

氏 名	こ じま たけ お 小 島 武 夫
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 1785 号
学位授与の日付	平 成 9 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 数 学・数 理 解 析 専 攻
学位論文題目	Correlation functions for an impenetrable Bose gas with Neumann or Dirichlet boundaries at the ground state. (ノイマンおよびディリクレ境界条件を持つボーズ・ガスの基底状態における相関関数について)

(主 査)
論文調査委員 教 授 柏 原 正 樹 教 授 河 合 隆 裕 教 授 齋 藤 恭 司

論 文 内 容 の 要 旨

量子多体問題の相関関数の厳密解は、数理物理の可解模型における未解決問題のうちの最も重要なものである。関連する問題として、共形場理論の相関関数については、表現論およびモデュライ空間上の微分方程式として、その数学的構造は明らかにされたが、それ以外の場合には一般的な枠組は確立されていない。例外的に、2次元イジング模型とその関連の、自由フェルミ場による解法が適用できる模型については、フレドホルム行列式による積分表示、パンルベ型の非線形方程式による解法が存在し、これは佐藤・三輪・神保によるタウ関数を通してソリトン理論、ランダム行列とつながる。

本論文は、上記のクラスの代表的な例である非透過ボーズ粒子の多体問題について、周期的ではない境界条件のもとで相関関数の積分表示と、微分方程式を求めた。周期的ではない境界条件のもとでの可解模型一般については、2次元イジング模型についてのマッコイによる研究、共形場理論でのカーディの研究、共形場からの変形理論についてのザモロジコフの研究、XXZ 模型に関する申請者を含む京都グループの研究などがある。これらはいずれも、それぞれの対応する周期的あるいは境界のない場合の方法論の延長線上に位置する研究であり、フレドホルム行列式による積分表示、パンルベ型の非線形方程式による解法という方法論が境界付きの相関関数に適用された例は、バリエフによる2次元イジング模型についての研究について、本論文以外にはなかった。

本論文において申請者は、境界条件としてディリクレまたはノイマン条件を課すときに、積分核を適当に設定することによって境界のない場合の方法論がほぼ平行する形で適用できることを示し、フレドホルム行列式による積分表示と多変数パンルベの非線形方程式を導いた。

論 文 審 査 の 結 果 の 要 旨

申請者は、数理物理の可解模型の相関関数に関連する一連の研究を修士論文以来一貫して行なってきた

いる。この問題は一般的な枠組のできていない重要な未解決問題であり、個々の場合を解決するに当たっても単なる計算ではない何らかの理論構成を必要とする。

申請者は、修士論文においては、サイン・ゴルドン模型におけるスミルノフの形状因子の差分方程式に関連して、スピンの非ゼロセクターにおける QKZ 方程式の積分表示を求めた。スミルノフの方法は、共形場理論の変形としてのマッシブな可解量子場理論に対するアプローチとして最も成功した方法であるが、相関関数に対しては間接的な結果となる。申請者は、博士課程においても、この方向で研究を進め、参考論文

Quantum Knizhnik-Zamolodchikov equation for $U_q(\widehat{sl}_n)$ and integral formula

において、 $SU(n)$ Gross-Neveu 模型にたいするスミルノフの積分公式の q 変形を与えた。これらの一連の研究は、三輪哲二、神保道夫、桑野泰宏、三木敬との共同研究である。この参考論文に関しては、申請者の寄与が中心的である。

申請者は、三輪哲二、神保道夫、R. Kedem と共に、境界付きの XXZ 模型についてアフィン量子代数の表現論による研究を行なった。この方法は、スミルノフの方法と相補的な、相関関数を直接扱える方法である。申請者を含めての共同研究では共形場の変形理論における境界付き問題のザモロジコフによる研究に対応する形で、格子模型の相関関数の境界付き相関関数の積分表示が得られた。この方法の限界は、現在のところ連続極限が計算不可能な点にある。

申請者は、この共同研究の後、学位論文のテーマとして、格子模型ではなく、連続な理論の相関関数の厳密解を目標に設定した。この方向での、既知の結果として、共形場理論を除けば、

(1) 2次元イジング模型とホロノミックな量子場理論に関する研究
と、

(2) 量子逆散乱法を用いた Korepin の研究
が主な結果である。

申請者は、(1)に属する問題である非透過ボーズ粒子の多体問題における佐藤等による研究を、境界付きの場合に拡張するというテーマに取り組み、申請論文において次の結果を得た。

境界条件がディリクレ ($\varepsilon=+$) またはノイマン ($\varepsilon=-$) の時、積分核

$$\frac{\sin(x-x')}{x-x'} + \varepsilon \frac{\sin(x+x')}{x+x'}$$

に対するフレドホルム小行列式を使って相関関数が表示できる。

こうして得られる相関関数は多変数バナルベ型の非線形方程式をみたす。

申請者は、この研究の後、京都大学基礎物理研究所に滞在した Korepin と共同研究を行ない、非線形シュレーディンガー方程式に対応する多体問題の相関関数の長距離漸近挙動を求めている。これが、参考論文の

Differential equation for temperature-dependent correlation function of Delta-interaction Bose gas
である。

以上が、申請者のこれまでの研究の概要であり、これらの研究は多体問題の相関関数の厳密解に対して

いくつかの重要な進展をもたらしたものとして高く評価でき、とくに申請論文は境界つきの問題を解いた点で独自の価値を持ち、学位論文として十分な研究と認められる。平成9年1月13日、論文内容とそれに関連した口頭試問を行なった結果合格と認められたものである。