

条件文の意味

増 田 玲 一 郎

0 概要

論理学は推論の正しさの研究である。しかし、現在知られている形式論理の諸体系は、推論についての自然な理解と調和しない。その最も顕著なものは、条件文の前件後件の間に要請される（例えば、因果関係のような）内容的連関が形式論理では捨象されてしまう、という問題である。この論文では、最初に、内容的連関は文の単純な真偽には還元できないが、知識の体系が行なう説明にとって重要な役割を果たす、ということを示す。次に、形式的論理体系がこの内容的連関を捉えるために、その規則の修正されるべき箇所を明らかにする。そして最後に、この修正と共に、内容的連関が真理よりも優先して第一に論理の基礎に置かれるべきである、と主張する。

1 含意の違和

現在支配的である論理の体系（＝古典論理）は、「全ての命題は真か偽かのいずれかである」という二値原理に基づいて構成されている。真理は、文⁽¹⁾に割り当てられる値と見なされ「真理値」と呼ばれる。そして、論理結合子によって構成される複合的な文の真理値は、要素である文の真理値から次のように割り当てられる。

1.1	A	B		$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
	真	真		偽	真	真	真
	真	偽			偽	真	偽
	偽	真		真	偽	真	真
	偽	偽			偽	偽	真

このような真理値の割り当ては、条件文⁽²⁾に対する自然な理解と調和しない。そして、古典論理に従うと、次のような違和感のある帰結が導かれる。これらは「含意の違和」(= fallacy of implication)と呼ばれる。

1.2 真なる命題は、任意の命題に含意される： $A \Rightarrow B \rightarrow A$

1.3 偽なる命題は、任意の命題に含意する： $\neg A \Rightarrow A \rightarrow B$ ⁽³⁾

数学や自然科学の命題の証明であれ、社会についての命題の主張であれ、実際の論証

の場では、条件文の前件と後件との間に何等かの「内容的連関」が要求される。そして、「前件が真であるとき、後件もまた真である」ということがこの内容的連関によって保証されるとき、その条件文は正しい文と見なされる。内容的連関が明らかでない条件文は正しい文とは見なされないであろう。ところが、古典論理はこの内容的連関を捨象した。そして、真理値の条件が満たされさえすれば、前件と後件とが無関係であっても、その条件文を真と見なす。このようにして含意の違和は生じる。

実際の論証の場を律する法則と形式的論理体系とは異なっている、と言われるかもしれない。しかし、正しい認識を得るために実際の論証が従うべき思考の法則が論理であり、形式的論理体系は、その法則を厳密に捉えるために形式的に記述する。両者は可能な限り一致しなければならない。もし乖離が生じるならば、説得力ある説明がなされなければならない。実際の論証の場に適用されないような論理体系は、無価値であろう。厳密な規則に従っていない論証は、信頼できないであろう。

2 内容的連関の意義

含意の違和といっても、適切と思われる文が真と見なされないということはなく、適切とは思われない文が真と見なされるだけである。それゆえ、「違和感の生じる条件文も、違和感の生じない条件文と同じく、思考の法則に適った正しい条件文であり、ただ、それが実際の論証の場では用いられないから、すなわち、単に珍しいから、違和感が生じるのである」と主張することも出来る。このような理解を基に、内容的連関は、形式論理で考慮するに相応しくないもの、考慮に値しないものとして、捨象されてきたのであろう。しかし、本当にそれ無しに済ませられるのであろうか？ いや、そうではないであろう。内容的連関は、科学の理論や一般の知識が知識の体系として成り立つために不可欠な要素であろう。

条件文の内容的連関の典型的なものとして、因果関係が挙げられる。例えば、部屋にガスが漏れているのを知ったときに、

2.1 「もし今マッチを擦れば、大爆発が起こるだろう」

と予想する文の、前件と後件との連関である。予想が役に立つためには、この条件文の正しさは、その前件や後件の真偽を知る以前に知らなければならない。もちろんそれは、可燃性ガスと酸素が有る部屋の状況と科学の法則とを前提にした、推論の結果として知られる。そしてその科学の法則自身も、

