

2次元ポアズイユ乱流における空間構造と統計性

東大理 梅木 誠

Makoto UMEKI

Dept. of Phys., Univ. of Tokyo

1 はじめに

平面ポアズイユ流の2次元乱流状態の数値シミュレーションをおこない、Mathematicaのグラフィックスを用いたアニメーションで渦度と流線の空間構造を可視化した。また、壁乱流においてBarenblattの提唱したべき法則を2次元乱流のデータから検証した。

2 2次元ポアズイユ乱流の空間構造

フーリエ・チェビシェフ展開による擬スペクトル法に基づく、 256×257 のモード数での2次元ポアズイユ流（基本波数 $\alpha = 1$ 、レイノルズ数 $Re = 10^4$ ）の数値シミュレーションのデータ (Umeki 1994) を用いて、流れの空間構造を詳細に研究した。初期条件は、流れ関数の摂動（ポアズイユ流からのずれ）を

$$\tilde{\psi} = \epsilon(1 - y^2)^2 \cos \alpha x$$

の様に与えた。図1は、流線と、渦度の強さを濃淡で同時に表したグラフである。 $(t = t_1, 30t_1, 60t_1, 100t_1, t_1 = 0.28)$ なお、実空間ではアスペクト比が $1 : \pi$ で横長である図を $1:1$ にしている。

$t = 30t_1$ において、主流と同符号の渦度の強い領域がカスプ状に生成され、逆符号の領域がシート状に現れている。これらの渦は時間が経過するにつれて融合し、かつ壁から流体内部に進入していることがわかる。

図2は、流れ場の領域を、3次元壁乱流に顕著に現れるイジェクションとスウィープに分けたものを示す。ここで、イジェクションとスウィープの領域はそれぞれ、

	下半面 ($y < 0$)	上半面 ($y > 0$)
	u', v'	u', v'
イジェクション	$-, +$	$-, -$
スウィープ	$+, -$	$+, +$

$u' = u - \langle u \rangle$, $v' = v - \langle v \rangle$ と定義した。平均 $\langle \cdot \rangle$ は時間を固定し、 x 方向の積分とした。

イジェクションは大小2つの領域がある事が示された。カusp状の強い渦領域はイジェクション (小さい方) とスウィープの領域にはさまれて存在する。

3 壁法則

非等方乱流の一次の平均量として、流れ方向の速度の平均 $u(y)$ がある。Karman や Prandtl により、これは constant-stress 層で対数法則

$$\langle u^+ \rangle = 1/\kappa \ln y^+ + C_1, \quad (1)$$

$$u^+ = u/u_\tau, \quad y^+ = y/\delta_\tau,$$

$$u_\tau = (\omega_w/Re)^{1/2}, \quad \delta_\tau = (\omega_w Re)^{1/2},$$

(κ はカルマン定数, ω_w は壁での渦度の平均値) が成り立つとされており、多くの実験結果もこれを支持している。これに反して、最近 Barenblatt (1993) は、有限のレイノルズ数では対数則ではなく、べき法則であると主張している。

Barenblatt の仮説 (不完全相似則) では、速度の y 微分が

$$\partial_{y^+} u^+ = (1/y^+) \Phi(y^+, Re) \quad (2)$$

の形をとり、 y, Re が十分大きい場合、

$$\Phi \sim C_2 (y^+)^{\alpha}$$

となる。これに対し、対数則では

$$\Phi \sim 1/\kappa,$$

である。

速度に対しては

$$\langle u^+ \rangle = C(y^+)^\alpha + D \quad (3)$$

となり、このべき α と係数 C はレイノルズ数に

$$\alpha(Re) = \frac{3}{2 \ln Re}$$

$$C(Re) = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln Re + \frac{5}{2}$$

のように依存する。これは、各レイノルズ数に対する (3) の包絡線が、対数則 (1) に非常に近くなるように与えられている。Barenblatt and Prostokishin (1993) は Nikuradze (1932) の実験データと比較して、このべき則が実験値とよく一致しているとしている。また、 $\ln Re$ の逆数による補正は、Castaing *et al.* の研究においても、コルモゴロフ則からのずれに現れている。

