

氏 名	しの 篠 原 俊 一
学位(専攻分野)	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	理 博 第 2595 号
学位授与の日付	平 成 15 年 3 月 24 日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研究科・専攻	理 学 研 究 科 物 理 学 ・ 宇 宙 物 理 学 専 攻
学位論文題目	Improved Mean Field Approximation and Improved Taylor Expansion: approximation schemes to extract non-perturbative dynamics from IIB matrix model (改良された平均場近似と改良されたテーラー展開: IIB 型行列模型から非摂動的性質を引き出すための近似体系)
論文調査委員	(主 査) 教 授 川 合 光 教 授 九 後 太 一 助 教 授 福 間 将 文

論 文 内 容 の 要 旨

本論文においては、弦理論の非摂動的ダイナミクスを解析することを念頭に置き、「改良された平均場近似 (improved mean field approximation)」と「改良されたテーラー展開 (improved Taylor expansion)」に焦点を当てて、それらの近似体系の有用性と、適用範囲について研究を行った。また、弦理論の構造的定義として現在最も有望視されている IIB 型行列模型に対して、上の近似法を実際に適用し、5 次近似までの解析を行い、非摂動的な真空として、10 次元のローレンツ対称性が部分的に破れた 4 次元時空が実現する可能性を強く示唆した。さらにその際、残りの 6 次元が、4 次元時空の広がりに対して、無限に小さくなるであろうことを指摘した。

本論文では、まずイジング模型や ϕ^4 模型を例にとりて、改良された平均場近似が近似体系として有効に働くことを説明した。具体的に、ゼロ質量の ϕ^4 模型では通常の摂動展開は全く使えないにも関わらず、改良された平均場近似の方法を用いることで、自由エネルギーや 2 点関数が非常に良い精度で近似されることを示した。

次に、改良された平均場近似の本質を抽出することで、より一般的な近似体系となる改良されたテーラー展開を導いた。この体系は、経路積分により定義された理論に留まらず、一般の関数列に対して適用できる応用範囲の広い近似体系であることを指摘した後に、有限収束半径を持つ関数列を例に近似を行い、収束半径の外側（これは通常の摂動展開では評価できない部分に対応する）で収束する「改良された関数列」を得ることに成功した。また、漸近展開である関数列にも適用を試み、元々の関数列よりも滑らか、かつ近似の精度の良い関数列を得た。これは、この近似体系の有効範囲を考える際に、有用となる結果であろう。また、厳密解を知らない模型に対し、これらの近似体系を適用した場合に、近似がうまく働いている判定基準として「プラトーの形成」を見いだした。プラトーとは、計算したい物理量が、これらの近似体系により導入された人為的パラメーターにほとんど依存しなくなった状態のことであり、このような場合にはプラトー中の値の揺れ具合を調べることで、近似誤差の評価を行うことも可能で、より客観的な近似法への道筋となることも分かった。

近似の高次計算を行う場合、数多くのファインマンダイアグラムを評価しなければならないのだが、この計算を大幅に簡略化する方法として、2 粒子既約自由エネルギー (two-particle irreducible free energy) を導入した。また、この量が Schwinger-Dyson 方程式と密接な関係にあることを見た後、改良されたテーラー展開が関数列一般に適用できるという長所を活かして、2 粒子既約自由エネルギーとの直接の組み合わせを議論した。この方法では、計算の面では、ルジャンドル変換をして通常的自由エネルギーを得るというステップを省略できるため、いくらか労力を軽減することができる。しかしこの方法は、実は計算面での有利さを越えて、Schwinger-Dyson 方程式の「改良」と見ることができるものであり、非摂動的ダイナミクスの抽出という本来の目的により適した解析法となる可能性を秘めている。本論文では行列 ϕ^4 模型を例にとり、解析を行った。結果として、この場合にもプラトーが形成され、自由エネルギーの値と 2 点関数の値が一度に求まることを示した。このような新しい近似法の開発は、様々な方向から非摂動ダイナミクスを引き出すために重要なアプローチ