2.2 「適切な条件（……）が満たされたならば、爆発が起こる」

という条件文で表わすことが出来る。

予想する文に類似のものとして、爆発が起こった後に、

2.3 「あのときマッチを擦ったので、大爆発が起こった」

と原因を説明する文や、危うく難を逃れた後に、

2.4 「もしあのときマッチを擦っていたら、大爆発が起こっただろう」

と言う反事実的条件文が挙げられる。これらの文も前件後件の間に因果関係が有る文であり、文2.1と文2.4とは、ただ前件に対するコミットメントの違いから表現が異なるのであろう。文2.3や文2.4の正しさも、文2.1の場合と同じく、部屋の状況と科学の法則から推論の結果として知られるのであろう。

しばしば、因果関係は「ある種の現象が起こったとき、別のある種の現象も起こる、ということは何回も観察することによって、二つの現象の間に因果関係が見出される」と説明される。これ（＝恒常的随伴）が因果関係の全てであるならば、「前件（＝原因）が真であるときは、いつでも、後件（＝結果）も真である」として、因果関係は現象の真偽だけで説明できるであろう。しかし、恒常的随伴の全てが因果関係として認められるのではない。ガス爆発には、地球の引力も窒素の存在も随伴しているであろうが、これらは爆発の原因とは見なされないであろう。なぜ特定の現象の組みが因果関係として選出されるのか、すなわち、なぜ帰納によって法則が確立できるのか、は極めて難しい問題である。しかし、いずれにせよ因果関係は、恒常的随伴以上の関係であり、現象の真偽だけでは説明できないであろう。

また、例えば、力学的力は「一定質量の物体に作用すれば、一定速度の運動を引き起こす」ものとして考えられる。しかし、複数の力が均衡していて物体が静止しているときでも、合力はゼロになるとしても、力は存在していると見なされる。現象としては、物体は静止しているか運動しているかのどちらかである。力の均衡という構造は、現象それ自体から明らかになるようなものではないであろう。すなわち、力は、物体の運動に際して直接観察されるようなものではなく、物体の運動を説明するために、力学という理論体系の構成要素として要請されるものである。このことは一般的知識でも同じである。綱引きの綱が動かないのを見て「力が均衡している」と言うなら、それは簡易版力学に基づいているのであろう。

このように、科学理論は（また一般的知識も同様に）、現象だけでは尽くせない理論

的なものを多く含む。そして、それらが結びついて構造を形成し、現象を説明することによって、知識の体系として成立する。この理論的なものの結びつきは（現象の）真偽だけでは説明できない関係であろう。それゆえ、知識の体系を理解するためには、真理条件だけでは不十分であろう。

3 非古典論理学

含意の違和の解消を目指して幾つかの形式的論理体系が構築された。そのうち有名なものとして、様相論理(= modal logic)と適切論理(= relevant logic)とが挙げられる。

様相論理は、必然性の概念（通常“ $\Box$ ”で表わされる）を導入し、これによって「厳密含意」(=strict implication)の真理を「前件が真であり、かつ、後件が偽である、ということは不可能である」と定義した。

3.1 $A \rightarrow B \equiv \Box \neg (A \wedge \neg B)$ ⁽⁴⁾

条件文を厳密含意として解釈すると、含意の違和を表わす文の形式は真ではなくなる。しかし様相論理は、必然性の概念の導入以外では、古典論理の枠組みを受け継いだ。それゆえ、古典論理と同様の違和が生じることとなった。すなわち「必然的な命題は任意の命題に厳密含意される」と「不可能な命題は任意の命題を厳密含意する」というものである。

後に、様相論理に（この世界と似ている）「可能世界」という概念が導入されて、必然性は「全ての可能世界で真である」と定義される。そして様相論理は、可能世界の概念を軸に大いに発展していく。しかし、様相論理によって含意の違和が解消した、とは言えない。

