

Ghost Fluid 法による気泡と衝撃波との干渉に関する数値解析

大阪府立大学大学院工学研究科機械工学分野 高比良 裕之 (Hiroyuki Takahira)

Department of Mechanical Engineering

Osaka Prefecture University

1. はじめに

二相流などの界面を含む流れを Euler 的に解析する際、界面または衝撃波における接触不連続面での大きな打ち切り誤差が問題となる。一般的な Euler 的な手法による数値計算では、この界面での打ち切り誤差の影響のうち、分散誤差を取り除くことに重点を置いていたため、散逸誤差の影響は容認していた。そのため、一般的に Euler 的な手法を用いた二相流の計算では、界面において不連続となる量がなだらかな分布になってしまう [1]。このような散逸誤差の影響を取り除く手法の一つとして Ghost Fluid 法 [2] がある。Ghost Fluid 法では、別の流体の領域に仮想流体 (Ghost Fluid) を定義することにより、界面を有する二流体の運動を、全領域に定義された二種類の单相流の支配方程式から決定する。また、界面での数値振動を抑制するために用いられる格子間隔程度の界面厚さを必要としないことから、界面において散逸誤差の影響は改善され、不連続となる量が鋭く捕らえられるようになる。

Ghost Fluid 法では、二種類の流体を区別するとともに界面での法線方向を決定するために Level Set 関数 [3] が用いられる。Level Set 関数は、界面からの距離を表す関数であり $\varphi = 0$ の集合が界面を表す。Level Set 関数は移流方程式を時間発展することにより決定されるが、Level Set 関数は時間発展の際に流れにより歪められて、距離関数としての性質を失ってしまう。そのため、Level Set 関数の再初期化を行うことで距離関数の性質を保たせる [3]。しかし、この Level Set 関数の再初期化の際の数値拡散の影響で、界面の位置が移動してしまい、その結果、界面形状をなだらかにしてしまうという問題や各相の質量が保存されないといった問題が指摘されている [4]。また、Ghost Fluid 法には、水-空気の二相流のような、一方の流体が他方に比べて非常に硬い場合、界面において数値振動が発生しやすいという問題もある [5]。

そこで、本研究では、Ghost Fluid 法において、質量保存性の改善のために、Hybrid Particle Level Set 法 (以下、HPLS 法と表記) [6] を用い、気液二相流の界面での数値振動を抑制するために、一次元 Riemann 厳密解 [7-9] を用いて界面近傍の物理量を補正する。本報では、本数値解析手法を、いくつかの衝撃波と気泡との干渉問題に適用した例を示す。

2. 数値計算手法

本解析では、二次元または三次元 Euler 方程式を対象とし、Euler 方程式の解法には、時間発展に 3rd order TVD Runge Kutta スキームを、対流項の計算に 3rd order ENO-LLF スキーム [10] を用いる。状態方程式としては、次式に示す stiffened gas 状態方程式 [1] を用いた。

$$p = (\gamma - 1)\rho e - \gamma \Pi \quad (1)$$

ここで, p は圧力, ρ は密度, e は単位質量あたりの内部エネルギーである. γ と Π は, 物質によって決まる定数であり, 水の場合は, $\gamma = 4.4$, $\Pi = 6.0 \times 10^8$, 空気の場合は $\gamma = 1.4$, $\Pi = 0$ となる. $\Pi = 0$ の場合は, 理想気体の状態方程式に帰着する.

2.1 Level Set 法

界面の位置を捕獲するために, 符号付の距離関数である Level Set 関数 φ を用いる. Level Set 法では, $\varphi = 0$ の集合が界面を, $\varphi < 0$ の集合が一方の流体を, $\varphi > 0$ の集合がもう一方の流体を表す. Level Set 関数 φ を, 以下の式で時間発展させて界面位置を求める.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \varphi = 0 \quad (2)$$

ここで, $\vec{u}$ は流体の速度を表している. また, 次式により Level Set 関数の再初期化を行い, Level Set 関数を正しい距離関数に保つ.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + S(\varphi_0) (|\nabla \varphi| - 1) = 0 \quad (3)$$