図 3 は 2 次元のポアズイユ流の数値シミュレーションの数値データ (Umeki 1994) から、 $t = 20t_1, 40t_1, 60t_1, 80t_1, 100t_1$ における渦度の平均値 (x 方向の平均) $\langle \omega^+ \rangle (= \partial_{y^+} u^+)$ を y^+ の関数としてプロットしたものである。最小 2 乗法によるフィッティングから、

$$\langle \omega^+ \rangle = 3.10(y^+)^{-0.817}$$

が得られた。これは、べき $\alpha = 0.183$ を与え、Barenblatt による $Re = 10^4$ から得られる値 $\alpha = 0.163$ に近い。係数の方は $C = 16.9$ であり、理論値 $C = 7.82$ と約 2 倍の違いがある。レイノルズ数を変えたシミュレーションからこのべき法則をさらに検証することが今後の課題である。

4 References

Barenblatt, G. I. (1993) Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 1. Basic hypotheses and analysis *J. Fluid Mech.* vol. 248 pp. 513-520

Barenblatt, G. I. and Prostokishin V. M. (1993) Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. Part 2. Processing of experimental data *J. Fluid Mech.* vol. 248 pp. 521-529

Umeki, M. (1994) Numerical simulation of plane Poiseuille turbulence. *Flu. Dyn. Res.* vol. 13 pp. 67-79