一方、適切論理は、妥当な文の形式を表わす「公理枠」を取捨選択することによって、含意の違和を排除し、条件文の適切さを確保しようとした。古典論理で認められる条件文の形式のうち、前件や後件がそれ自身条件文でないようなものは、適切論理でも、おおむね、正しいものとして受け入れられる。しかし、この取捨選択は極めて恣意的である（と思われる）。そして、通常は得られると期待される推論の形式や同値関係が、適切論理では成り立たなくなる。例えば、選言的三段論法 $A \vee B, \neg A \Rightarrow B$ が妥当な推論ではなくなる。また、 $A \wedge B \rightarrow C$ と $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ とが同値ではなくなる（なぜなら、適切論理では $A \wedge B \rightarrow A$ は真であるが $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ は真ではないから）。これらが成り立たないのならば、実際の論証の場で用いられている論理とは異なる

る、別種の論理であろう。適切論理が興味を惹いたとしても、恐らく誰も、この論理を基礎にして（自然数論などの）理論を形式化しようとは思わないであろう。

結局、古典論理の基礎にある枠組みを保持したままで、何かを付加する、または、上部の構造を修正することによって、含意の違和の生じない論理体系を構築する試みは、無理であるように思われる。

4 真理と正当化

論理学には、真理と証明可能性の二つの概念がある。論理学のうち、証明や推論の研究は「構文論」と呼ばれ、文の真理や語の指示対象（＝意味）の研究は「意味論」と呼ばれる。証明とは、その命題を主張する根拠を明示し、正当化することである。したがって形式論理を離れても、文一般について真理と正当化の二つの概念が考えられる。これらは異なる概念であるが、その外延が一致することが求められる。そして形式的論理体系には、「証明可能な文は、全て恒真文である」（＝健全性）、「恒真文は、全て証明可能な文である」（＝完全性）、という二つのことが要求される⁽⁵⁾。

ところで、証明は推論の積み重ねである。そして、推論と条件文とは密接な関係がある。最も基本的な推論の形式は「 $A \rightarrow B$ と A から B を推論する」（＝modus ponens／三段論法）というものである。また、 A から B への推論が正しいときは、 $A \rightarrow B$ も正しい文である⁽⁶⁾。すなわち、 $A \rightarrow B$ という文の正しさと A から B への推論の正しさとは（ほぼ）一致する。

さて、実際の論証の場で行なわれる推論では、前提と結論との間に、必ず、何等かの内容的連関が要求される。その内容的連関が明らかでない推論は、正しい推論とは見なされない。推論に対するこの要求は、条件文に対する同様の要求よりも更に痛切に感じられるであろう。前提 A から結論 B への、内容的連関による推論の正しさが、条件文 $A \rightarrow B$ の正しさを根拠づける。そして、この内容的連関による正しさが、条件文に対して第一に（真理よりも優先して！）求められるものであろう。

ところが古典論理は、二値原理に基づいて（矛盾が生じない限り）出来るだけ多くの文を真と見なすようにした。そして、完全性を満たすべく、これらの文を正しいと見なす。その中には、実際の論証の場では正しいと見なされないような、不適切な条件文も含まれるので、含意の違和が生じることになる。すなわち、（二値原理という）真理概念と（直観的な）正当化概念との乖離が、含意の違和の原因である。たとえ含意の違和

に違和感を感じない人であっても、敏感であれば、自分が今、直観的な正当化概念ではなく真理概念に訴えて正当化を行なっていることを、意識するであろう。

含意の違和の生じない論理体系を構築するためには、内容的連関による正しい推論の概念を、最初に確立しなければならない。なぜなら、推論の適切さについては、たとえ漠然としているにせよ、何等かの判断を下せるであろうが、その適切さを基礎づける真理概念が在ったとしても、それがどのようなものなのか今のところ見当が付かないからである。認識において先であるものから探求を始めなければならない。

