

A Prototype of a Non - equilibrium Open System - A Microscopic Laser Theory -

理研 内山智香子

レーザーは非平衡散逸結合開放系の典型的な一例であり、研究の歴史は長い[1-19]。主なものを挙げると、初期のメーザーに対する線形理論（例えば、Shimoda-Takahashi-Townes [6]）、量子論的ランジュバン方程式の方法[8]、マスター方程式による非線形理論[9,10]等がある。しかしながら、物質系と光子系との連立した非線形方程式を揺動力と共に解くことには誰も成功していない。通常、物質系の緩和時間は短いと考え、その変数を断熱的に消去する。その結果得られた方程式はファン・デル・ポール方程式に揺動力が加わった形をしている[19]。この方程式を数値的に解くことで、レーザーの発振、及び飽和効果が論じられる。以上が通常のレーザー理論であるが、数多くの近似がなされている。

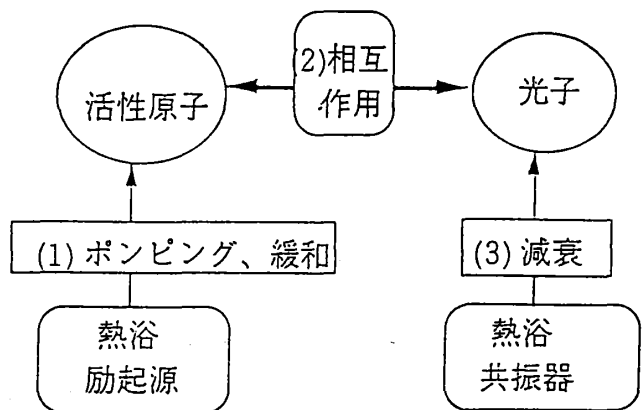
(1) 量子統計力学的レーザーモデル

本研究は、量子統計力学的なレーザー方程式を厳密に解くことに初めて成功したものである。レーザー系のモデルとしては、

- (1) 原子系の反転分布の生成と緩和を引き起こす機構、
- (2) レーザー光を放出する原子と電磁場との相互作用、
- (3) 共振器内の電磁場の減衰、

を考慮に入れる必要がある。そこで、右図の様な、レーザー作用に関与する平均的な2準位原子1つが光子系と相互作用し、かつ、各々が散逸系と結合しているというモデルを考える。レーザーの定常的な発振は、ポンピングによって原子系に注ぎ込まれたエネルギーが、原子系と光子系との相互作用によって光子系に流れ、さらに光子系側の熱浴に流れ込む、という場合に相当する。本研究は、このようなエネルギーの流れを内に有する量子論的な結合系に対して何の近似も用いることなく解析解を得たものである。この系に対しては、これまでも、Arimitsu-Shibata による定式化がある[20,21]。

しかし、得られた結果は非常に複雑なもので、大規模な数値計算を行うことによって、系の振る舞いを論じている。



我々の定式化の概要は次のようなものである[22,23]：

- (1) ボソンとスピンのコヒーレント状態を用いて、レーザーモデルに対する量子論的な方程式を近似することなく c 数空間に移行させる。
- (2) 得られた方程式に対して、球関数・フーリエ級数・ラゲール陪多項式による直交関数展開を施す。

