

橋脚前面の局所流に関する実験的研究

宇 民 正

EXPERIMENTAL STUDY OF LOCAL FLOW AROUND A BRIDGE PIER

By Tadashi UTAMI

Synopsis

It has been appointed that the local scour around a bridge pier is due to horse-shoe vortices with horizontal axes around the pier. The vortex being three-dimensional, the analytical method to predict the behavior of it has not been established so far. In this paper, the author tried to analyse the flow pattern in the central section of the channel by means of the model that supposes a vortex filament and a point sink at the position of the vortex axe. The experimental study shows that the strength k of the vortex filament and the position of the vortex axe is decided by the approaching velocity and the ratio between radius of the pier and the water depth respectively. On these results, the position of the separation, the flow pattern and the velocity distribution along the water surface, channel bed and the surface of the pier is calculated by the model. Comparison between the analytical results and the experimental ones shows fairly good agreement by the appropriate choice of k -value.

1. 概 説

橋脚周辺に生じる局所的な深堀れが、橋脚をとりかこむ形で発生する水平軸をもつ渦によることが既に指摘されている¹⁾。この渦は、それを構成する流体が常に上流側の主流から供給されるという点で、二次元的な渦（たとえば水路急縮部や段上り部の前面の渦）と性質を異にする。しかし、渦の機構が三次元的であるためのその定量的な取扱いは非常に困難であり、現在のところこれといった方法は報告されていない。著者はこのような渦の機構を定量的に把握するために、境界条件がもっとも簡単であると考えられる平滑な固定床上に設置された1つの橋脚の周辺の渦について乱流・層流の両方の状態の下で詳細な実験を行なって来た²⁾³⁾。本報告は、水路の中央断面内における二次元的な流れの場を明らかにすることは渦の全体的な機構を知る一つの基準になるという観点から、その平面内の流れについて実験的に検討したものである。すなわち、その平面内の流れを表示する一つのモデルを設定し、そのモデルの中に含まれる諸定数を実験によって決定し、次にそれらにもとづいて流れのパターンや境界面における流速分布などをとくに渦の近傍について検討した。

2. 流れパターンのモデル化

渦の構造を Navier-Stokes の方程式の数値積分により求める方法も考えられるが、現象が三次元であるので、計算そのものが非常に大量複雑になる一方、えられるであろう解の収束性ならびに誤差についての吟味なども必要である。

ここでは、水路中央断面における流れパターンが全体の流れパターンを考察する上で一つの基準になるという見通しの下に、その断面内における二次元的な現象を考察することにした。橋脚前面の水路中央断面に

おいては、渦度の値も二次元発散の値もともに渦軸に近づくにつれて増大する状態で分布することが実験的に認められているが³⁾、ここでは簡単のために両者がともに渦軸の位置に集約され、それ以外の所では 0 であると仮定した。すなわち、渦軸の位置 (X_0, Z_0) に強さ m の流入点と強さ k の渦糸が存在すると仮定した。その場合、橋脚の存在による流れの三次元的な現象の影響は渦糸の強さ k に帰着させられると考えられ、二次元ポテンシャル概念による解析が可能となる。

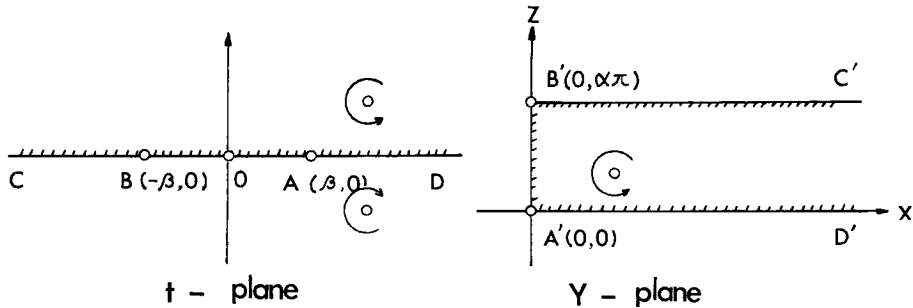


Fig. 1 Definition sketch.