5 連式の体系

構文論的研究にとって、論理体系を連式(sequent)の形式で表現することは、極めて有益である。内容的連関もこの形式の中に見出される。連式とは、論理式⁽⁷⁾が並ぶ、次のような形式的表現である。

$$A_1, A_2, \dots, A_n \Rightarrow B_1, B_2, \dots, B_n$$

連式は、 $\Rightarrow$ 記号の左側が前提であり、右側が結論であるような推論を表わしている。すなわち、上の連式は次の論理式と同じ内容を持つと理解される。

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n$$

左辺に論理式の無い連式は、前提無しに右辺の論理式が帰結する、ということを表わす。右辺に論理式の無い連式は、左辺の論理式を前提として矛盾が生じた、ということを表わす。連式の証明図は次のごとくである（この図全体が、図の一番下の連式に対する証明図である）。

$$\begin{array}{l}
 5.1 \quad \frac{\frac{A \Rightarrow A \quad B \Rightarrow B}{\rightarrow\text{左} \quad \frac{A \rightarrow B, A \Rightarrow B}{\rightarrow\text{左} \quad \frac{B \rightarrow C, A \rightarrow B, A \Rightarrow C}{\text{左換} \quad \frac{B \rightarrow C, A, A \rightarrow B \Rightarrow C}{\text{左換} \quad \frac{A, B \rightarrow C, A \rightarrow B \Rightarrow C}{\rightarrow\text{右} \quad B \rightarrow C, A \rightarrow B \Rightarrow A \rightarrow C}}}{C \Rightarrow C}
 \end{array}$$

連式の証明図は、 $A \Rightarrow A$ の形式の連式を一番上の始式として、推論規則によって一つあるいは二つの上の連式から下の連式を導くという、樹形図をなす。推論規則は次の如くである（ギリシア大文字は（0個以上有限個の）論理式の列を表わす）。

$$\begin{array}{ll}
 5.2 & \\
 \text{左換} \quad \frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Theta}{\Gamma, B, A, \Delta \Rightarrow \Theta} & \text{右換} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A, B, \Psi}{\Gamma \Rightarrow \Phi, B, A, \Psi}
 \end{array}$$

$$\text{左縮} \quad \frac{A, A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A, \Gamma \Rightarrow \Theta}$$

$$\text{右縮} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A, A}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A}$$

$$\text{左増} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta}{A, \Gamma \Rightarrow \Theta}$$

$$\text{右増} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A}$$

$$\text{cut} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \quad A, \Delta \Rightarrow \Theta}{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Phi, \Theta}$$

$$\wedge \text{左} \quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Theta}$$

$$\wedge \text{右} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \quad \Delta \Rightarrow \Psi, B}{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Phi, \Psi, A \wedge B}$$

$$\frac{B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Theta}$$

$$\vee \text{右} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \vee B}$$

$$\vee \text{左} \quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Theta \quad B, \Delta \Rightarrow \Lambda}{A \vee B, \Gamma, \Delta \Rightarrow \Theta, \Lambda}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, B}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \vee B}$$

$$\rightarrow \text{左} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Theta, A \quad B, \Delta \Rightarrow \Phi}{A \rightarrow B, \Gamma, \Delta \Rightarrow \Theta, \Phi}$$

$$\rightarrow \text{右} \quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Phi, B}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \rightarrow B}$$

$$\neg \text{左} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A}{\neg A, \Gamma \Rightarrow \Phi}$$

$$\neg \text{右} \quad \frac{A, \Gamma \Rightarrow \Phi}{\Gamma \Rightarrow \Phi, \neg A}$$

cut は三段論法に相当する推論の一種である。しかし、cut を用いて証明可能な連式はcut を用いなくても証明可能であり、証明図の書き換えによってcut は消去できる⁽⁸⁾。cut の無い証明図は、上の連式ほど、現れる論理式が単純であり、それらの論理式どうしの関係も分かりやすい。すなわち、連式に対する証明図は、その連式の左辺から右辺への、推論の内部構造を明らかにするものである、と言える。