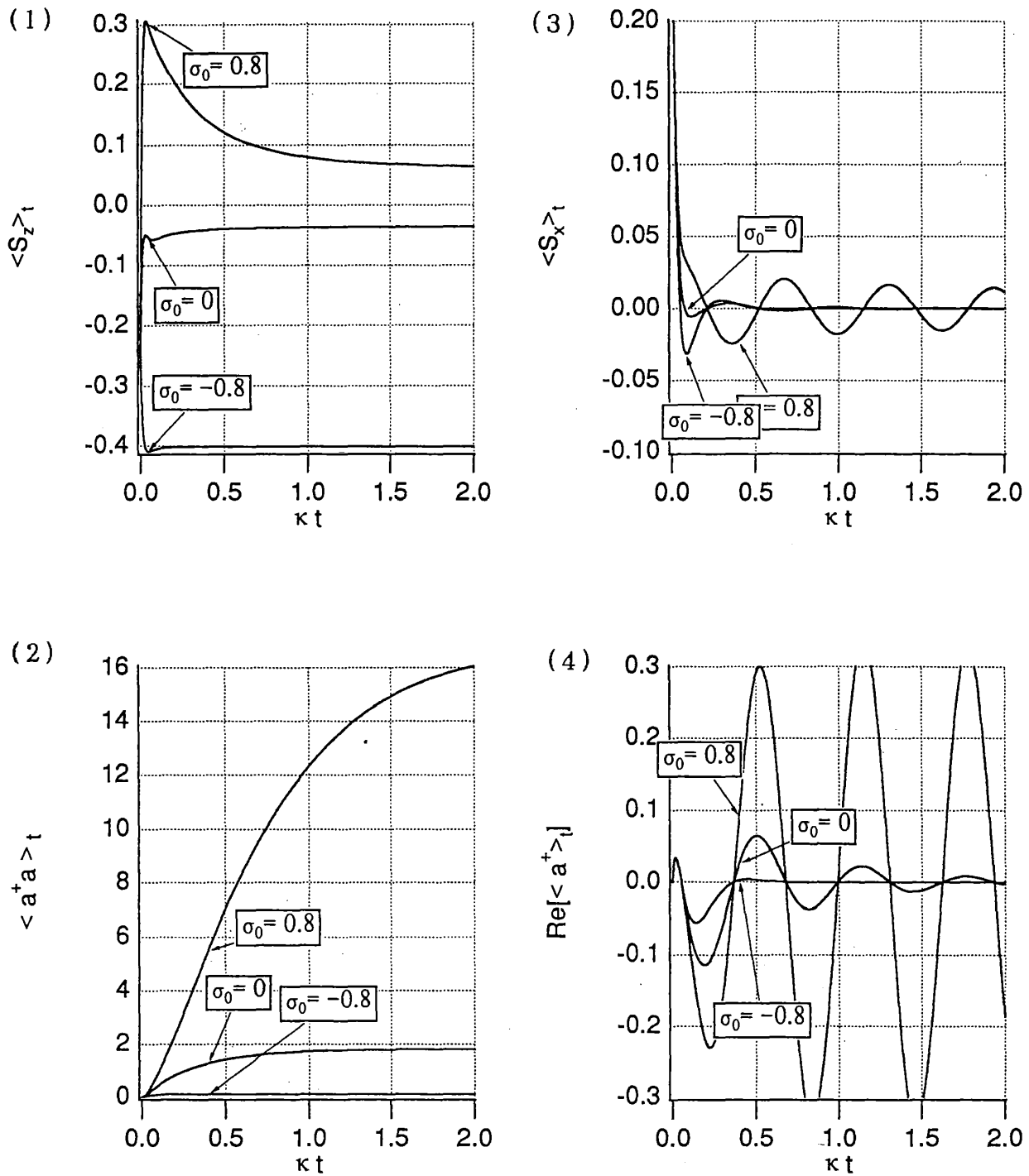
以上の定式化により、ポンピングと散逸の両方の機構を有する量子論的な結合系に対して、連分数の形の厳密解を得た。これまでのレーザーモデルに対する様々な解は、この連分数解の特殊な場合に過ぎない。

得られた表式には、緩和定数 $(\gamma_1, \gamma_2, \kappa)$ 、結合強度 (Δ) 、ポンピングの強さ (σ_0) 等のパラメータに対する制限は何もない。そこで、レーザー発振作用から、これとは逆の極限の、原子系の緩和が光子系に比べて非常に遅い、という超放射現象の基礎となる場合までも、この枠組み内で取り扱うことができる。すなわち、光と物質が相互作用している系の原形ともいえるモデルに対して、相互作用の強弱に依らない厳密解を得たのである。

この厳密解を用いて、光子系と原子系のダイナミクスを調べた（第1図）。初期状態として、原子系は殆ど下準位にあり、光子系は真空状態にある、という厳しい条件を選ぶ。光子系の方が、原子系に比べて、非常に速く緩和する、というレーザー発振に対応するパラメータに対して、(1)原子系の反転分布、(2)光子数、(3)誘起双極子モーメント、(4)光子の生成演算子、の平均値を求めた。その結果、(1)と(2)は、時間が経つとともに、ある定常値に近づき、ポンピングが強い $(\sigma_0$ の値が大きい)ほど定常値は大きくなる、というもっともな振る舞いを得た。また、(3)と(4)については、ポンピングが強くなるにつれて、振動が激しくなり、継続時間が長くなる、という結果を得た。この2つを見比べると分かるように、双極子モーメントが光の場とある位相関係を保ちながら振動している。しかし、この定式化の範囲内では、媒質中の N 個の原子の位相が揃っていることを前提としてしているため、位相の自己組織化の問題を取り扱うことはできない。