ここで, $S(\varphi_0) = \frac{\varphi_0}{\sqrt{\varphi_0^2 + (\delta x)^2}}$ は平滑化された符号関数であり, φ_0 は仮想時間 $\tau = 0$ における φ の初期値, δx は格子間隔程度の微小量である. 式 (2) を解いた後, 仮想時間 τ に関して式 (3) が界面近傍で収束するまで解き, Level Set 関数を距離関数に保つ. また, Level Set 関数より法線ベクトル $\vec{N}$ は

$$\vec{N} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (4)$$

で定義される. 本解析では, Level Set 方程式 (式 (2)) と再初期化方程式 (式 (3)) を解くために, 時間発展に 3rd order TVD Runge Kutta スキームを, 対流項の計算に 5th order WENO スキーム [11] を用いた.

Level Set 法には, Level Set 方程式や再初期化方程式を解く際の数値誤差が, 界面位置の正確な捕獲を困難にし, 質量が保存されないといった問題がある. 本研究では, Euler 的な手法に Lagrange 的な概念を取り入れることで, 界面が大きく変形する場合や, 分裂, 合体する場合にも精度良く界面を追跡できる, HPLS 法 [6] を用いる. HPLS 法では, まず, 界面近傍 (格子幅の 3 倍程度の領域) に符号付の粒子 (符号により界面をはさんでどちらの流体に属するかが区別される) を配置し, 各粒子が界面に接するように各粒子の半径を与える. それらの粒子の軌跡を Lagrange 的に追跡し, 粒子位置, 特に界面を横切って別の流体側に移動した粒子の情報をを用いて, Level Set 関数を補正する. この補正は, Level Set 関数の時間発展の際だけではなく, Level Set 関数の再初期化の際にも行われる. Level Set 関数の再初期化において, 理想的には界面 ($\varphi = 0$) の位置は動いてはいけないのだが, 実際には Level Set 関数を再初期化することにより界面位置は動いてしまう. 符号付粒子は, Level Set 関数の再初期化の際には動かさないの, $\varphi = 0$ の位置が再初期化により動く結果として, 界面を横切る粒子が現れる. この界面を横切る粒子の情報は, 界面位置を補正することに使用されることになる.

2.2 Ghost Fluid 法

Euler 方程式を解析する際、法線方向速度と圧力は一般に界面を挟んでも連続な分布であるが、エントロピー、接線方向速度は界面を挟んで不連続な分布となる。Ghost Fluid 法 [2] では、この界面の両側で不連続な分布となる量による誤差を避けるために仮想的な流体 (Ghost Fluid) を置く。

$\varphi < 0$ の領域に流体 1, $\varphi > 0$ の領域に流体 2 が存在するものとする、 $\varphi > 0$ の領域に流体 1 の仮想的な流体 (Ghost Fluid 1) を定義し、 $\varphi < 0$ の領域に流体 2 の仮想的な流体 (Ghost Fluid 2) を定義する。これにより、流体 1 と Ghost Fluid 1 を合わせて一つの流体が、流体 2 と Ghost Fluid 2 を合わせてもう一つの流体が計算領域全体に定義されたことになる。一般に、Ghost Fluid の値を定義する際には、法線方向速度など界面を挟んで連続な分布となる量は、もう一方の流体に対して定義された物理量を Ghost Fluid の値としてそのまま採用し、エントロピー、接線方向速度など界面を挟んで不連続な分布となる量は、一方の流体からもう一方の流体へ向かって補間することにより Ghost Fluid の値を定義する。この結果、気液界面での境界条件は陰的に満足される。全計算領域で二種類の流体を定義した後、それぞれの流体について独立に単相流の問題として支配方程式を解き、各格子点で次の時間ステップでの二種類の物理量を求める。そして、次の時間ステップでの Level Set 関数の符号に基づき、 $\varphi < 0$ の領域では流体 1 の物理量を採用して流体 2 の物理量を捨てる。同様に、 $\varphi > 0$ の領域では流体 2 の物理量を採用し流体 1 の物理量を捨てる。これにより、次の時間ステップでの物理量が各格子点でただ一つに決定される。この手順を繰り返して任意の時間での各物理量を求める。なお、Ghost Fluid の領域の値の補間には、Fast Marching 法 [12] を用いた。