である。

本来の目的である、弦理論の非摂動ダイナミクスを解析するため、IIB 型行列模型に対して、ここまで様々な性質を探ってきた改良されたテラー展開を適用した。2 粒子既約自由エネルギーの利用により、解析は 5 次近似まで行うことが可能となった。また、10次元のローレンツ対称性の破れのパターンについて、一つの首尾一貫した列を考え、破れのダイナミクスの定性的理解にも有用な結果を得た。その中で特に重要なものに、フェルミオン場のプロパゲーターに対して同じ仮定を置いたクラスに関しては、ボゾン場のプロパゲーターが異なっているにもかかわらず、最終的に生き残る対称性が同じになるという結果である。これにより、ローレンツ対称性の破れに関しては、フェルミオン場が大きな役割を果たしていることが明確に示された。最終的な結果としては、4次元のローレンツ対称性が残る仮定の場合に、自由エネルギーが最小となり、また4次元方向の広がり残り6次元方向の広がりに対する比が、近似の次数と共に急激に増大することを確認した。これらの結果を合わせることで、4次元的な配位が IIB 型行列模型の経路積分を支配することが分かった。

最後に、今後の展望として、2点関数だけでなく1点や多点関数の導入する可能性と有用性に言及した。また、ゲージ群の出現と座標変換不変性の内包を示すことが次のステップであることを指摘した。

まとめると、本論文では弦理論の非摂動的ダイナミクスを解析するための近似体系を強固なものにし、さらに実際の解析結果として無限に大きな4次元時空の出現を指摘したものである。

論文審査の結果の要旨

申請者は、「弦理論の非摂動的ダイナミクス」をキーワードにして、改良された平均場近似と改良されたテラー展開の両近似体系を深く解析し、それらの有用性を確立した。更に、IIB 型行列模型への適用も行い、小さな6次元時空を従えた平らな4次元の出現を指摘した。現在の素粒子分野における最大の問題である、構成的理論の確立とその解析という2本柱の両方に大きな貢献をした仕事である。

論文前半では、改良された平均場近似と改良されたテラー展開が、簡潔な一般論と、その後示される実際の適用例を通して、近似体系として様々な模型に対して美しい振る舞いを示すことが明確に解説されている。また、シンプルな模型を解析することで、非常に高い次数まで近似を行い、近似が上手く働いている基準として申請者が提唱した「プラトーの形成」を確固たるものになっている。また、一見単なる計算簡略化の手法に見える2粒子規約自由エネルギーに対して、すぐさま改良されたテラー展開の手法を応用し、Schwinger-Dyson 方程式の「改良」という新しい解析法を見出している。

論文後半では、IIB 型行列模型への近似の適用に着手し、10次元のローレンツ対称性が破れ、4次元時空がダイナミカルに実現することを強く示唆する解析結果を得ている。IIB 型行列模型の解析は、前半で出てくる例よりもかなり複雑なものとなるが、そこに単純なルールを持ち込み、平均場に対する仮定として非常にうまいものを選び出している。この仮定選びこそが、ローレンツ対称性の破れに関してフェルミオン場が大きな役割を果たすことを示すのに役立っている事は間違いないであろう。非摂動効果の解析は一般に困難なものであるが、申請者は解析法の開発だけでなく、その解析法の利用範囲を見極め、最大限の結果を導き出している。その結果、対称性の自発的破れに対する定性的な理解と、4次元時空の出現という定量的な結果を同時に得、本論文の価値を高めている。

以上のように、申請者は本申請論文において、弦理論の非摂動論的ダイナミクスの問題に対して、解析方法の改良・開発、並びに IIB 型行列模型の解析の両面において大きな貢献をした。

よって、本申請論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。

主論文および参考論文に報告されている研究業績を中心として、これに関連した研究分野について口頭試問した結果、合格と認めた。