(2) レーザーにおける位相の自己組織化過程

我々の定式化は、複数の原子が、光子を媒介として相互作用を行っている、という系にも容易に拡張できる。しかも、この拡張によっても厳密性は失われない。レーザー光が放出される過程に対しては、これまで次のような直観的な描像が広く受け入れられてきた。すなわち、ある原子から放出された光が別の原子に吸収されることにより、原子間に光子を媒介とした結合が生じ、これと共に原子系全体の位相が揃う。さらには放出されるレーザー光も位相の安定したコヒーレントなものとなる、という描像である。しかし、このシナリオを遂行した理論は存在しない。我々の定式化を多原子系に拡張することによって初めて、レーザー作用の本質である、光子を媒介とした原子間の協同現象に対する理論的解析が可能となった。



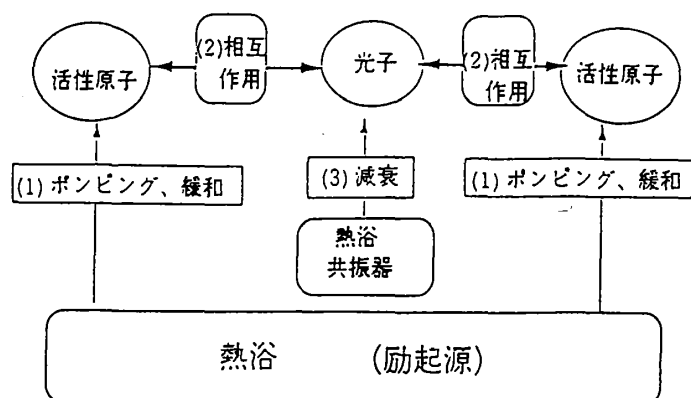
第1図 様々な物理量の平均値の時間発展 (1) 原子系の反転分布、(2)光子数、
(3)原子系の誘起双極子モーメント、(4)光子系の生成演算子
初期条件 : 原子系(大部分下準位)、光子系 (真空状態)

パラメータ : $\kappa T_1 = 0.01$ 、 $\kappa T_2 = 0.02$ 、 $\Delta/\kappa = 20$ 、 $\bar{n} = 0.001$
 $\omega_0 = \omega_L = 10$

我々の定式化は、多原子系に拡張することによっても厳密性を失わないが、原子の個数の増加と共に、手続きは煩雑となる。そこで、ただ原子の個数を増加させていくのではなく、物理的な考察を加えつつ、段階を追って拡張していくことを考える。まず、第1段階としては、光子を媒介とした原子間の相互作用についての考察を行い、その後第2段階として、2原子系に拡張する。これらの結果をもとに、さらに多数の原子からなる系に対する拡張を行う。第1段階の考察をするうえではレーザー作用に本質的な部分を取り出すために、相互作用している多原子系と光子系の部分のみを取り出すことにする。このハミルトニアンに対して、カノニカル変換を施すと、Weiss - XY 模型と同様な、 z 軸方向に磁場がかかり、XY 平面内では、強磁性的な相互作用を行うスピン系に対するハミルトニアンが得られた。ここで、光子と各原子との相互作用は、光子を媒介とした活性原子間の相互作用に焼き直されている。この相互作用が強磁性的で、かつ長距離の2体相互作用となっていることが、原子系のコヒーレンスを生ずる源である、と思われる。

さて、以上の考察は、実は超伝導現象に対する議論とかなり類似している。BCS 理論によれば、超伝導現象の本質は、電子とフォノンとの相互作用である。アンダーソンは、このハミルトニアンにカノニカル変換を施し、スピン様モデルを用いることにより、超伝導現象は、フォノンを媒介とする電子間の相互作用が長距離の2体相互作用であることによって引き起こされる、と結論づけた。超伝導現象とレーザー発振作用は、一見、全く異なっている現象のように思えるが、上記のような類似性が見い出されたことは興味深い。