2.3 リーマン厳密解を用いた界面近傍の物理量の補正

圧縮性の気液二相流の数値解析では、気液界面近傍で気相と液相で音響インピーダンスが大きく異なるため、数値振動が非常に起こりやすい。本研究では一次元のリーマン厳密解 [7-9] を用いて気液界面近傍の物理量を補正し、数値振動を抑制する。補正の方法には、Cocchi & Saurel [8] らのように法線方向に沿ってリーマン解を計算し、界面の両側の物理量の補正する方法と、Nourgaliev ら [9] のように、デカルト座標系の各方向に一次元リーマン解法を適用し、各方向のリーマン解を使って反復計算を行い近似的に法線方向に沿った補正を行う方法がある。本解析では、Nourgaliev ら [9] と類似の補正手順を用いた。詳細は、文献 [13] を参照されたい。以下に一次元問題における補正方法を示す。いま、Fig. 1 のように時刻 t^n において界面が i 番目と $i+1$ 番目の格子点の間に存在する場合を考える。この時、補正対象となるのは i 番目と $i+1$ 番目の格子点となる。時刻 t^{n+1} において、以下の三通りの界面位置における補正を考える。

- (1) 界面が前の時間と同じ格子点間に存在する場合。
- (2) 界面が前の時間に存在していた格子点の位置から、右隣の格子点間の位置に移動する場合。
- (3) 界面が前の時間に存在していた格子点の位置から、左隣の格子点間の位置に移動する場合。

時刻 t^{n+1} における界面位置を次のように表現する。

$$\theta^{n+1} = \frac{\varphi_{i,j,k}^{n+1}}{\varphi_{i,j,k}^{n+1} - \varphi_{i+1,j,k}^{n+1}} \quad (5)$$