また、自然数論などの理論を形式化したときには、連式の左辺には理論の公理を表わす論理式が並び、右辺には定理を表わす論理式が来ることになる⁽⁹⁾。そして、その連式の証明図が、その定理の形式的な証明図となる。

6 内容的連関

さて、内容的連関とは一体どのようなものであるのか？ 次のように定義される、連式の中の論理式の間の前提結論の関係を、形式的論理体系で捉えられた内容的連関として、提唱する。

連式の証明図の始式は、 $A \Rightarrow A$ という形式 (= 同一律) である。この連式の、左辺

の A は前提であり、右辺の A は結論である。この 前提 $\Rightarrow$ 結論 の連関は明らかであろう。そして例えば、次の推論の場合、

$$6.1 \quad \frac{A \Rightarrow A \quad B \Rightarrow B}{A, B \Rightarrow A \wedge B} \wedge\text{左}$$

下の連式にあっては、左辺の A や B は右辺の $A \wedge B$ の前提である。逆に、右辺の $A \wedge B$ は、左辺の A の結論であり、また左辺の B の結論でもある。この前提結論の連関は、始式の場合と同じくらい確実であろう。このように、同一律を出発点として、推論規則によって複合的な論理式が構成されたときには、下の連式に現れる複合的な論理式はその要素である論理式が上の連式で持っていた前提結論の連関を継承する、というかたちで、証明図に現れる全ての連式において前提結論の連関が確立される⁽¹⁰⁾。

$\rightarrow$ 左 の推論規則については説明が必要である。例えば、証明図 5.1 の一番上の $\rightarrow$ 左 の推論においては、下の連式の左辺の条件文 $A \rightarrow B$ の前件 A は、上の左の連式の右辺の論理式 A に由来する。また、条件文の後件 B は、上の右の連式の左辺の論理式 B に由来する。 $\rightarrow$ 左 の推論でこの条件文が構成されることによって、その内部で、前件と後件との間に前提結論の連関が確立される、と見なす。そして、条件文内部のこの連関によって、下の連式においては、上の左の連式の右辺の論理式 A の前提であった論理式（すなわち左辺の A ）と、上の右の連式の左辺の論理式 B の結論であった論理式（すなわち右辺の B ）が、新たに前提結論の連関を持つことになる（また、左辺の $A \rightarrow B$ 自身も右辺の B の前提である）。

$$6.2 \quad \begin{array}{ccc} A \Rightarrow A & & B \Rightarrow B \\ \uparrow & & \downarrow \\ A, & A \rightarrow B \Rightarrow & B \end{array}$$

前提結論の連関を厳密に定義するためには、形式的論理体系を厳密に記述した上で、長い記述が必要となる。しかしこの連関は、連式の体系に馴染んだ者ならば容易に証明図を辿って結べるような、明確な分かりやすい連関である。この連関が形式的に捉えられた内容的連関である、と言えるであろう。そして、 $\rightarrow$ 右 の推論で適切な条件文が構成されるためには、前件と後件との間に前提結論の連関が要請される（正確な条件は「前件 A は、後件 B の、そしてそれだけの前提である」となる）。

このように前提結論の連関が保たれる証明図にあっては、どの連式でも、それぞれの（論理結合子を含まない）原子論理式は、前提の位置と結論の位置と両方に現れる。これは、よく言われる「結論は、潜在的にせよ、既に前提に含まれている」という推論の

性質の形式的な表現である、と言えるであろう。前提の位置は、左辺、または、右辺の条件文の前件（など）であり、結論の位置は、右辺、または、左辺の条件文の前件（など）である（左辺の条件文の前件を結論の位置とする理由は、先に示したように、それが上の連式の右辺の論理式に由来するからである）。