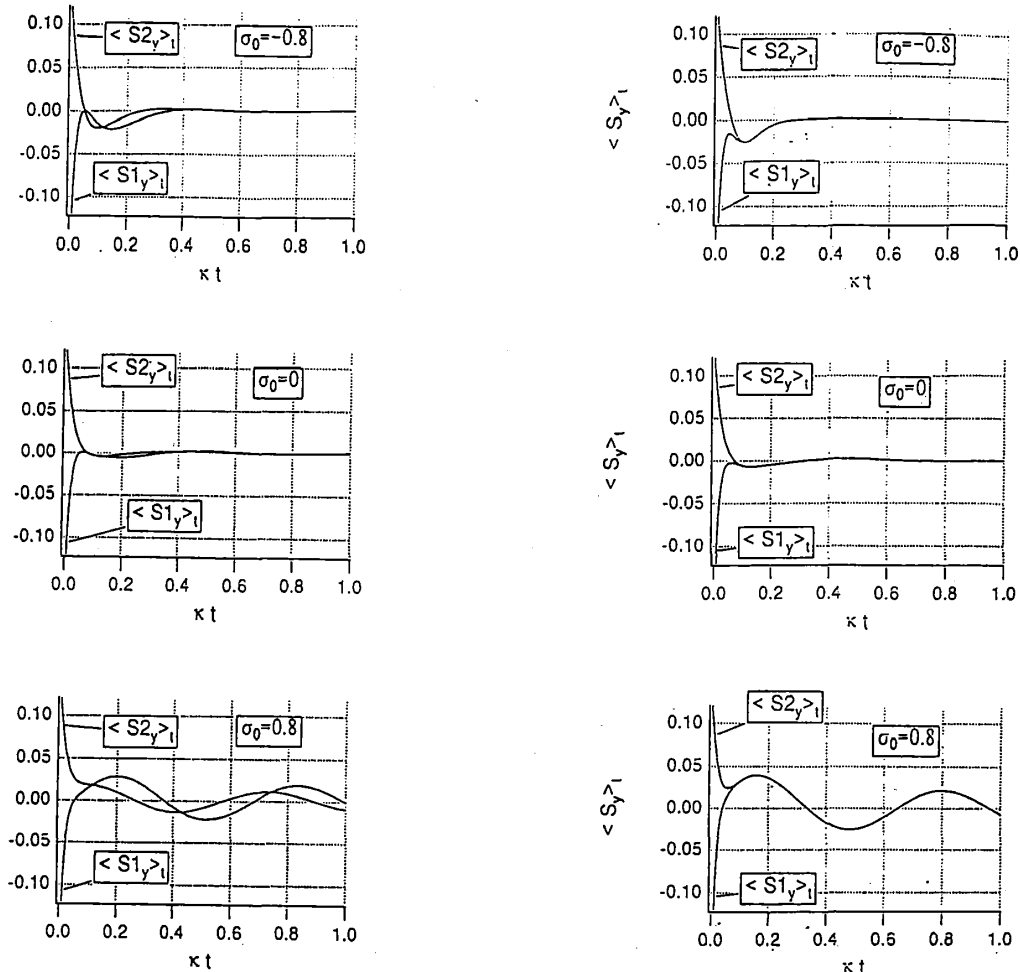
レーザー系では、2体の長距離相互作用が本質的であることがわかったので、その一番基本的な場合である2原子系を取り扱う（下図）。



1 原子系の場合と同じパラメータを選び、初期にばらばらな方向を向けておいた2原子の時間発展を調べた。1原子系の場合との本質的な違いは誘起双極子モーメントの時間発展に現われた（第2図）。ポンピングの弱い場合は、誘起双極子モーメントは時間の経過とともにばらばらになっていくのだが、ポンピングを強くすると、2つの原子が協同して回

転する様子が得られた。この振動の振幅は初期に2つの原子が向いていた方向に依存しており、初期の方向が離れるほど、振幅は小さくなる。同じ初期条件から出発させた1原子系に対する結果では、ポンピングを強くしてもout of phase な回転しか得られない。多原子系への拡張によって、レーザー発振の本質とされてきた光子を媒介とした原子間の協同運動による位相の自己組織化現象を捉えたといつてよかろう。実際に、より多数の原子からなる系に拡張するのは、今後の課題である。

多原子の問題に拡張できれば、レーザーにおける位相の自己組織化のみならず、超放射のダイナミクスをも論じることができよう。超放射はコヒーレントに結合した原子系が全体として巨大スピンを形成し、このスピンの励起状態から倒れていくときに強い光パルスを発する現象である。従来、巨大スピンの形成と存在は初めから仮定されてきた。この定式化によれば、原子系自体において巨大スピンの形成される機構と光パルス放出の動的なメカニズムの詳細を明らかにすることができると思われる。