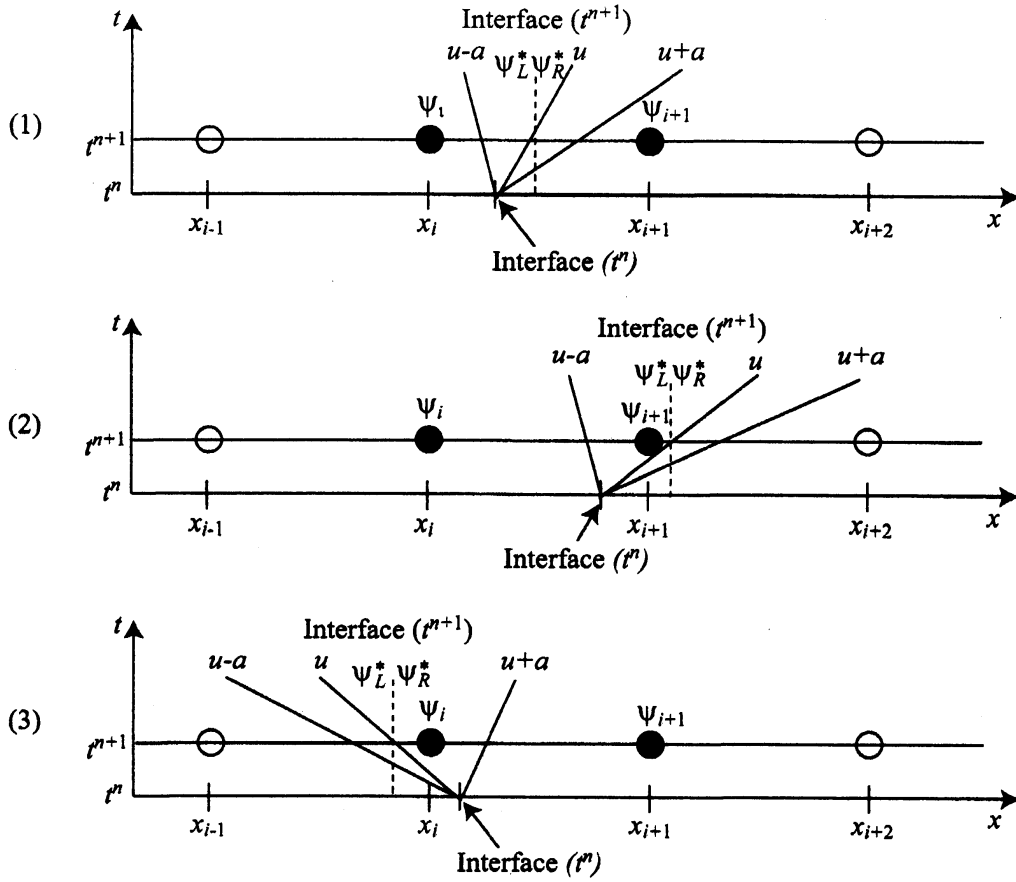


Fig. 1: Correction of boundary nodes (1D).

式(5)から、界面 θ^{n+1} は、 $\theta^{n+1} = 0$ の時には i 番目の格子点上に、 $\theta^{n+1} = 1$ の時には $i+1$ 番目の格子点上に、 $0 < \theta^{n+1} < 1$ の時には i 番目と $i+1$ 番目の格子点の間に存在することになる。また、 $\theta^{n+1} < 0$ の場合は、界面が格子点を越えて左側の格子点 i と $i-1$ の間に移動したことになり、 $\theta^{n+1} > 0$ の場合は、界面が格子点 $i+1$ を越えて右側の格子点 $i+1$ と $i+2$ の間に移動したことになる。

界面位置 θ^{n+1} を用いて、 i 番目と $i+1$ 番目の格子点の値は、以下のように補正される。

$$\psi_i^{n+1} = \begin{cases} \psi_R^* & \text{if } \theta^{n+1} < 0 \\ \psi_{i-1}^{n+1} - \frac{\psi_{i-1}^{n+1} - \psi_L^*}{1 + \theta^{n+1}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$\psi_{i+1}^{n+1} = \begin{cases} \psi_L^* & \text{if } \theta^{n+1} > 1 \\ \psi_{i+2}^{n+1} - \frac{\psi_{i+2}^{n+1} - \psi_R^*}{2 - \theta^{n+1}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 ψ は補正する物理量、 ψ_L^* 、 ψ_R^* は、それぞれ界面での左側および右側のリーマン解を表している。

多次元問題の場合には、一次元の場合の補正をそれぞれの方で行い、反復計算を行うことで、近似的に多次元問題に拡張する。

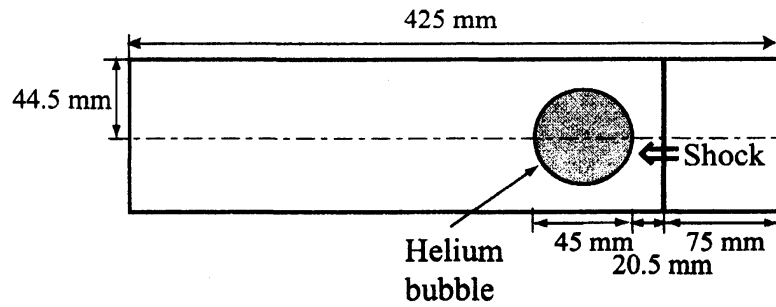


Fig. 2: A schematic of computational domain.

3. 衝撃波と気泡との干渉

3.1 ヘリウム気泡と空気衝撃波との干渉

Mach 数 1.25 の空気の衝撃波と球形ヘリウム気泡との干渉問題を計算した結果を以下に示す [14]. 本計算は Haas & Sturtevant の実験 [15] に対応している. 本計算対象のような気体-気体の圧縮性二相流の問題では, 通常の Ghost Fluid 法を用いても界面での数値振動は起こらないため, Riemann 解を用いた物理量の補正は行っていない. Fig. 2 に気泡の初期配置を示す. 上下の境界条件は固体壁境界条件, 左右の境界条件は自由境界条件とした. また, 中心線上で対称となるように境界条件を設定し, 44.5 mm × 425 mm の計算領域を 89 × 850 の格子で分割した. また, 各領域の初期値は, Mach 数 1.25 で空気の音速を 430 m/s となるように無次元化し, 以下のように与えた.

