

となることから,  $c < 0$ ,  $c > 4$  では  $\tilde{D}_1(c) > 0$  であることが  
 示される。

今  $\tilde{D}_\theta(c)$  において,  $z$  は  $\theta$  の関数と見た時,  $\theta^2$  の係数  
 に注目すると,  $c < 0$ ,  $c > 6$  では下に凸な関数であり,  
 $0 < c < 6$  において上に凸な関数である。さらに  $\theta = 0$  の  
 時  $\tilde{D}_0(c) = zc$  であることから,  $z$  からは,  $c$  の符号を保  
 存する。以上から  $c > 4$  では  $|\theta| < 1$  の範囲で  $\tilde{D}_\theta(c) > 0$  と  
 なり,  $\hat{\theta}_c$  は  $\hat{\theta}_0$  よりも漸近的には改良できないことが分る。  
 $z$  による図示すると図(3.2)の様になる。

## 4. 数値実験

$N$  点時系列の長さ  $N$  により

$N = 10, 50, 100, 300$  の時

$\hat{\theta}_0, \hat{\theta}_{-1}, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  について

$\theta = 0.1, 0.3, 0.5, 0.6,$

$0.7, 0.9$  に対する数値実験

の結果が表 (4.1) に掲げ

ある。この時 平均 (MEAN)

, 平均二乗誤差 (M. S. E)

についてそれぞれ 100 回の繰

り直しにより、その標本平均を

求めている。この時  $\hat{\theta}_0$  に対

する  $\hat{\theta}_c$  についての平均二乗

誤差の差を

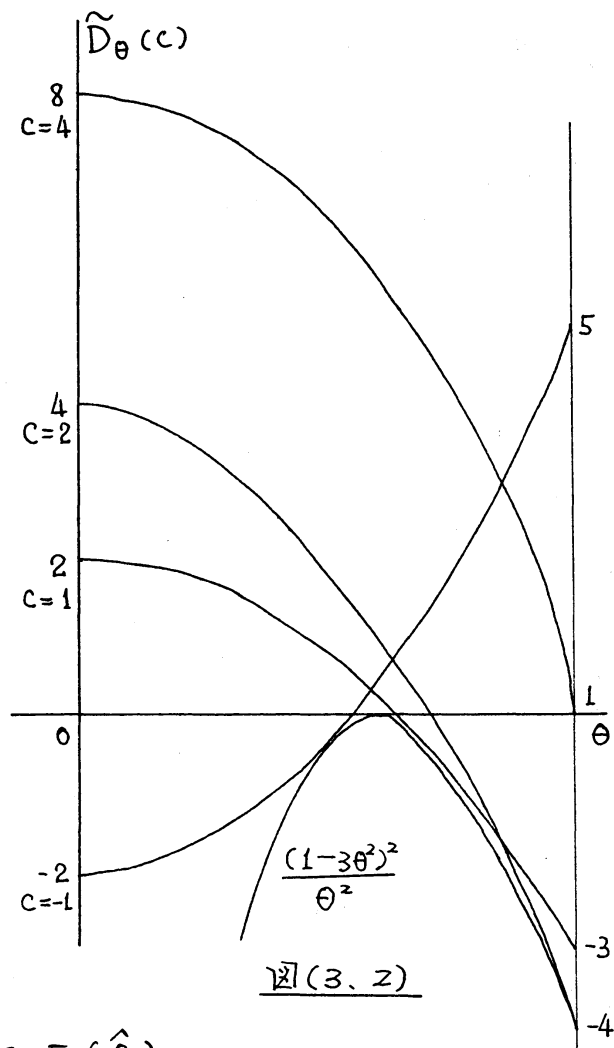
$$(4.1) \quad \text{M. S. E}(\hat{\theta}_c) - \text{M. S. E}(\hat{\theta}_0)$$