第2図 原子系の誘起双極子モーメントの時間発展（パラメータ、初期条件は第1図と同じ）左列：1原子系、右列：2原子系。

(3) 量子コヒーレンスの生成と消滅

我々の定式化では、展開係数の時間発展を決定することが、そのまま直ちに、原子系と光子系の密度行列を c 数空間に移行した擬分布関数自体を求めることになっている。この擬分布関数を用いて、原子系のコヒーレンスと光のコヒーレンスがどのようにして作られていくのか、また、壊されていくのか、原子系と光のコヒーレンスの間の関係はどうなっているのかを統一的な視点から追及していくこともできよう。例えば、原子系は殆ど下準位にあり、光子系は真空状態にあるとした場合、原子系、光子系の各々に対して、擬分布関数の解析解は比較的簡単な形に帰着する。今後、この解析解を実際に求め、非平衡散逸結合系のダイナミクスを詳細に調べていきたい。

1 原子系の場合には、典型的なパラメータ領域についての計算を遂行している。前述のレーザー発振領域では、光子系の擬分布関数の時間発展に以下の様相が得られた(第3図)。左側は光子の消滅演算子をNormal mappingした値に対する光子の確率密度を高さを表したものである。右はその等高線を描いたものである。色の薄くなるほど、確率密度が高くなる。得られた結果は次のようなものである：

初期時刻で、真空状態にあったものとする、擬分布関数は原点の周りに、ガウス分布している。時間の経過と共に、ピークが回転しながら分布が広がっていき、最終的にはピーク部分がリング状となって一様分布に到達する。

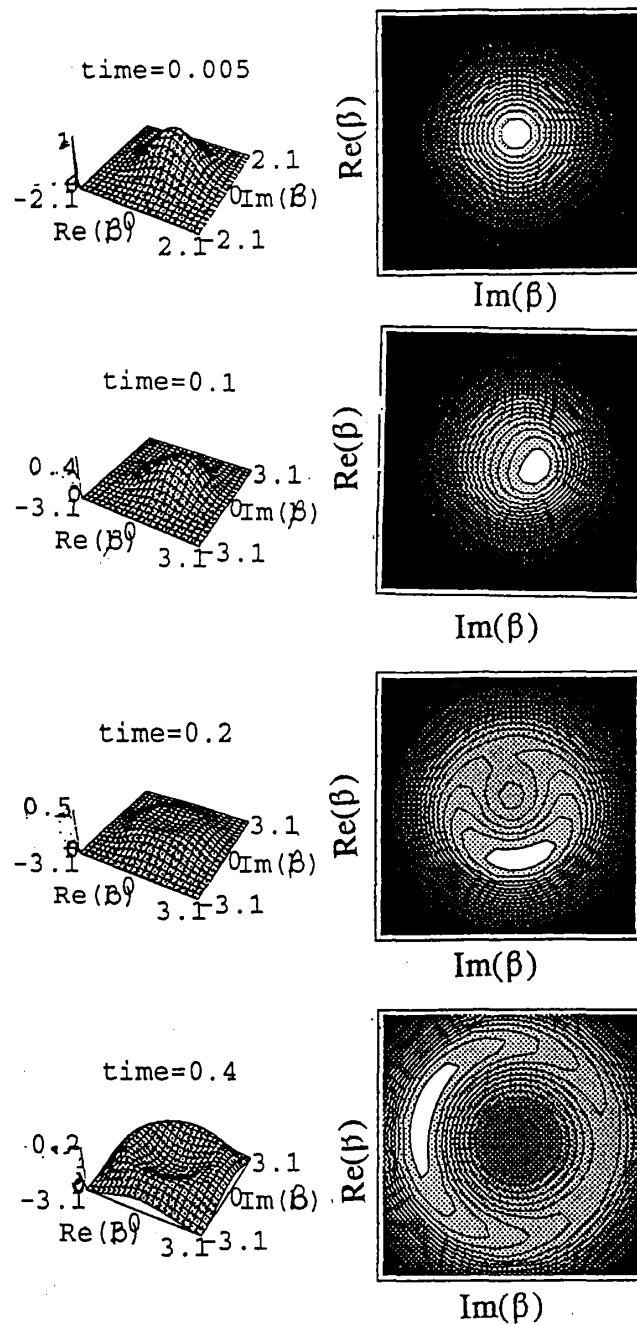
この他にも、現在、様々なパラメータ領域についての1原子系に対する計算を行っている。

