

水底の隆起に捕捉される浅水波の実験

横浜国大、工 宮井博基 (Hiroki Miyai)

横浜国大、工 渡辺慎介 (Shinsuke Watanabe)

1、はじめに

図1に示したように、波の進行方向を横切る断面で一様でない地形上を伝播する波は非常に興味深い挙動を示す。隆起上での振幅の大幅な増加、波の屈折、回折、そして二次元相互作用と様々な現象が見られる。これらの現象を解釈するため、波の伝播速度を考えることは非常に有効である。浅水波の伝播速度は水深の平方根に比例しているため、隆起部分での伝播速度は遅く、隆起境界で波は屈折を起こすと考えられる。また、隆起サイズが適当であれば、屈折により隆起の両端から進行する波は隆起中心で相互作用を起こす。ある角度をなして相互作用を起こす二つの波の研究は数多くなされてきた。⁽¹⁾⁽²⁾ 隆起上に現れる波の特徴はこの結果を適

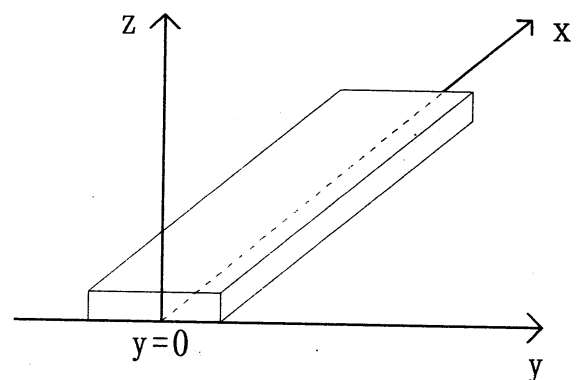


図1、隆起の概形
(x : 波の進行方向)

用することにより説明できる。本研究は水底の隆起の幅、高さを変化させたときの浅水波の非線形挙動を実験的に観測し、その波形の特徴について議論したものである。

ところで、理論的側面では、エッジ層の考え方を適用し、K P 方程式⁽³⁾に境界値問題を課すことにより、このような場合のシュミレーションが杉本氏らにより行われた。⁽⁴⁾ここで、エッジ層とは一般に水底の変化が波の波長に比べ急激に変化し、浅水波近似が破綻するところに発生する層であり、K P 方程式は一次元の伝播方向（ x 方向）に比べ、 y 方向の波の変化が小さいときの二次元波を記述する方程式である。これによると、 y 方向の波高変化が隆起から離れるに従って指数関数的に減少し、あたかも隆起に閉じこめられるかのように x 方向に伝播する線形捕捉波の存在が示された。

しかしながら、このような捕捉波が現実の系で観測されたという報告はなされていない。本研究ではこの捕捉波の観測も試みているが、まだそれには至っていない。そこで本研究で得られた結果をもとに最後に捕捉波の可能性についても議論した。

2、実験装置と測定方法

2.1 水槽と隆起板

図 2 に示したように、実験では長さ 2m、幅 1m のアクリル製の水槽を用いた。この水槽の底に水深調整器とガラス板を置き、水底の水平度を調整した。水底の隆起は、 x に垂直な断面には矩形であり、平行方向には一様であるガラス板を水底に設置することにより行っ