pre-shocked air: $\rho = 1$, $u_r = 0$, $u_z = 0$, $p = 1$

post-shocked air: $\rho = 1.4286$, $u_r = 0$, $u_z = -0.4437$, $p = 1.65625$

helium: $\rho = 0.1819$, $u_r = 0$, $u_z = 0$, $p = 1$

ここで, u_r は円筒座標系における半径方向の速度, u_z は対称軸方向の速度を表している. また, 気体は状態方程式 (比熱比 γ) に従うものとした. なお, Haas & Sturtevant のヘリウム気泡の実験においては, ヘリウム気泡内に空気が 28% 混入していたため [15], ヘリウムの比熱比としては純粋なヘリウムの比熱比ではなく, $\gamma = 1.648$ とした [16]. また, 空気の比熱比は $\gamma = 1.4$ とした. この問題について, Level Set 関数の再初期化に 5th order WENO スキームを用いた場合 (Case (a): HPLS 法を使用しない) と HPLS 法を用いた場合 (Case (b)) の二通りで計算し, 計算結果を比較した.

Fig. 3 に Case (b) の計算結果と実験との比較を示す [14]. 気泡と衝撃波が干渉すると, 上流側の気泡の表面が変形し, やがてジェットが形成される. ジェットは下流側の気泡表面を貫通し, 貫通部付近では, 強い渦構造が形成される. そのため, Fig. 3(iv) では気泡は渦によって巻き込まれるような変形をしている. その後, 渦によって巻き込まれるように変形した下流側の気泡塊はリング状になり, 上流側の気泡から離脱し, 下流側に流されていく. 計算と実験を比較してみると, Case (b) の数値計算結果は, 気泡の形状やリング状の気泡塊の形成など実験結果と良く一致していることがわかる.

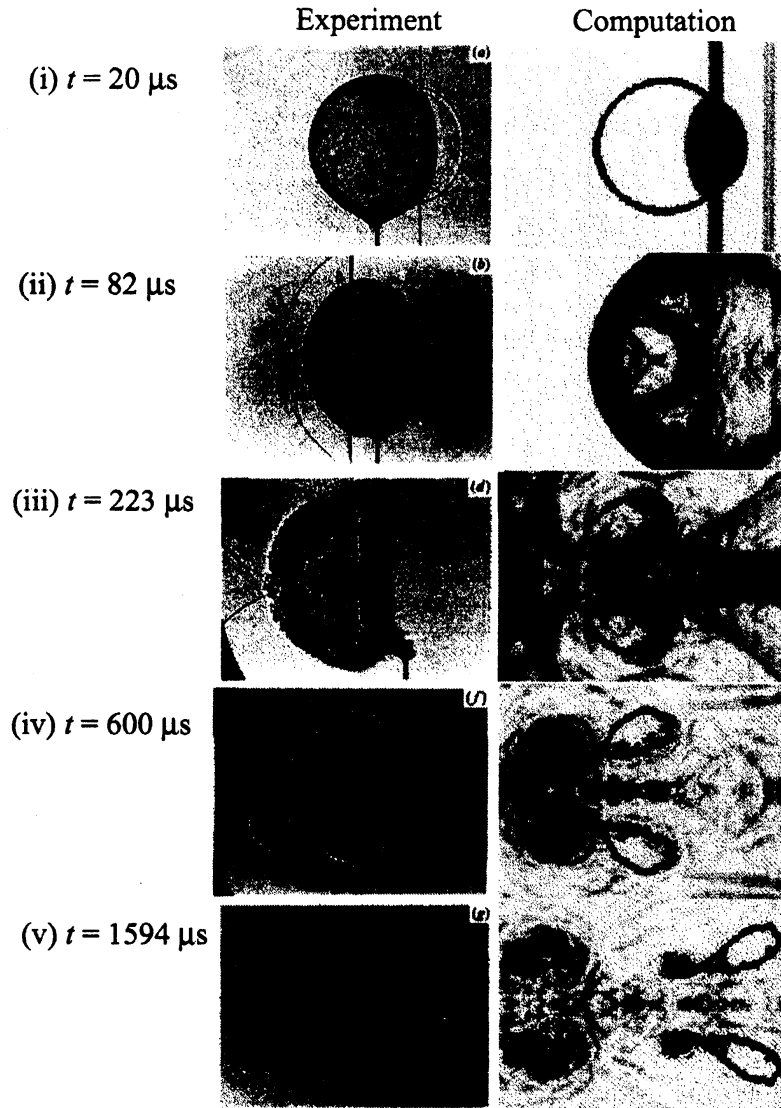


Fig. 3: Comparison between numerical schlieren images and experimental shadowgraphs [15] for shock-spherical bubble interactions.