今後は、2原子系の場合の計算を行い、光子を媒介とした、原子間の協同的な相互作用が生ずる過程が、光子系の分布関数にどのような影響を及ぼすのか、ということ調べていく予定である。さらに、パラメータを系統的に変化させながら、原子系と光のコヒーレンスの生成と消滅及びその相互関係についての詳細を明らかにしたい。

上記以外にも、様々な初期条件を設定することもできる。例えば、光子系が熱平衡状態にあった場合や、スクイーズド状態にあった場合等が考えられる。特に後者の具体的な計算を遂行することができれば、スクイーズド光を用いた分光実験との対応をつけることもできよう。

(4) マイクロメーザー

近年では、光の波長よりも微細な共振器を作り、その中にリユードベリ状態の原子を通過させて、自然放出を制御しようという実験が盛んに行われている[24,25]。この実験では、原子の遷移に参与する光の半波長より小さな間隙を持つ共振器中に、ある間隔を置いて励起原子を通過させる。共振器中の光が減衰する時間よりも原子の入射間隔のほうが短く、かつ通過中に光子を放出する確率を高く制御しておけば、共振器中のマイクロ波を増幅することができる、というものである。レーザー装置よりもずっと微小な空間でコヒーレントな光を放出させることができる装置として注目されている。



第3図 光子系の擬分布関数の時間発展 (パラメータ、初期条件は第1図と同じ)

理論的な解析には、前述の1原子系のモデルを基礎におく現象論的なレート方程式が多く用いられているが、微細な構造中では、量子効果を見捨てることはできないはずである。本研究で得られる結果を用いれば、これらの実験についても詳細に論ずることができよう。

そのためには、まず、共振器を通過する時間に対応した間隔で1原子系の時間発展を求め、原子系について対角和をとってその情報を消去する。光子系の時間発展の結果のみを残して、次の原子と相互作用させる、という手続きを繰り返して行くことによって、共振器内でマイクロ波が増幅する様子を調べることができよう。こうして得られた結果は、

量子論的な散逸や減衰の効果をすべて取り入れたものとなっているはずである。詳細な計算は今後の課題である。

References

- 1) N. Bloembergen: Phys. Rev. 104(1956)324.
- 2) H. Statz and G. A. deMars: in Quantum Electronics ed. by C. H. Townes (Columbia University Press, New York, 1960) p.530.
- 3) P. W. Anderson: J. Appl. Phys. 28(1957)1049.
- 4) A. Javan: Phys. Rev. 107(1957)1579.
- 5) W. E. Lamb, Jr.: Phys. Rev. 134A(1964)1429.
- 6) K. Shimoda, H. Takahashi and C. H. Townes: J. Phys. Soc. Jpn. 12(1957)686.
- 7) H. Risken: Z. Phys. 186(1965)85.
- 8) H. Haken: Z. Phys. 181(1964)96.
- 9) D. E. MacCumber: Phys. Rev. 141(1966)306.
- 10) M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr.: Phys. Rev. 159(1967)208.
- 11) H. Risken, C. Schmid and W. Weidlich: Z. Phys. 193(1966)37.
- 12) M. Lax and W. H. Louisell: IEEE J. Quantum. Electron., QE- 3(1967)47.
- 13) J. P. Gordon: Phys. Rev. 161(1967)367.
- 14) M. Lax: in Dynamical Processes in Solid State Optics, eds. R. Kubo and H. Kamimura (Syokabo and Benjamin, Inc., 1967) p.195.
- 15) H. Haken: Handbuch der Physik XXV/2c, Light and Matter, ed. L. Genzel (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1970).
- 16) W. H. Louisell: Quantum Statistical Properties of Radiation (John Wiley and Sons, New York, London, Sydney, Tront, 1973).
- 17) F. Haake: Springer Tracts in Modern Physics No.66 (1973) 98.
- 18) M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr.: Laser Physics (Addison-Wesley, 1974).
- 19) H. Risken and H. D. Vollmer: Z. Phys. B39(1980)89.
- 20) T. Arimitsu and F. Shibata : J. Phys.SocJpn. 52(1983)772.
- 21) T. Arimitsu and Y. Takada: J.Phys.SocJpn.53(1984)2233.
- 22) C. Uchiyama and F. Shibata: J. Phys. Soc. Jpn. 62(1993)1089.
- 23) F. Shibata and C. Uchiyama: J. Phys. Soc. Jpn. 62(1993)381.
- 24) D. Meschede, H. Walther and G. M.üller: Phys. Rev. Lett. 54(1985)551.
- 25) S. Haroche and D. Kleppner: Phys. Today 42(1989)24.