た。

2.2 造波器

浅水波の励起は、水面上に接する面のみ開口部をもつ直方体の箱からなる造波器を用いた。これを減圧し、水面より高い位置に一定量の水を貯める。そこに電磁弁とタイ

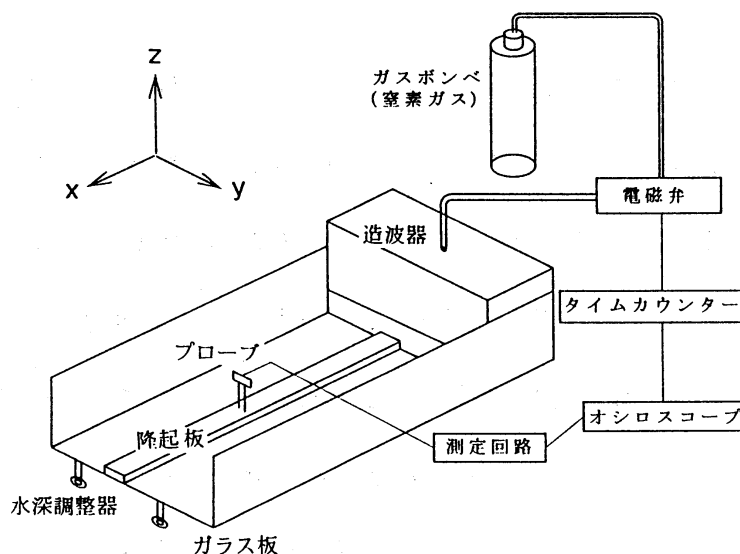


図2 実験装置図

ムカウンターで制御した高圧の窒素ガスを短時間供給し、波を励起する。この方法は、再現性の良い浅水波を励起できる利点がある。

2.3 測定方法

波高の測定は電極を水槽上部から水面に垂直に設置し、その電気容量の変化を利用して行った。波高の変化に伴い電極の水に接する面積が変化する。そして、その変化が小さい条件下で、水に接する電極面積と電極の電気容量は線形である性質を持つ。この性質を利用して、まずブリッジ回路に 100 kHz、100 mV の交流の搬送波を送り、電気容量の微小変化で変調する。そして、この信号を復調することにより波高の変化を測定した。この方法は空間中のある一点における波高の時間変化を測定するものである。また、後に示した三次元波形は y の値のみ異なる 20 地点で測定した結果を合わせたものである。

3、 実験結果

波は隆起の大きさによって様々に変化する。今回実験で用いた隆起板のパラメータは高さ h と幅 w である。ここでは、この二つのパラメータが隆起近傍の波の定性的性質に与える影響を示す。

ところで、実験で励起した浅水波の代表的な波長 λ (x 方向の波の全幅) はおよそ 100mm であった。そこで、それに対して隆起幅が小さいとき、同程度のとき、大きいときの三つの場合に分けて考えた。また、すべての実験は水深 $H = 25\text{mm}$ 、波の励起条件は隆起板がない状態で振幅 $a = 5\text{mm}$ の孤立波が現れる条件 ($a/H = 0.2$) で行った。測定は造波器から 100cm の位置で行った。

3.1 隆起上の最大振幅

まず、水底の隆起が振幅に与える影響に注目する。図 3 は特徴的な 3 つの隆起幅での、隆起の高 h と最大振幅 a の関係図である。まず、大きな特徴として、振幅の最大値を与える隆起高さが隆起幅に依存していることが挙げられる。 $w = 25\text{mm}$ と小さいときは隆起高さ h の増加に従い最大振幅は単調増加する。し

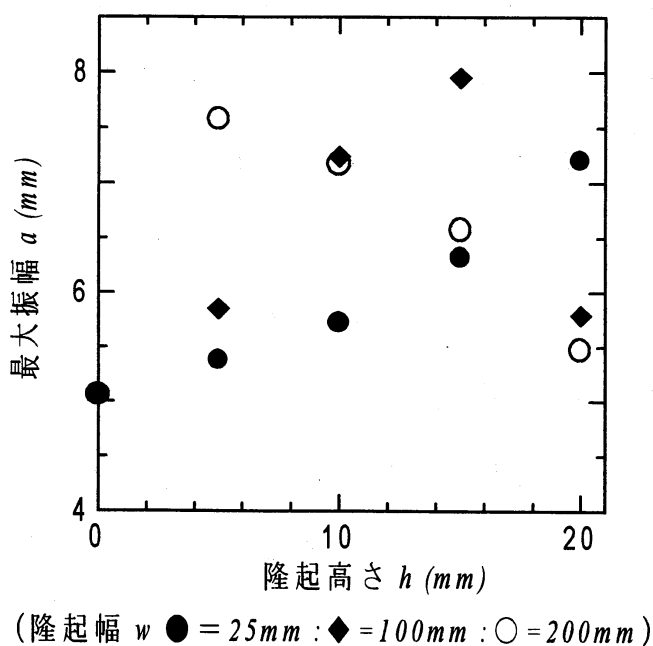


図 3 隆起高と最大振幅の関係

かし、隆起幅 w が大きいと、 h の増加に伴い、振幅 a は始め増加するが、ある値を越すと今度は逆に減少する。すなわち、水底の隆起は振幅の増加と減衰、両方の作用を波にもたらすことがわかる。

