

(続紙 1)

京都大学	博士（情報学）	氏名	森 立平
論文題目	New Understanding of the Bethe Approximation and the Replica Method		
（論文内容の要旨） グラフィカルモデルの形で表現される確率モデルに対して、その分配関数を評価する問題は様々な分野で重要であるが、分配関数を厳密に評価することは計算量の観点から一般には難しく、ベータ近似をはじめとする、近似的な評価を少ない計算量で与える枠組みが研究されている。本論文では、漸近ベータ近似と名付けられた、ベータ近似を拡張する新規な一連の近似を提案している。漸近ベータ近似は、グラフ被覆を使ったベータ自由エネルギーの特徴づけにもとづいて導出され、ベータエントロピーのヘッセ行列に関する渡辺-福水の結果によりエッジゼータ関数を使って表現される。ある条件下では、漸近ベータ近似は通常のベータ近似よりもよい近似を与えることを示している。この結果を得るために、ベータ近似の誤差に関する厳密な結果を与えるループ解析を多値確率変数の場合に拡張したものを使っている。 レプリカ法は、ランダムさを有する確率モデルの典型的なふるまいを解析するために統計力学の分野で開発された手法であり、数学的に厳密ではないものの数多くの問題に対して正しい結果を与えることが経験的に知られている。本論文では、情報理論の分野での基本的概念のひとつである「タイプ」の方法を使い、レプリカ法に関して見通しのよい計算過程の記述および結果の解釈を与えている。この結果にもとづき、レプリカ対称仮定がベータ近似の妥当性に対応することなどの知見を得ている。 第1章は序論であり、本論文の研究対象であるファクターグラフおよび分配関数の定義を与え、分配関数の近似的評価という本論文で取り扱う問題を提示したうえで、本論文の主要な成果を概説している。 本論文の第1部は第2章から第5章までからなり、ベータ近似について議論している。第2章では、ベータ近似および信念伝搬法について述べている。まず、変分原理による分配関数の特徴づけを与え、つぎに、分配関数の近似に関する一般的な枠組みを与えるクラスター変分法を概説し、それにもとづいてベータ近似ならびにベータ自由エネルギーの極値を求めるアルゴリズムである信念伝搬法を導入している。ベータ近似の代表的な応用についても述べている。 第3章では、Chertkov と Chernyak によって提案されたループ解析にもとづくベータ自由エネルギーの特徴づけについて議論している。二値確率変数についてのファクターグラフに関して与えられていた特徴づけを、多値確率変数の場合へ拡張した結果が与えられている。拡張に際しては、情報幾何におけるフィッシャー計量に関する恒等式が使われている。 第4章では、次章での議論の準備として、グラフ被覆の概念にもとづくベータエントロピーの特徴づけについて述べている。 第5章では、ベータ近似を拡張する新規な一連の近似を提案している。これらの近似は漸近ベータ近似と名付けられている。ファクターグラフの多重被覆のランダムアンサンブルに対して、ループ解析を適用して分配関数の期待値を指数の被覆数に関する			

る定数オーダーまで具体的に評価した結果を与えるとともに、その結果とファクターグラフに対するエッジゼータ関数との関連に言及したのち、漸近ベータ近似の定義を与えている。1次の漸近ベータ近似の漸近的な正確性について考察するとともに、イジング模型に対する数値実験により通常のベータ近似に対する提案法の有効性を示している。

本論文の第2部は第6章からなり、レプリカ法について議論している。疎なファクターグラフのランダムアンサンブルに関して分配関数の対数の期待値を漸近的に評価する問題を取り上げ、情報理論の分野での基礎的概念である「タイプ」の概念にもとづいてレプリカ法の計算過程および結果に対する見通しのよい記述を与えている。この記述にはベータ自由エネルギーが自然な形で現れ、このことからベータ近似の漸近的な正確性とレプリカ対称仮定の妥当性との対応関係を自然に理解することができる。

付録では、エッジゼータ関数と井原-Bass公式、およびベータエントロピーのヘッセ行列とエッジゼータ関数とを関連づける渡辺-福水公式について述べている。

(論文審査の結果の要旨)

大規模な確率モデルを想定し、それにもとづいて推論を近似的に行う近似推論の枠組みは、機械学習の基礎を与える統計的学習理論に留まらず、誤り訂正符号の復号や、通信におけるシンボル推定などの多様な問題において近年注目を集め、数多くの研究がなされている。グラフィカルモデルの形で表現される確率モデルにもとづく近似推論に際しては、分配関数と呼ばれる正規化係数の評価が基本的かつ重要な問題である。また、分配関数の値は制約充足問題における制約充足解の個数に対応するため、制約充足問題の研究においても分配関数の評価は重要である。分配関数の厳密な評価はしばしば計算論的困難を伴うため、近似的評価の枠組みが重要である。本論文では、グラフィカルモデルの形で表現される大規模確率モデルにもとづく近似推論の枠組みに関して、理論的な立場からの考察を行ったものであり、得られた主な成果は以下の通りである。

1. 分配関数の近似的評価の枠組みとして代表的なベータ近似は、多くの問題に対して、モデルの大きさが無限大の極限において分配関数に対する漸近的に正しい推定結果を与える。ベータ近似はまた、よく知られたメッセージ伝搬アルゴリズムである信念伝搬法を導出したたりその性質を議論したりする際にも使われる。本論文では、ベータ近似に対する新規な一連の近似を提案している。これらの近似は漸近ベータ近似と名付けられている。漸近ベータ近似は、グラフ被覆の概念を使ってベータ自由エネルギーを特徴づけるという、Vontobel によって近年提案された発想にもとづいて定義される。渡辺-福水のベータエントロピーのヘッセ行列に関する結果を使い、グラフのエッジゼータ関数を用いた漸近ベータ近似の表現も与えている。さらに、ベータ近似の誤差を一般化ループからの寄与の総和として表現する Chertkov と Chernyak の結果を情報幾何学の概念を使って非二値の場合にも適用できるように拡張することで、ある一般的な条件下で漸近ベータ近似が通常のベータ近似よりもよい近似を与えることを示している。

2. ランダムさを有する統計モデルの典型的な性質を解析するための手法として、不規則系の統計力学の分野で開発されたレプリカ法がよく使われており、数学的な厳密性は有しないものの多様な問題に対して正しい結果を与えることが経験的に知られている。本論文では、情報理論の分野での基礎的概念のひとつである「タイプ」の概念を用い、レプリカ法による解析における計算過程の明確化を行っている。さらにその結果を用いて、一般的な条件のもとで、レプリカ法による解析が統計力学の分野で開発された別の手法である空洞法と同じ結果を与えること、また、レプリカ法による解析においてレプリカ対称性の仮定をおくことがベータ近似が妥当であるという仮定をおくことに対応していることを示している。

以上のように、本論文はグラフィカルモデルの形で表現される大規模確率モデルにもとづく近似推論に関して有用な結果を得たものであり、学術的に寄与するところが大きい。よって、本論文は博士(情報学)の学位論文として価値あるものと認める。

平成25年2月22日に、論文内容に関する口頭試問を行った。論文内容および試問の結果を総合的に判断した結果、合格と認めた。