が次の表 (4.2) に掲げられている。この表において上下二つ並

んでいる数の上の方が数値実験により得られた値であり、こ

れに対して下の方の表値は、漸近的な平均二乗誤差についての

理論値において  $O(\frac{1}{N})$  の項を除いたものである。



表(4.1.1)

| N=10         |        | $\hat{\theta}_0$ | $\hat{\theta}_1$ | $\hat{\theta}_{-1}$ | $\hat{\theta}_2$ |
|--------------|--------|------------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\theta=0.1$ | Mean   | 0.102236         | 0.112459         | 0.092012            | 0.122683         |
|              | M.S.E. | 0.079730         | 0.096623         | 0.064641            | 0.115319         |
| $\theta=0.3$ | Mean   | 0.212560         | 0.233816         | 0.191305            | 0.255072         |
|              | M.S.E. | 0.087040         | 0.100448         | 0.076124            | 0.116347         |
| $\theta=0.5$ | Mean   | 0.370051         | 0.407057         | 0.333047            | 0.444063         |
|              | M.S.E. | 0.085692         | 0.091893         | 0.083605            | 0.102210         |
| $\theta=0.6$ | Mean   | 0.454936         | 0.500429         | 0.409442            | 0.545924         |
|              | M.S.E. | 0.078646         | 0.079614         | 0.082970            | 0.085874         |
| $\theta=0.7$ | Mean   | 0.539206         | 0.593126         | 0.485285            | 0.647047         |
|              | M.S.E. | 0.089602         | 0.088558         | 0.097737            | 0.094603         |
| $\theta=0.9$ | Mean   | 0.656947         | 0.722641         | 0.591253            | 0.788387         |
|              | M.S.E. | 0.107576         | 0.090144         | 0.134610            | 0.082314         |
| N=50         |        | $\hat{\theta}_0$ | $\hat{\theta}_1$ | $\hat{\theta}_{-1}$ | $\hat{\theta}_2$ |
| $\theta=0.1$ | Mean   | 0.104149         | 0.106232         | 0.102066            | 0.108315         |
|              | M.S.E. | 0.017426         | 0.018150         | 0.016723            | 0.018898         |
| $\theta=0.3$ | Mean   | 0.268159         | 0.273522         | 0.262796            | 0.278885         |
|              | M.S.E. | 0.022439         | 0.022991         | 0.021960            | 0.023619         |
| $\theta=0.5$ | Mean   | 0.471581         | 0.481013         | 0.462150            | 0.490445         |
|              | M.S.E. | 0.017651         | 0.017885         | 0.017609            | 0.018309         |
| $\theta=0.6$ | Mean   | 0.551330         | 0.562356         | 0.540304            | 0.573384         |
|              | M.S.E. | 0.014048         | 0.013568         | 0.014780            | 0.013341         |
| $\theta=0.7$ | Mean   | 0.664881         | 0.678178         | 0.651583            | 0.691477         |
|              | M.S.E. | 0.010082         | 0.009683         | 0.010843            | 0.009644         |
| $\theta=0.9$ | Mean   | 0.842880         | 0.859738         | 0.826022            | 0.876596         |
|              | M.S.E. | 0.012219         | 0.010939         | 0.014074            | 0.010236         |

表(4.1.2)