3.2 隆起上での三次元波形

水底の隆起がもたらす振幅の増加や減衰が何に起因しているか示すため、図3の条件に対応した三次元波形とその特徴を順に示す。

3.2.1 代表波長に比べ隆起幅が小さいとき

$$(w = 25\text{mm}, w/\lambda = 0.25)$$

隆起高さが 20mm 以下では、隆起がないときとほぼ差がないので、隆起高さ 20mm の三次元波形のみ、隆起がないときと共に図4に示した。この図を比較すると、隆起板付近のみ振幅が増大し、他の部分ではあまり変化が見られないことがわかる。また、隆起境界での急激な水深の変化に関わらず屈折を起さなく、隆起上の波は隆起板の外側の波と同位相で進行している。

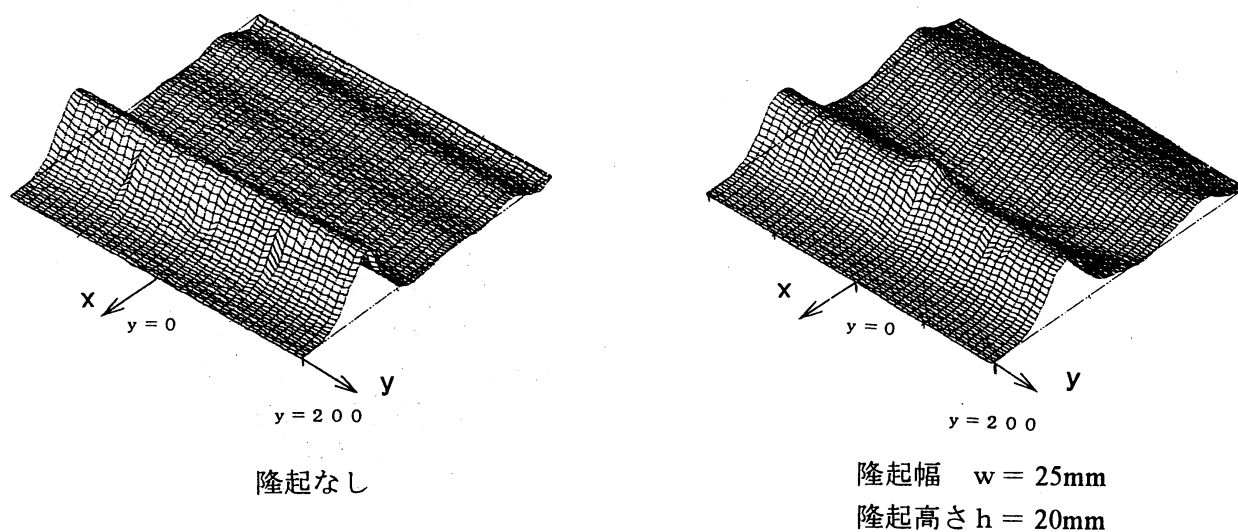


図4 隆起幅が小さいときの波形

3.2.2 代表波長と隆起幅が同程度のとき

($w = 100\text{mm}$ 、 $w/\lambda = 1$)

様々な隆起高さに対する三次元波形を図5に示した。この場合、隆起が波形に与える影響が明かにわかる。第一に隆起部分で波が屈折を起こし、若干波が遅れながら進行していること。第二にその部分から主要な波(x 方向)と進行方向の異なる波が発生していること。第三に隆起外の波に注目すればわかるように、波は徐々に後方へと分散していくことである。この傾向は、隆起高さが低いときよりも高いときのほうが顕著にみられる。