Fig. 4 に $t = 600 \mu s$, $t = 1594 \mu s$ における Case (a), Case (b) の気泡形状を, Fig. 5 にそれぞれの計算における体積変化率, 質量変化率を示す [14]. 体積変化率と質量変化率は次式で定義した.

$$\delta V = (V(t) - V(t = 0))/V(t = 0) \quad (8)$$

$$V(t) = \int H(\varphi) dV \quad (9)$$

$$\delta M = (M(t) - M(t = 0))/M(t = 0) \quad (10)$$

$$M(t) = \sum_{helium} \rho \Delta V_{i,j} \quad (11)$$

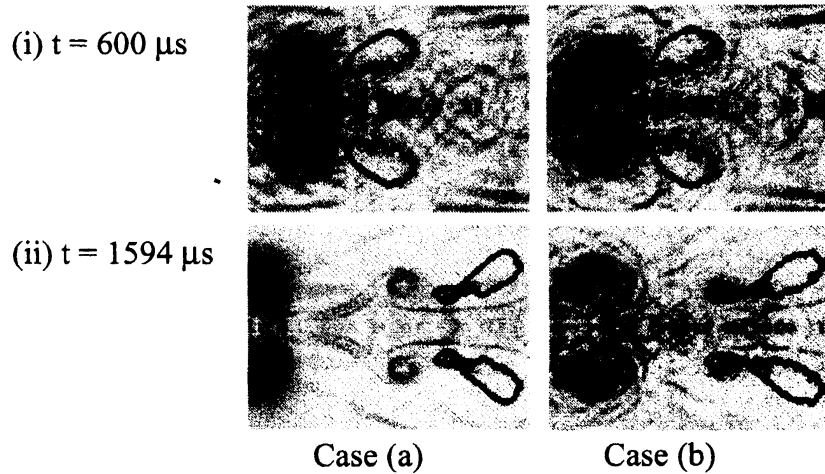


Fig. 4: Numerical schlieren images at $t = 600 \mu s$ and $1594 \mu s$.

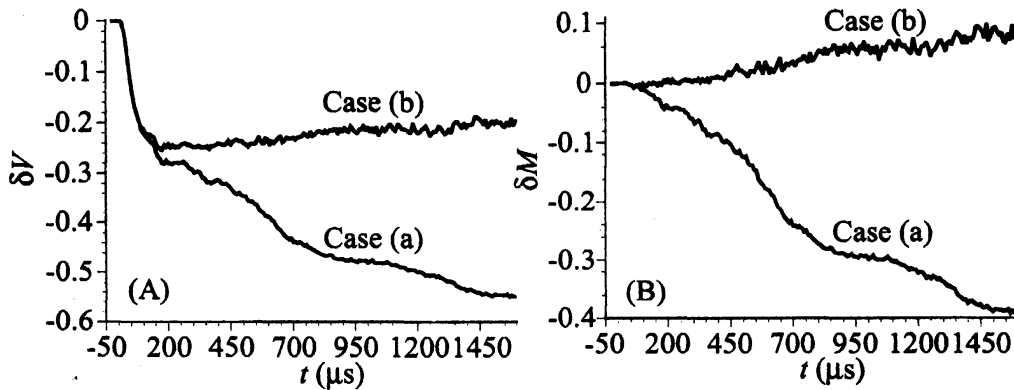


Fig. 5: Time histories of (A) volume ratio and (B) mass ratio for shock-spherical bubble interactions.