| N=100        |        | $\hat{\theta}_0$ | $\hat{\theta}_1$ | $\hat{\theta}_{-1}$ | $\hat{\theta}_2$ |
|--------------|--------|------------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\theta=0.1$ | Mean   | 0.115177         | 0.116328         | 0.114025            | 0.117480         |
|              | M.S.E. | 0.009393         | 0.009614         | 0.009177            | 0.009839         |
| $\theta=0.3$ | Mean   | 0.302779         | 0.305807         | 0.299752            | 0.308835         |
|              | M.S.E. | 0.011086         | 0.011334         | 0.010858            | 0.011604         |
| $\theta=0.5$ | Mean   | 0.490543         | 0.495448         | 0.485636            | 0.500354         |
|              | M.S.E. | 0.007241         | 0.007316         | 0.007215            | 0.007440         |
| $\theta=0.6$ | Mean   | 0.586710         | 0.592577         | 0.580843            | 0.598444         |
|              | M.S.E. | 0.006328         | 0.006341         | 0.006406            | 0.006413         |
| $\theta=0.7$ | Mean   | 0.684264         | 0.691107         | 0.677421            | 0.697948         |
|              | M.S.E. | 0.005783         | 0.005726         | 0.005935            | 0.005763         |
| $\theta=0.9$ | Mean   | 0.869438         | 0.878132         | 0.860744            | 0.886826         |
|              | M.S.E. | 0.003040         | 0.002627         | 0.003605            | 0.002365         |
| N=300        |        | $\hat{\theta}_0$ | $\hat{\theta}_1$ | $\hat{\theta}_{-1}$ | $\hat{\theta}_2$ |
| $\theta=0.1$ | Mean   | 0.097046         | 0.097369         | 0.096722            | 0.097693         |
|              | M.S.E. | 0.003326         | 0.003346         | 0.003306            | 0.003367         |
| $\theta=0.3$ | Mean   | 0.294013         | 0.294993         | 0.293033            | 0.295973         |
|              | M.S.E. | 0.002716         | 0.002723         | 0.002711            | 0.002732         |
| $\theta=0.5$ | Mean   | 0.498883         | 0.500546         | 0.497220            | 0.502208         |
|              | M.S.E. | 0.002864         | 0.002882         | 0.002851            | 0.002906         |
| $\theta=0.6$ | Mean   | 0.597357         | 0.599348         | 0.595366            | 0.601339         |
|              | M.S.E. | 0.002029         | 0.002036         | 0.002030            | 0.002050         |
| $\theta=0.7$ | Mean   | 0.702248         | 0.704589         | 0.699907            | 0.706929         |
|              | M.S.E. | 0.001474         | 0.001500         | 0.001459            | 0.001536         |
| $\theta=0.9$ | Mean   | 0.892198         | 0.895171         | 0.889224            | 0.898145         |
|              | M.S.E. | 0.000956         | 0.000925         | 0.001006            | 0.000911         |

表(4.2.1)

Difference of Mean Square Errors

| N=10         | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_2$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ |
|--------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $\theta=0.1$ | 0.016893<br>0.019500                              | -0.015089<br>-0.019300                            | 0.035589<br>0.039200                              |
| $\theta=0.3$ | 0.013408<br>0.015500                              | -0.010916<br>-0.013700                            | 0.029307<br>0.032800                              |
| $\theta=0.5$ | 0.006201<br>0.007500                              | 0.002087<br>-0.002500                             | 0.016518<br>0.020000                              |
| $\theta=0.6$ | -0.000968<br>0.002000                             | 0.004324<br>0.005200                              | 0.007228<br>0.011200                              |
| $\theta=0.7$ | -0.001044<br>-0.004500                            | 0.008135<br>0.014300                              | 0.005001<br>0.000800                              |
| $\theta=0.9$ | -0.017432<br>-0.020500                            | 0.027034<br>0.036700                              | -0.025262<br>-0.024800                            |
| N=50         | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_2$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ |
| $\theta=0.1$ | 0.000724<br>0.000780                              | -0.000703<br>-0.000772                            | 0.001472<br>0.001568                              |
| $\theta=0.3$ | 0.000552<br>0.000620                              | -0.000479<br>-0.000598                            | 0.001180<br>0.001312                              |
| $\theta=0.5$ | 0.000234<br>0.000300                              | -0.000042<br>-0.000100                            | 0.000658<br>0.000800                              |
| $\theta=0.6$ | -0.000048<br>0.000080                             | 0.000732<br>0.000208                              | -0.000707<br>0.000448                             |
| $\theta=0.7$ | -0.000399<br>-0.000180                            | 0.000761<br>0.000572                              | -0.000438<br>0.000032                             |
| $\theta=0.9$ | -0.001280<br>-0.000820                            | 0.001855<br>0.001468                              | -0.001983<br>-0.001992                            |