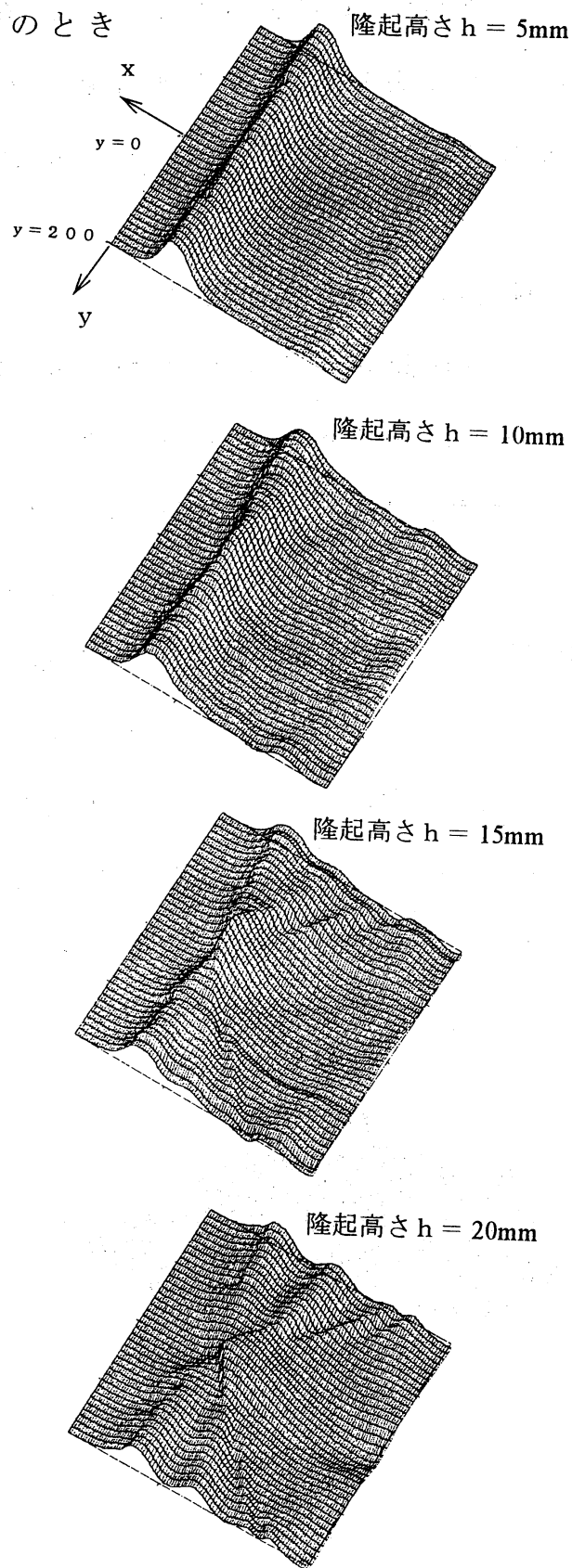
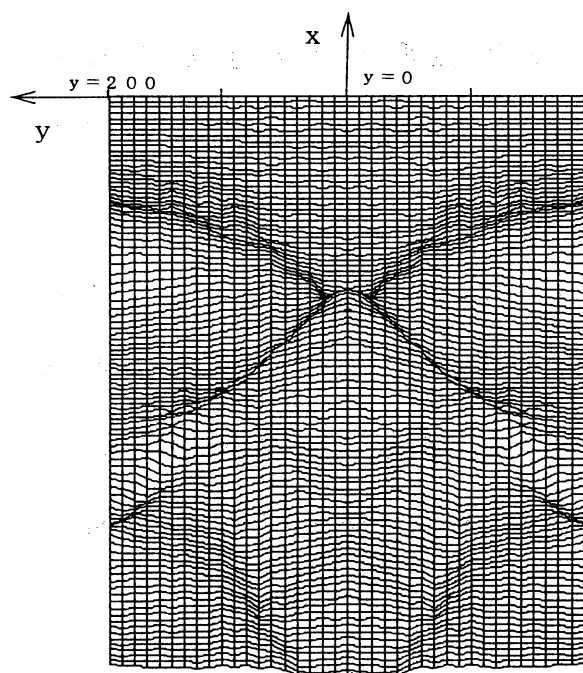