前提結論の連関は、証明図の始式の同一律と、連式の左辺に現れる条件文の前件後件の連関とを基本にして、それらを連結して形成される。それゆえ、このように定義される内容的連関は、連式の左辺の条件文の前件後件の内容的連関に全面的に依存する。もし $\rightarrow$ 左 の推論によって（前件と後件とが無関係である）不適切な条件文が連式の左辺に構成されるならば、その証明図全体で、条件文の適切さは失われてしまう。しかし、それを防ぐ方法は、現在のところ見当たらない。連式の左辺の論理式は、正しいものとして受け入れられる推論の前提であり、その代表例は理論の公理である。公理である条件文の前件後件の内容的連関は疑い得ないであろう。どんな奇妙な条件文であれ、それが連式の左辺に構成されるということは、その条件文の正しさ（すなわち、その前件と後件との間に内容的連関が有ること）を前提として、推論を行なうということである。理論の公理など、推論の前提が如何にして正当化されるか、については改めて考察しなければならない。

7 含意の違和の解消

さて、古典論理では、含意の違和が生じるのであるから、今述べた前提結論の連関がどこかで破られていることになる。問題である個所は明白である。上の連式に由来を持たない論理式が下の連式に現れるような推論規則が、含意の違和の原因である。すなわち、図5.2の推論規則のうち、左増、 $\wedge$ 左、右増、 $\vee$ 右 の四つである。左増 と $\wedge$ 左 とは、また 右増 と $\vee$ 右 とは、証明図の中でほぼ同じ働きをする。左増 は捨てるが $\wedge$ 左 はそのまま残す、という選択は多大な代償を必要とする。左増 と $\wedge$ 左 は余分な前提の水増しであり、右増 と $\vee$ 右 は余分な結論の水増しである。水増しされた余分な論理式は、孤立していて前提結論の連関を結び得ない。含意の違和の解消のためには、推論規則から左増と右増は排除され、 $\wedge$ 左 と $\vee$ 右 は、次のように修正されるべきである。

$$7.1 \quad \wedge\text{左} \quad \frac{A, B, \Gamma \Rightarrow \Theta}{A \wedge B, \Gamma \Rightarrow \Theta} \qquad \vee\text{右} \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \Phi, A, B}{\Gamma \Rightarrow \Phi, A \vee B}$$

このように推論規則を変更しても、水増しされた論理式は推論の本筋には無関係であ

るから、実際の推論にはほとんど影響が無いであろうが、この変更により $A \wedge B \rightarrow A$ や $A \rightarrow A \vee B$ は正しい論理式として認められなくなる。この損失は耐え難いものかも知れない。しかし、これらを正しい条件文として認めるならば、含意の違和もまた甘受しなければならない。果たして、これらの条件文の正しさを主張する根拠はどこに在るのか？ それを考えてみなければならない。

8 真理条件

一般には、文を理解することはその文の真理条件を知ることである、と考えられている。そして、論理結合子によって構成される複合的な文の真理はその要素である文の真理だけから決定される、と考えられている。このような考えをもとに、形式的論理体系の「意味論モデル」が構成される。意味論モデルでは、論理式には、真偽あるいは何等かの真理値が割り当てられ、論理結合子は、要素である論理式の真理値から複合的な論理式の真理値を割り当てる「真理関数」として理解される。古典論理の場合、真理値は二つである。非古典論理の場合、より多くの真理値があり、束構造などの代数的構造を意味論モデルとする。

