

氏 名	齋 藤 裕 さい とう ひろし
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	論 理 博 第 484 号
学位授与の日付	昭 和 50 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 5 条 第 2 項 該 当
学位論文題目	Algebraic extensions of number fields and automorphic forms (代数体の拡大と保型形式)

論文調査委員 (主 査) 教 授 永 田 雅 宜 教 授 戸 田 宏 教 授 佐 藤 幹 夫

論 文 内 容 の 要 旨

本論文の目的は、ヒルベルト保型形式と一変数の保型形式に付随して得られるそれぞれのディリクレ級数との間の整数論的関連を明らかにすることにある。より詳しく述べれば、 F は総実な代数体で、 O は、その整数環、 $S_k(\Gamma)$ は重さの k の $\Gamma = GL_2(O)^+$ に関するヒルベルト尖点形式の空間、 $S_k(SL_2(\mathbb{Z}))$ は重さの k の $SL_2(\mathbb{Z})$ に関する一変数尖点形式の空間とする。特に F が、有理数体 $\mathbb{Q}$ 上のアーベル拡大の場合には類体論によって F のデデキントのゼータ関数と $\mathbb{Q}$ のゼータ関数 (いわゆるリーマンのゼータ関数) との間に分解定理が成立するが、その関係を上記の尖点形式の間に関係を見出すことを問題とする。この論文では F が $\mathbb{Q}$ 上の素数 l 次巡回拡大体、 F の類数 1 の場合にこの問題を完全に解決した。すなわち、 $F/\mathbb{Q}$ のガロワ群の生成元 σ に対し、 $S_k(\Gamma)$ の元 $f(z_1, \dots, z_l)$ に作用する $T\sigma$ を $T\sigma f(z_2, \dots, z_l, z_1)$ で定義する。さらに、 $S_k(\Gamma)$ の部分空間 $SS_k(\Gamma) = \{f \in S_k(\Gamma) \mid \forall \mathfrak{A}, T(\mathfrak{A})T\sigma f = T\sigma T(\mathfrak{A})f\}$ を考察する。ただし、 $T(\mathfrak{A})$ は下のイデアル $\mathfrak{A}$ で定まる $S_k(\Gamma)$ におけるヘッケ作用素を表わす。一方、 F 上のヘッケ環から $\mathbb{Q}$ 上のヘッケ環への準同型が自然に定義され、 $\mathbb{Q}$ 上のヘッケ環は $S_k(SL_2(\mathbb{Z}))$ 及び $S_k(\Gamma_0(q), \chi)$ に作用する。ただし、 q は $F/\mathbb{Q}$ の導手、 χ は $(\mathbb{Z}/q)^*$ の位数 l の指標、 $S_k(\Gamma_0(q), \chi)$ は指標 χ 付きの合同モジュラー群 $\Gamma_0(q)$ に関する重さの k の尖点形式の空間を表わす。これから F 上のヘッケ環の $S_k(SL_2(\mathbb{Z}))$ 及び $S_k(\Gamma_0(q), \chi)$ での表現が得られる。これらの表現の跡と $SS_k(\Gamma)$ における表現の跡とを比較することにより、この論文の主定理： $SS_k(\Gamma) \cong S_k(SL_2(\mathbb{Z})) \oplus S$, $S \oplus S \cong \bigoplus_{\chi} S_k(\Gamma_0(q), \chi)$ が得られる。

この結果を上記ディリクレ級数の間の関係で述べれば、 $SS_k(\Gamma)$ の元 f でヘッケ作用素の同時固有函数であるものからメラン変換で得られるディリクレ級数 $D_f(s)$ と、 $S_k(SL_2(\mathbb{Z}))$ 又は $S_k(\Gamma_0(q), \chi)$ の元 g から同様に得られる $\varphi_g(s)$ との間に、 q -因子を除いて、 $D_f(s) = \prod_{\chi} \varphi_g(s, \chi)$ が成立することを示している。これは先に述べた類体論の分解定理の拡張を与えたものである。

論文審査の結果の要旨

本論文は整数論における古典的題材、有理数体上の尖点形式と拡大体 F 上のヒルベルト尖点形式の間に (F が二次拡大の場合) に近時見出された興味ある関係 (土井一長沼およびジャッケーの仕事) を一方において本質的に精密化し、他方において F が二次拡大と限らない場合に拡張している。用いられた方法はセルバーグの跡公式であり、この場合、極く自然なものである。但し、この場合に跡公式を実際に計算するに当っては、従来セルバーグの跡公式が有効に用いられた諸例には現われなかった、ガロワコホモロジーに関係の深い「捻られた共役類」の決定が必要で、その実行は複雑困難を極め、本論文のかかなりの部分はそのために費されている。

得られている結論は、技術上の種々の制約のために、この自然な美しい論理が成り立つと想像される範囲に較べて、体 F の類数、その単数群の構造に関してやや多くの仮定の下に成立っている。しかし、それは本論文の先駆的なことを示すものであり、今後の発展が期待される。

よって、本論文は理学博士の学位論文として価値あるものと認める。

なお、この論文調査の一部を土井公二助教授および土方弘明助教授が分担した。