図5 隆起幅が代表波長程度のときの波形
隆起幅 $w = 100\text{mm}$

3.2.3 隆起幅が大きいとき ($w = 200\text{mm}$ 、 $w/\lambda = 2$)

様々な隆起高さに対する三次元波形を図6に示した。隆起が波形に与える影響は図5と同様であるが、より明確に現れる。また、屈折により隆起の両端から中心部へ進行する2つの波がある角度をなして相互作用を起こし、それが振幅の増加をもたらしている様子がわかる。また、図6の左側に示した隆起高さ 20mm の図が



視点を変えた図 $h = 20\text{ mm}$

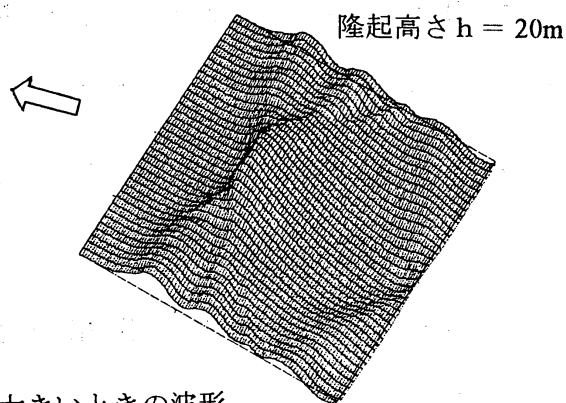
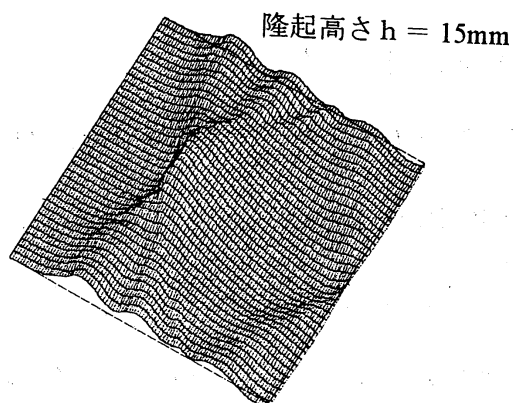
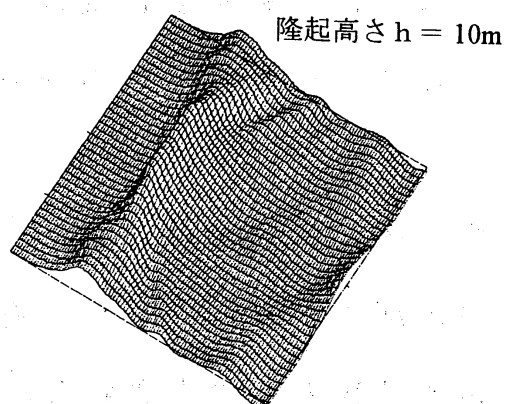
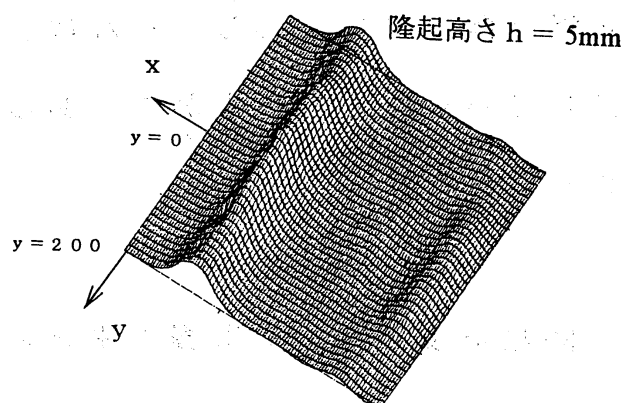


図6 隆起幅が大きいときの波形

隆起幅 $w = 200\text{mm}$

ら、相互作用後の斜めに伝播する波が再び隆起境界へ達したとき、興味深い傾向が見られる。それは、隆起外へと再び屈折を起こして伝播していく波と、わずかではあるが隆起境界で反射する波に分かることである。