表(4.2.2)

Difference of Mean Square Errors

| N=100        | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_2$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ |
|--------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $\theta=0.1$ | 0.000221<br>0.000195                              | -0.000216<br>-0.000193                            | 0.000446<br>0.000392                              |
| $\theta=0.3$ | 0.000248<br>0.000155                              | -0.000228<br>-0.000137                            | 0.000518<br>0.000328                              |
| $\theta=0.5$ | 0.000075<br>0.000075                              | -0.000026<br>-0.000025                            | 0.000199<br>0.000200                              |
| $\theta=0.6$ | 0.000013<br>0.000020                              | 0.000078<br>0.000052                              | 0.000085<br>0.000112                              |
| $\theta=0.7$ | -0.000057<br>-0.000045                            | 0.000152<br>0.000143                              | -0.000020<br>0.000008                             |
| $\theta=0.9$ | -0.000413<br>-0.000205                            | 0.000565<br>0.000367                              | -0.000675<br>-0.000248                            |
| N=300        | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_1$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ | M.S.E. $\hat{\theta}_2$ - M.S.E. $\hat{\theta}_0$ |
| $\theta=0.1$ | 0.000020<br>0.000022                              | -0.000020<br>-0.000021                            | 0.000041<br>0.000044                              |
| $\theta=0.3$ | 0.000007<br>0.000017                              | -0.000005<br>-0.000015                            | 0.000016<br>0.000036                              |
| $\theta=0.5$ | 0.000018<br>0.000008                              | -0.000013<br>-0.000003                            | 0.000042<br>0.000022                              |
| $\theta=0.6$ | 0.000007<br>0.000002                              | 0.000001<br>0.000006                              | 0.000022<br>0.000012                              |
| $\theta=0.7$ | 0.000025<br>-0.000005                             | -0.000014<br>0.000016                             | 0.000063<br>0.000001                              |
| $\theta=0.9$ | -0.000032<br>-0.000023                            | 0.000049<br>0.000041                              | -0.000045<br>-0.000028                            |

## 5. 注

3.7 の議論において (2.7), (2.8) における各項の期待値は (1.1) のモデルのもとで考えられ

$$(5.1) \quad E_0(\tilde{W}) = 0$$

$$(5.2) \quad E_0(\tilde{W}\tilde{V}) = 2\theta - 2\left(2\theta + \frac{\theta^3}{1-\theta^2}\right)\frac{1}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$(5.3) \quad E_0(\tilde{W}\tilde{V}^2) = O\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$(5.4) \quad E_0(\tilde{W}^2) = \frac{\sigma^4}{1-\theta^2} - \frac{\sigma^4}{1-\theta^2}\frac{1}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$$

算の結果を得ているが、これは (1.1) のモデルにおいて初期条件  $X_0 = 0$  を置いて修正を行、たモデル、つまり

$$(5.5) \quad X_t = \theta X_{t-1} + U_t \quad t=1, 2, \dots$$

$$X_0 = 0$$

$$|\theta| < 1$$

$\{U_t\}_{t=1,2,\dots}$ ; 互に独立に  $N(0, \sigma^2)$  の正規分布に従う

確率変数列

のもとでの期待値を取、たもとに一致している。従、2 以上

の結論は、修正されたモデルにおいても同様に成立する。

## REFERENCES

- [1] Anderson T W.(1971), The Statistical Analysis of Time Series. Wiley
- [2] Akahira M. (1975),"A note on the second order asymptotic efficiency of estimators in an autoregressive process", Rep. Univ. Electro-Comm. 26-1, 143-149.
- [3] Akahira M. (1979),"On the second order asymptotic optimality of estimators in an autoregressive process", Rep. Univ. Electro-Comm.,29-2, 213-218.