水深の値を $\alpha\pi$ とするとき、流れ関数 ψ ならびに速度ポテンシャル ϕ の分布を求めてみよう。これは、Fig. 1 に示す t -平面上の t_0 なる位置に渦糸 k と流入 m を、同時にそれと共役な位置 $\bar{t}_0$ に渦糸 $-k$ と流入 m を設定した時に生じる流れパターン

$$W \equiv \phi + i\psi$$

$$= \frac{m}{2\pi} \log(t - \bar{t}_0) (t - t_0) + \frac{ik}{2\pi} \log \frac{t - t_0}{t - \bar{t}_0}$$

が、実軸より上の半平面領域を Schwarz-Christoffel の方法を用いて Y 平面の領域 $C'B'A'D'$ に写像するとき、後者の領域内に写像されるパターンとして得られる。写像関数は

$$t = \beta \cosh(Y/\alpha)$$

である⁴⁾ から、 Y 平面における ψ ならびに ϕ の値は次のように求められる。

$$\frac{\psi}{m} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \frac{B}{A} + \frac{k}{m} \cdot \frac{1}{4\pi} \log(C^2 + D^2) \dots\dots\dots (2.1)$$

$$\frac{\phi}{m} = \frac{1}{4\pi} \log(A^2 + B^2) - \frac{k}{m} \cdot \frac{1}{2\pi} \tan^{-1} \frac{D}{C} \dots\dots\dots (2.2)$$

ここで、

$$A = \beta^2 \left\{ \left(\cosh \frac{X}{\alpha} \cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 - \sinh^2 \frac{X}{\alpha} \sin^2 \frac{Z}{\alpha} + \sinh^2 \frac{X_0}{\alpha} \sin^2 \frac{Z_0}{\alpha} \right\} \dots (2.3)$$

$$B = 2\beta^2 \left(\cosh \frac{X}{\alpha} \cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right) \sinh \frac{X}{\alpha} \sin \frac{Z}{\alpha} \dots\dots\dots (2.4)$$

$$C = \left\{ \left(\cosh \frac{X}{\alpha} \cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 + \sinh^2 \frac{X}{\alpha} \sin^2 \frac{Z}{\alpha} - \sinh^2 \frac{X_0}{\alpha} \sin^2 \frac{Z_0}{\alpha} \right\} / E \dots (2.5)$$

$$D = -2 \left(\cosh \frac{X}{\alpha} \cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right) \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} / E \dots\dots\dots (2.6)$$

$$E = \left(\cosh \frac{X}{\alpha} \cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 + \left(\sinh \frac{X}{\alpha} \sin \frac{Z}{\alpha} + \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 \dots\dots\dots (2.7)$$

$$\alpha = H/\pi$$

である。

上式から、水面および水路底面における流速 u_s , u_b , および橋脚前面に沿う Z 方向の流速 w_s がそれぞれ次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_s}{m} &= -\frac{1}{\alpha\pi E_1} \sinh \frac{X}{\alpha} \left(\cosh \frac{X}{\alpha} + \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} + \frac{k}{m} \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} \right) \\ E_1 &= \left(\cosh \frac{X}{\alpha} + \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 + \sinh^2 \frac{X_0}{\alpha} \sin^2 \frac{Z_0}{\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_b}{m} &= -\frac{1}{\alpha\pi E_2} \sinh \frac{X}{\alpha} \left(\cosh \frac{X}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} - \frac{k}{m} \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} \right) \\ E_2 &= \left(\cosh \frac{X}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 + \sinh^2 \frac{X_0}{\alpha} \sin^2 \frac{Z_0}{\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_s}{m} &= \frac{1}{\alpha\pi E_3} \sin \frac{Z}{\alpha} \left(\cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} - \frac{k}{m} \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} \right) \\ E_3 &= \left(\cos \frac{Z}{\alpha} - \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} \right)^2 + \sinh^2 \frac{X_0}{\alpha} \sin^2 \frac{Z_0}{\alpha} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.10)$$