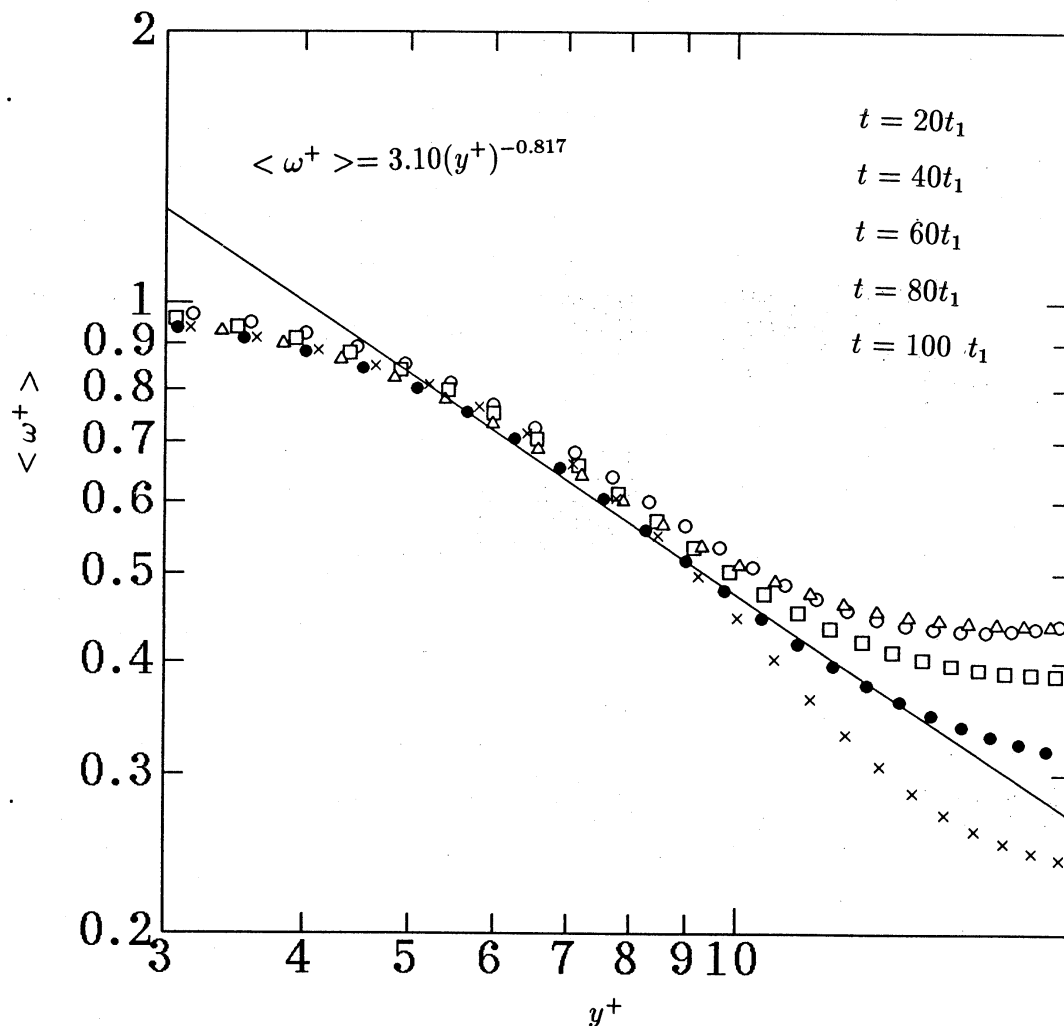


図3 数値シミュレーションにより得られた渦度の平均と壁からの距離の関係

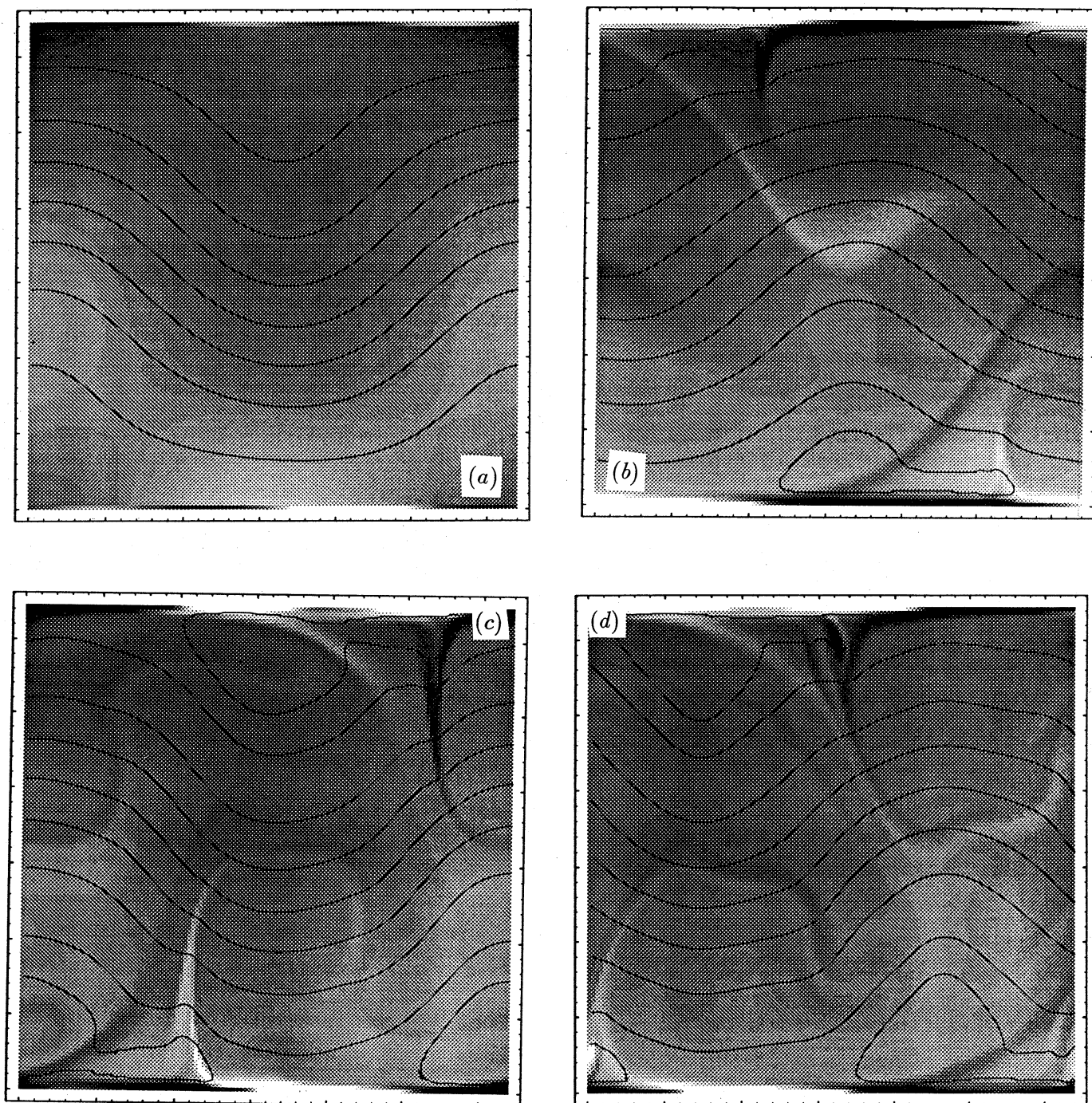