4、隆起が波に与える影響のまとめ

ここまでは隆起が波に及ぼす様々な具体的影響について挙げてきた。そこで、これらの原因を考え、全体的にできる波について議論する。

まず、隆起境界での屈折について考える。屈折は一般的に伝播する波の速度差により起こる。有限振幅波理論を用いると、浅水波の伝播速度は次の式で表される。

$$c = c_0 (1 + a/H)$$

ここで c は速度、 a は振幅、 H は水深、 c_0 は線形の波の速度で H の平方根に比例する。すなわち、水深が深くなるほど、また振幅が大きくなるほど速度は速くなるということである。本実験の場合、水底の隆起が高くなれば、水深の低下による伝播速度の減少と、隆起が振幅を増大させることによる伝播速度の増加の二つの相反する効果がある。しかし、隆起による効果を考える場合、速度減少の効果の方が大きく勝る。結果として、隆起が高いほど隆起境界での速度差は大きく、屈折角も大きくなる。

次に、屈折した波は相互作用を起こす。このように波の峰が y 軸とある角度をなし、また $y=0$ に対して対称に相互作用を起こす波で

は、波の峰は3つの違う方向からなる。相互作用前は y 軸とある角度をなす2つの波の峰であったのが、相互作用中は y 軸に平行な方向になる。そして相互作用以後、位相のずれを伴い位相は速くなるものの、相互作用以前と同じ方向に戻る。また、相互作用中の波(y に平行)の長さは衝突角度に依存し、角度が小さいほど長くなる。

本実験に適用する際、波が屈折を起こして斜めに進むと考えられる領域は隆起幅の範囲内のみである。この事に注意すると、図6での斜めに進む波が顕著に現れるかどうかは、 y 軸に平行な波の長さと隆起幅を比較することにより考えられるであろう。まず、隆起が低いときについて考える。このとき、隆起境界での屈折角は小さいため、相互作用中の y 軸に平行な波は長いはずである。しかし、これより隆起幅のほうが小さく、相互作用を起こし終わると思われる地点では既に隆起が無い。そのため、相互作用前の角度に戻らず、波の峰は一直線に並んで伝播する。次に、隆起が高いときについて考えると、隆起境界での屈折角が大きいので y 軸に平行な波は短い。そして、これよりも隆起幅のほうが短いため、隆起範囲内で相互作用が終わる。そのため、再び斜めに進む波が顕著に現れる。實際上、その他の様々な効果が重なるため一概に説明できないが、相互作用中の波の長さと隆起幅を比較することにより、波が隆起上で斜めに進む波に分裂するか、ある程度評価できるであろう。

最後に捕捉波について考える。図4のように隆起が低いときには、振幅が隆起上のみ局所的に増大した波が x 方向に安定に伝播することが認められた。これは一見隆起に捕捉されているかに見えるが、

y 方向へは減衰し伝播しないとされる捕捉波ではない。伝播速度が隆起外の波の速度により決まることから考え、隆起外両側の波が隆起上の波を支えていると言え、隆起上の波自体が単独で伝播しているわけではない。結局、今回観測した波は捕捉波とは本質的に異なると言えるであろう。しかし、今回の実験では、屈折により波が隆起中央へ集まる効果を確認できた。一方、捕捉波でも同様に隆起上に波が集まる性質を持つ。そこで、水底の隆起の形と波の励起を別の条件に変え、隆起中央へ波が集まる性質をうまく利用するならば、捕捉波観測は十分可能であると思われる。

5、参考文献

- (1) Joe Hammach , Daryl Mccallister , Norman Schffner , Harvey Segur :
J. fluid Mech. vol 285 , pp 95-112 , (1995)
- (2) Joe Hammach , Norman Schffner , Harvey Segur : J. fluid Mech. vol 209 ,
pp .567-589 , (1989)
- (3) B.B.kadomstev , V.I.Petviashvili : Sov.Phys.Dokl. 15 , pp 539-541 , (1970)
- (4) 杉本信正,坂田知之: 京都大学数理解析研究所講究録 ,
流体における波動現象の数理とその応用 , pp 28-43 , (1992. 11)