また、底面におけるはくり点の位置 X_* は、(2.9)式において $u_b=0$ とおくことによりえられる。すなわち、

$$\cosh \frac{X_*}{\alpha} = \cosh \frac{X_0}{\alpha} \cos \frac{Z_0}{\alpha} + \frac{k}{m} \sinh \frac{X_0}{\alpha} \sin \frac{Z_0}{\alpha} \dots\dots\dots (2.11)$$

を解くことによって求められる。

3. 流れパターンの実験的検討

3.1 実験装置と実験条件

実験に用いた水路は透明アクリル樹脂製で、幅 20 cm、長さ 6 m、こう配 1/500 である。水路の中央に一つの橋脚を設置し、水の電気分解により発生する水素気泡をトレーサーに用いて、Flow Visualization 法により流れのパターンを観測した。流体としては水とグリセリンの混合液を用いて粘性を上げ、層流状態で実験を行なった。橋脚としては、直径が 5.0, 4.025, 3.525, 2.20, 1.80 cm の 5 種の円柱を用い、それを水路の中央に一本設定した。境界条件を与える接近流速分布は Fig. 2 に示す run B, C および D の三種であり、各場合における平均流速と水深を用いた R_e 数は run B で 6.54, run C で 3.60, run D で 1.84 である。

3.2 水平断面内における流れパターン

先述した電気分解の陰極に等間隔で目盛を施した白全線を用いて、それを主流流下方向に垂直でかつ水平方向にはると、その設置高さが渦軸の高さとほぼ同等あるいはそれ以下では発生した水素気泡は橋脚の表面まで達せずに橋脚とほぼ同心円の部分が排除された形になる。photo. 1 で (a) は設置高さが水路底面、(b) は水路底面上 0.5 cm, (c) は 1 cm, (d) は 1.25 cm であり、排除される部分の大きさが底面に近い程大きくなっていることを示している。これは馬蹄型渦による逆流のために、底面近傍を流下する流体部分がおしやられるためであり、その部分における水平断面内の流線形状は、排除部分を円柱と仮定したポテンシャル解とよく似ていることを示している。すなわち、Fig. 3 において実線で示した円柱橋脚のまわりの実測された流線をやはり実線で示し、排除された部分を橋脚断面の同心円であるとしてそのまわりのポテンシャル流の流線を破線で示しているが両者はよく一致していることが認められる。