図1 $t = t_1(a), 30t_1(b), 60t_1(c), 100t_1(d)$ における渦度の濃淡図と流線

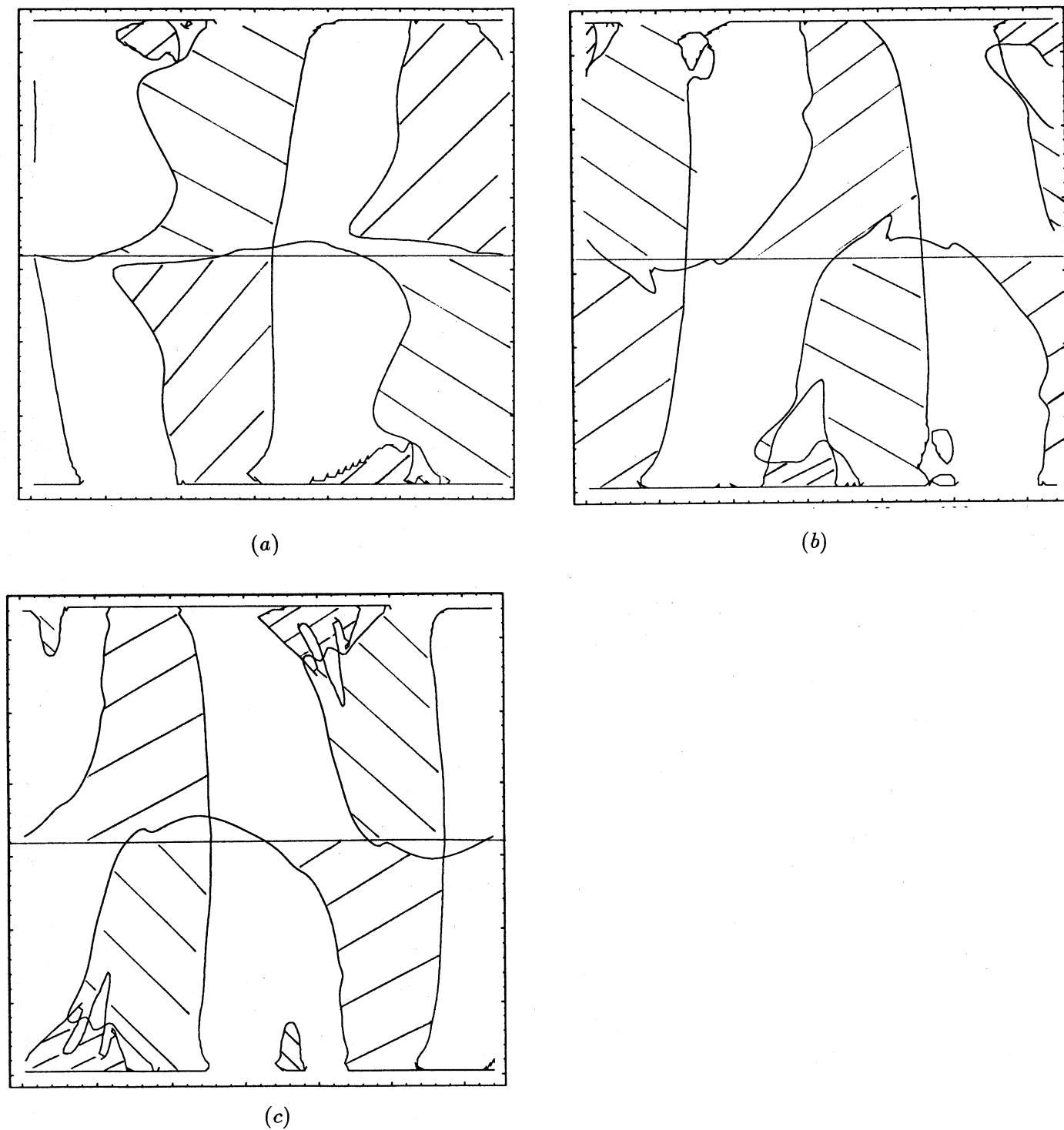


図2 $t = 30t_1(a), 60t_1(b), 100t_1(c)$ におけるイジェクションとスイープの領域