意味論モデルの例として、集合による古典論理のモデルを挙げる。文 A , B に集合 a , b を対応づけるならば、文 $A \wedge B$ には、集合 $a \cap b$ (交わり) が、文 $A \vee B$ には、集合 $a \cup b$ (結び) が対応づけられる。全体集合“1”は「恒真」を、空集合“0”は「恒偽」を表わすと理解される。文 $\neg A$ には、補集合 $\neg a$ が対応づけられ、文 $A \rightarrow B$ には、集合 $\cup \{c : a \cap c \subseteq b\}$ ⁽⁴⁾ が対応づけられる (この定義から、 $a \subseteq b$ のとき、 $a \rightarrow b = 1$ となる)。このような操作によって“1”を割り当てられる文が恒真文である。恒真文は、要素である文の真理値がどのようなであっても真となる文である。すなわち、世界についての情報を何も与えない「情報量ゼロ」の文である。そして、集合は包含関係で小さくなるほど情報量が増え、空集合は、情報が多すぎて自己矛盾した状態、と考えられる⁽⁵⁾。

集合の定義から、 $a \cap b \subseteq a \subseteq a \cup b$ となる。これと“ $\rightarrow$ ”の解釈から、この意味論モデルでは、 $A \wedge B \rightarrow A$ と $A \rightarrow A \vee B$ とが真になる。ここで問題となるのは「情報量の減少」である。この解釈では、文 B の持つ情報が、文 A の持つ情報に含まれるとき、 $A \rightarrow B$ は真となる。これは「含意する」という語に相応しいかも知れない。しかし、この「含まれる」という列の両端に、恒真“1”と恒偽“0”がある。したがっ

て、もしこの解釈を受け入れるならば、含意の違和を甘受しなければならない。また、条件文の真理がこのような包含関係に基づく、と見なすならば、情報量の減少（正確には、情報量の非増加）が条件文の本質となってしまう。そして、条件文と推論との関係から、それは推論の本質ともなってしまう。

9 推論の本質

しばしば、「推論の結論は、既に前提に含まれている」とか「推論は新しい知識を与えない」とか言われる。確かに、前提から結論を導くときに情報量が増えるような推論は、正しい推論ではない。しかし、何も新しいものが得られないのであれば推論を行なう意味が無いであろう。推論によって何かが得られるはずである。

例えば、「力の均衡」は現象を観察するだけでは知られない。推論によって導かれ間接的に知られるしかない。この場合、推論が「実質的に」新しい知識を与える、と言えるであろう。そして、このような概念が結びつくことによって知識の体系が成立する。推論の役目は、このようにして正しい文の範囲を拡大していくことである。

この拡大の過程で矛盾が生じたら、知識の体系は破綻する。それゆえ、体系の整合性を保証するため、推論の各ステップにおいて、前提が正しければ結論も正しい、ということが一目瞭然自明と見なされる程度まで、推論のステップが細分化される。そしてこの自明さのゆえに、「推論は何も新しい知識を与えない」と言われるのであろう。しかし、自明なものであっても、推論は何等かの前進でなければならない。そして誤った推論は、何の保証も無い飛躍であり、その結果、矛盾が生じることになる。一方、情報量が減少するような推論は、前進ではなく後退である。例えば、 $A \wedge B$ が導かれるならば、 A はそれ以前のある時点で既に導かれているはずである。そして $A \wedge B \Rightarrow A$ という推論は、その時点への後退である。

確かに実際の論証の場にも、情報量が減少するような推論が現われる。例えば「 x は 6 の倍数である $\Rightarrow x$ は 2 の倍数である」という推論は、自然数の集合という観点で考えれば情報量が減少している。しかし「6 の倍数である」という認識の過程には「2 の倍数である」という認識は現れない。それゆえ、この推論は新しい認識に至る有意味な推論であり、「 x が 6 の倍数ならば、 x は 2 の倍数である」という法則は新しい発見である。

この法則を発見した幼い日のことを思い出そう。それが本当であると確かめるために、

ひたすら6の倍数を書き挙げていくのであろうか？ そうではなくて、6列に並んだおはじきを2列に並べ変える、というようなイメージを思い描いて、その正しさを知るのであろう。そしてやがて「 x は y の倍数である」という関係についての一般的法則を獲得する。このようにして数学的世界が広がっていくのであろう。