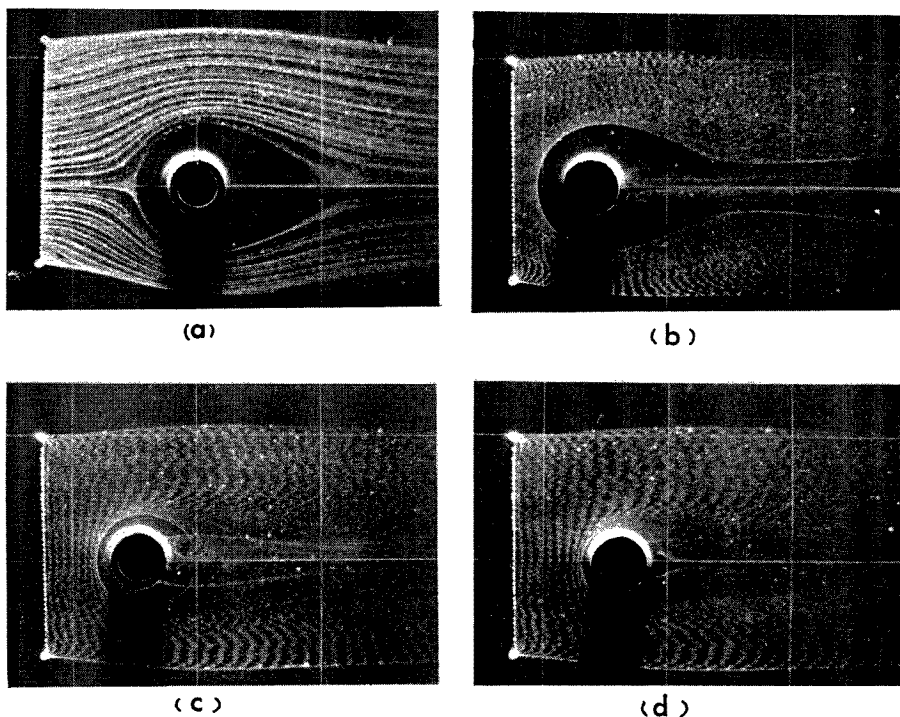


Photo. 1 Flow pattern near the channel bed in the section (a) $Z=0$, (b) $Z=0.5$, (c) $Z=1.0$ and (d) $Z=1.25$ cm.

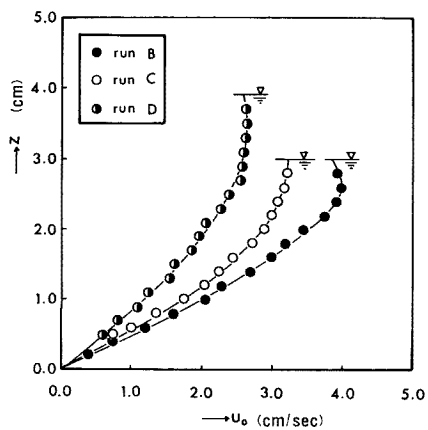


Fig. 2 Approaching velocity profiles.

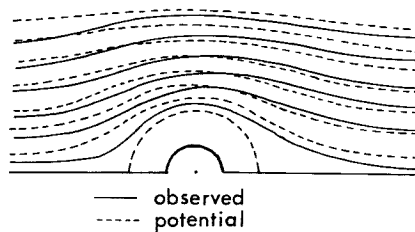


Fig. 3 Observed streamlines in a horizontal section compared with the potential solution.

3.3 水路中央断面内における渦軸の位置

円柱橋脚を設置した場合、渦軸の位置の実測値 (X_0 , Z_0) を水深の実測値 H でわって無次元化した値を、橋脚の半径 a_0 を同じく H でわって無次元化したものと関係づけたものが Fig. 4 である。この図から、

$$\left. \begin{aligned} X_0/H &= 0.57 (a_0/H)^{0.6} \\ Z_0/H &= 0.21 a_0/H, \text{ または } Z_0 = 0.21 a_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1)$$

なる近似式を導いた。すなわち、渦軸の位置は k や m の値とは無関係に a_0/H のみの関数として与えられ、とくに Z_0 はほぼ橋脚の半径のみによって決まるようである。

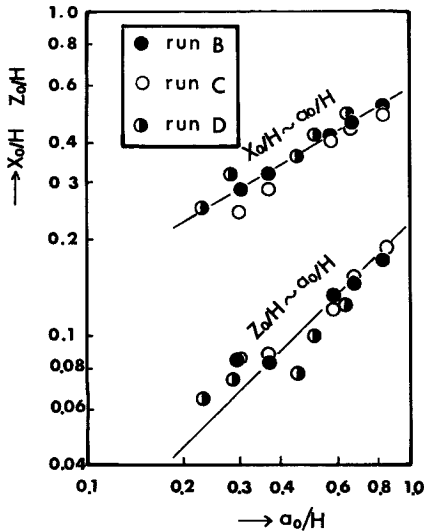


Fig. 4 Variation of the positions of vortex axes.

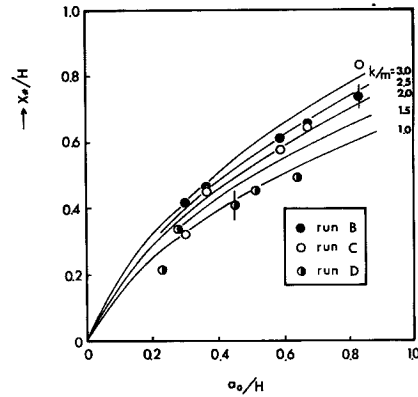


Fig. 5 Variation of the positions of separations.

3.4 はくり点の位置

渦軸の位置を与える (3.1) 式を (2.11) 式に代入することにより、はくり点の位置 X_* は円柱橋脚の半径と水深の比 a_0/H の値および k/m の値の関数として与えられる。これを図示したものが Fig. 5 である。実際には k/m の値を解析的に求めることが困難なので、実測されたはくり点の位置の無次元量 X_*/H と橋脚の半径の無次元量 a_0/H の値の関係を図にプロットすることによって、逆に k/m の値を検討してみた。渦の位置が時間的に変動するため、実測値が不正確なこともあるが、はくり点のみに注目するかぎりではいちおう run B では $k/m=2.5$, run C では $k/m=2.0$, run D では $k/m=1.0$ をその代表値として採用してよいだろう。

3.5 流れパターンの計算

run B における直径 5 cm の場合の流れについて、実測の流線パターンとモデルによる解析結果とを比較してみる。半径 $a_0=2.5$ cm と水深 $H=3.0$ cm 比 $a_0/H=0.833$ を (3.1) 式に代入して渦軸の位置 $X_0/H=0.514$, $Z_0/H=0.175$ が求まる。この値を (2.1) ~ (2.7) の各式に代入し、 k/m の値が 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 の各場合について ψ/m の値から流線の形状を求めそれぞれ Fig. 6 (a) ~ (d) に示した。

一方 Fig. 7 は実測された流線のパターンである。両方の図を比較してみると、実際には stagnation point が橋脚前面の水面よりわずかに下の点と水路底面の橋脚よりわずかに上流の点に発生していることが認められるが、モデルではこのような現象はすべては表現していないことがわかる。ただ流線パターンの比較ではモデルと実際との適合性について十分なことはいえないので、次に定量的に両者の比較を行なうことにした。

3.6 境界面における流速分布

水面および水路底面における流速 u_s/m , u_b/m , および橋脚前面に沿う Z 方向流速 w_s/m についてもそれぞれ (2.8) ~ (2.10) 式に (3.1) 式を代入することにより a_0/H の値と k/m の値の関数として与えられ

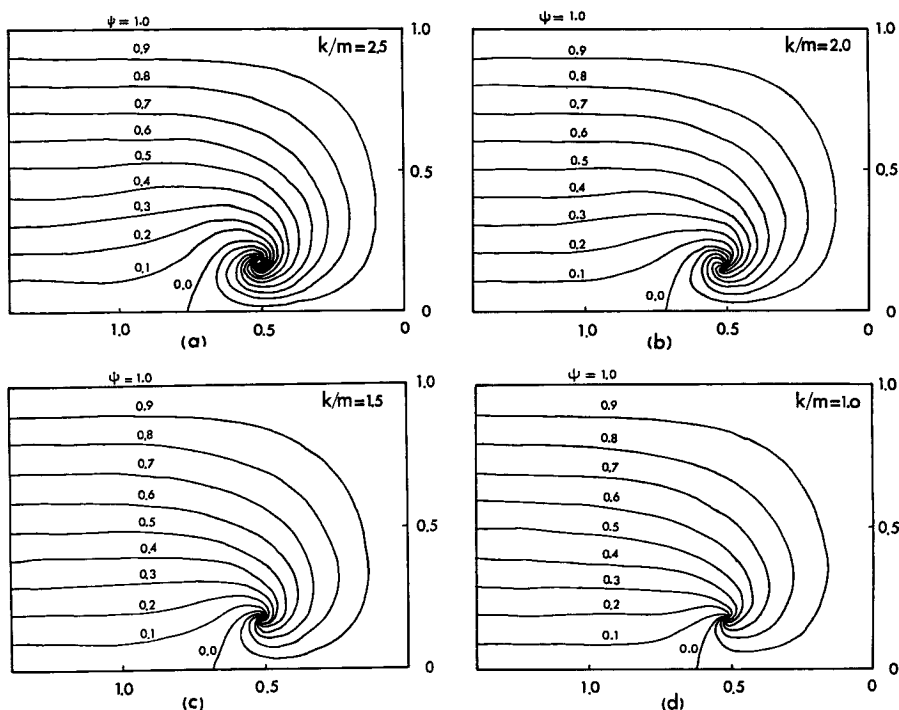


Fig. 6 Flow pattern calculated by the model for the case (a) $k/m=2.5$, (b) $k/m=2.0$, (c) $k/m=1.5$, and (d) $k/m=1.0$.