10 結び

内容的連関は、知識の体系の中に見い出されるものであった。それゆえ、一つの条件文をその体系から切り出して、単独で真理を問うたり外部の何等かのものと対応させたりすることは、無意味であらう。

科学の理論や一般的な知識の体系にとって不可欠な、因果関係などの説明の構造は、現象の側から与えられるものではなく、知識の体系が設定するものである。そして認識は、この構造に支配される。構造と無関係なものがあるとすれば、それは感覚刺激の混沌だけであらう。言葉で（何等かの記号で）表わされる対象は、全てこの体系に組み込まれた構成要素である。それゆえ、どの文も、体系の内部でその正しさが問われるべきであり、外部と関係づけられるのは、知識の体系の全体としてであらう。

もちろん、なぜ理論の説明が成功するのか、というのは常に発せられる疑問である。ひょっとすると世界は本当に構造を持っていて、理論の説明が成功するのは、人間が何等かの方法で（超自然的な能力で）その構造を理論に写し取っているから、かも知れない。そうすると、因果関係を表わす文は、単独で、実在する因果関係と対応することになる。しかし、決して知られ得ない「本当の世界」が存在する、というのは極めて形而上学的な説明である。それは学知とは成り得ない。

註

- (1) この論文では「文」(=sentence)も「命題」(=proposition)も記号の列であり、文一般のうち、（「 x は6の倍数である」における x のような）不確定な対象を表わす記号を含まない文を、特に「命題」と呼ぶ。
- (2) この論文では「 A ならば B 」という形式の文を「条件文」(=conditional sentence)と呼ぶ。この形式は「含意」(=implication)と呼ばれることもあるが、両者を区別せずに用いる。
- (3) ここで“ $\Rightarrow$ ”という記号は、 $\Rightarrow$ の左側の文を前提として、 $\Rightarrow$ の右側の文を導くような推論を表わす。

- (4) 「不可能」は「その否定が必然である」と定義できる。
- (5) 恒真文とは、その要素である文の真偽がどのように割り当てられても、いつでも（その形式から）真を割り当てられるような（複合的な）文である。
- (6) ただし、単に技術的な問題から生じる、ごく一部の例外がある。
- (7) 形式的論理体系で定義される形式的な文を「論理式」と呼ぶ。
- (8) これは「cut 除去定理」または「基本定理」と呼ばれる。
- (9) 他の形式化も可能である。
- (10) 否定記号に関しては、「矛盾」を表わす特別な論理式“ $\perp$ ”を用いて、 $\neg A$ は $A \rightarrow \perp$ の略記であると見なして、考察しなければならない。連式の右辺が空であることが矛盾を表わすであるから、この読み替えに全く問題は無い。ただし、選言的三段論法について特別の扱いを必要とする。
- (11) $\bigcup \{c : a \cap c \subseteq b\}$ —— 集合 a との交わりが集合 b に含まれるような集合 (c) の、それら全ての結び、を意味する。
- (12) 例えば「 $x > 2$ 」より「 $x > 2$ かつ $x < 4$ 」のほうが情報量が多いが、「 $x > 2$ かつ $x < 4$ かつ $x < 2$ 」となると、この情報は自己矛盾し、 x を満たす数の集合は空集合になる。

〔哲学研修員〕

The Meaning of Conditional Sentence

Leyitiro MASuDA

Study of logic is the study of valid inference. But the current systems of formal logic do not accord with the natural understanding about inference. The most obvious case is that the formal logic systems remove the contextual nexus (such as causality) away which is required to be in between the antecedent and the consequent of a conditional sentence. In this study, I will show first that the contextual nexus cannot be reduced to the mere combination of truth values of the sentences and it plays an important role when the systematized knowledge explains something. Secondly, I will point out the logical rules that should be revised so that the formal logic system can treat the contextual nexus correctly. And lastly, I will argue that, with this revising, the contextual nexus is to be in the first place prior to the truths of sentences.