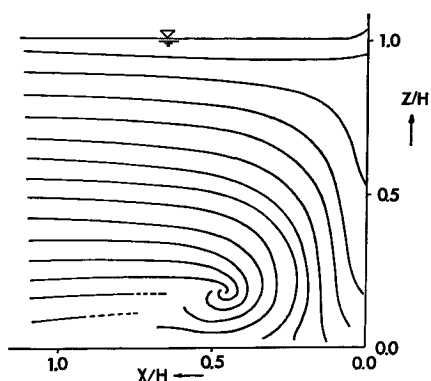


Fig. 7 Flow pattern observed in the central section of the channel.

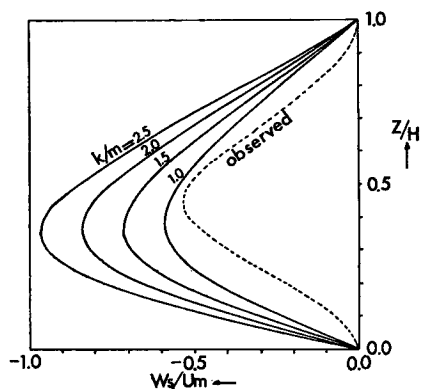


Fig. 8 Velocity distribution of down flow along the front surface of the pier.

る。そこで、Fig. 7 の実験例についてその解析値と実測値を比較して Fig. 8~Fig. 10 に示した。いずれの図においても実測値については接近流速の平均値でわって無次元化したものを用いている。まず、Fig. 8 は橋脚前面における流速の実測値と解析値との比較を示している。ただし粘性のため実際の流速はここでは 0 となるので、この図では橋脚前面より上流の $X=0.2H$ の断面における流速を接近流速の平均値でわって無次元化したものを実験値として用いている。検査断面として $X=0.2H$ の断面を用いたのは、渦軸と

橋脚前面との間のほぼこの付近に流速の極大値が発生することが実験的に認められたからである。モデルではポテンシャル流の仮定に基づいているため接近流速は一様となり、その値は水深を1とするならば m に等しくなる。一方実際には接近流速が底面における 0 cm/sec から水面における 3.94 cm/sec まで分布しているため、その影響が無視しえないであろう。ところが、 w_s についてはこの影響が他の u_s や u_b に比較して小さいと考えられよう。そうすると、この図から k/m の値として 1.0 を採用することが適当であると考えられる。

つぎに Fig. 9 は水面における流速の実測値と計算値との比較を示したものである。この図では $k/m=2.5$ に相当する計算曲線をも上まわる実測値がでているが、これは、先述したように接近流速が一様でなく、水面における接近流速が平均流速の 1.54 倍になっていることによるものと考えられる。ちなみに、表面流速分布の実測値を接近流速の水面における値でわって無次元化したものは、 $k=1.0$ の場合の解析値とよく一致することが認められる。

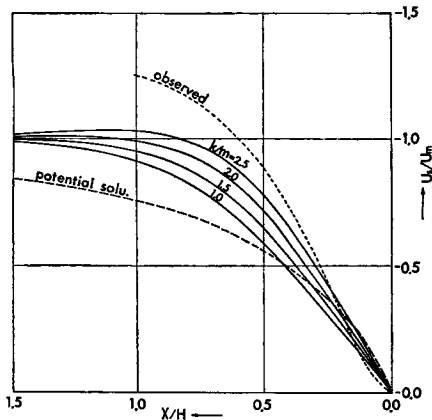


Fig. 9 Velocity distribution on the water surface upstream the pier.

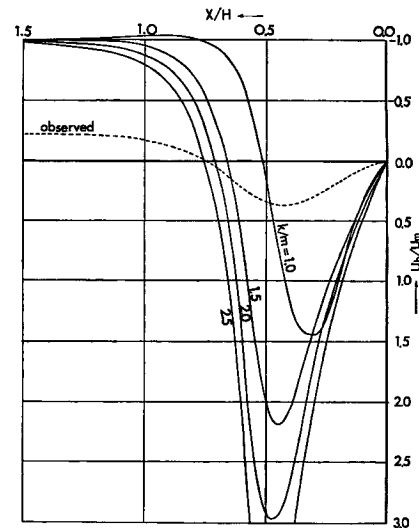


Fig. 10 Velocity distribution on the channel bed upstream the pier.

最後に Fig. 10 は水路底面における流速分布について、実験値と解析値とを比較したものである。水路底面でも実際には流速が0となるので、前と同じ考察に基づいて $Z=0.1H$ の断面における流速を接近流速の平均値でわって無次元化したものを実験値として用いている。この図では実験値は解析値を大幅に下まわっているが、これは、この高さにおける接近流速は平均流速の 0.23 倍であり、その結果先と同様な理由に従ったものと考えられる。それと同時に、橋脚前面の壁面および水路底面におけるまさつ抵抗も無視できないものであろうし、流線が渦にまきこまれる過程で流線間流量が実際にはかなり減少していることによる影響もあると考えられる。またはくり点がこの図では $k/m=2.5$ の場合の解析値に一致しているが、これは、はくり点より上流の流れについては水路底近くの接近流速の慣性が保持されるのに対して、はくり点より下流の逆流については水面近くの接近流速によるより大きな慣性が保持されるため、接近流速を一様と仮定するポテンシャル解が $k/m=1.0$ のときに与えるはくり点の位置より実際は上流側へ移動するものと考えられる。以上の三つの図についての考察から、この実験例については $k/m=1.0$ が適当であると考えられる。

4. 結 論

橋脚前面に発生する馬蹄型渦を解析するために、渦軸の位置に流入点と渦糸をおくモデルを水路中央断面に適用することにより、その断面内の流れパターンを近似的に求めることを試みた。渦軸の位置 (X_0/H , Z_0/H) は橋脚の半径と水深との比 a_0/H の関数として求められることを実験的に示した。この結果に基づいて、水面、橋脚前面、および水路底面に沿う流速分布、水路中央断面内の流線形状、ならびに水路底面におけるはくり点の位置について解析値と実測値とを比較した。これらの結果、非常に簡単なモデルであるにもかかわらず、 k/m の値を適当にとることにより渦の近傍におけるこれらの値の解析値は実測値とよく一致することが認められた。ただ底面における流速分布は実際よりも小さく計算されることがわかった。一方、以上の検討からこのモデルの含む問題点も明らかになった。これらの問題点は渦度の分布ならびに二次元発散の分布を無視して渦軸の位置にのみ渦糸と流入をおくという仮定を設けたことに帰着される。今後はこのような簡単なモデルが、他の境界条件（たとえば底面が洗掘された状態）の下でどの程度適用されうかを検討するとともに、渦度と発散の値の分布をある程度考慮に入れたモデルを設定し数値積分の方法によって解析することを検討するつもりである。

末筆になりますが、本研究の遂行にあたり石原安雄京大防災研究所教授の有益な御助言を賜ったことにつき、深甚の謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) たとえば、石原藤次郎編：応用水理学，中 I，昭 32，p. 86.
- 2) 宇民 正：橋脚周辺部における流れのパターンについて，京都大学防災研究所年報，第 12 号 B，昭 44. 3，pp. 529-541.
- 3) 宇民 正：く形橋脚前面の流況について，土木学会第 25 回年次学術講演会講演集，第 2 部，昭 45. 11，pp. 353-354.
- 4) 佐佐木達次郎：等角写像の応用，昭 14，p. 124.