ここで,

$$H(\varphi) = \begin{cases} 1 & \varphi \leq 0 \text{ Helium} \\ 0 & \varphi > 0 \text{ Air} \end{cases} \quad (12)$$

$\Delta V_{i,j}$ は計算セルの体積である. $t = 600 \mu s$ の時の比較により, Case (b) においては上流側の気泡とつながっているリング状の気泡塊が, Case (a) では上流側の気泡から離れていること, リング状の気泡塊が Case (a) では小さいことがわかる. また, $t = 1594 \mu s$ においては, Case (b) ではリング状の気泡塊が上流側の気泡の前方に存在しているのに対し, Case (a) ではリング状の気泡塊が消滅している. これらは, Level Set 関数の時間発展ならびに再初期化の際の数値拡散によって, リング状の気泡塊の体積が減少するためと考えられる.

体積および質量変化率について見てみると, Case (b) では $t = 180 \mu s$ 付近から体積はほぼ一定で, 10% ほど質量が増加しているのに対し, Case (a) では $t = 180 \mu s$ を過ぎても徐々に体積と質量が減少していることがわかる. このことから, Case (a) では数値拡散

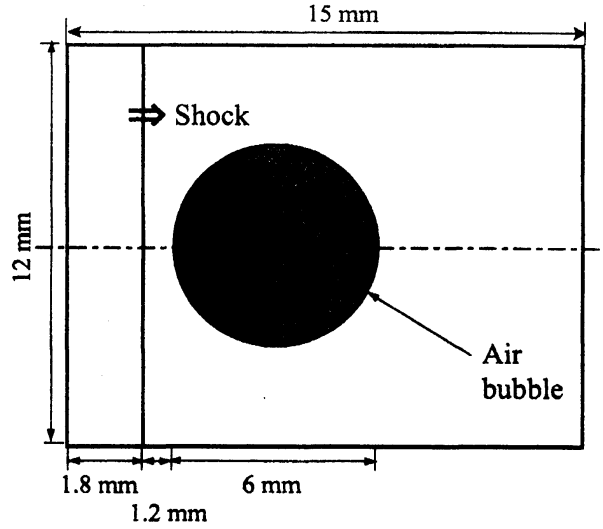


Fig. 6: Computational domain.

の影響が大きいことが確認される。なお, Case (b) で気泡体積, 質量がともに若干増加しているのは, リング状の界面部分のように非常に狭い領域に界面が集中すると, 格子解像度が不十分なため式 (11) の質量が大きめに評価されてしまうためと考えられる。

3.2 空気気泡と水衝撃波との干渉

この問題は, 通常の Ghost Fluid 法では界面付近で圧力振動が起こるので, リーマン厳密解を用いた補正を行った [13]. 状態方程式には, 水, 空気ともに式 (2) の stiffened gas 状態方程式を用いた. Fig. 6 に円筒状の二次元気泡の初期配置を示す. 上下左右の境界条件は自由境界条件としている. 中心線を挟んで上下対称であるため, 計算領域は上側半分の領域とし, 中心線上で対称となるように中心線上の境界条件を設定した. また, この上側半分の計算領域を 250×100 の格子で分割した. 計算の初期条件を以下に示す.

pre-shocked water: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $u = 0 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$, $p = 10^5 \text{ Pa}$

post-shocked water: $\rho = 1323.6478 \text{ kg/m}^3$, $u = 681.577871 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$,

$p = 1.9 \times 10^9 \text{ Pa}$

air bubble: $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$, $u = 0 \text{ m/s}$, $v = 0 \text{ m/s}$, $p = 10^5 \text{ Pa}$

時間刻みは, $\Delta t = 2.033 \times 10^{-9} \text{ s}$ とした. 本解析では, Ghost Fluid 領域の物理量の定義に際し, 以下の改良を施した [13]. すなわち, 空気の Ghost Fluid では, エントロピーと接線方向速度だけでなく圧力も空気側から補間して与えた (法線方向速度に関しては, 空気の Ghost Fluid の領域に実際に存在している水の法線速度を用いる). 一方, 水の Ghost Fluid では, エントロピーと接線方向速度だけでなく法線方向速度も水側から補間して与えた (圧力に関しては, 水の Ghost Fluid の領域に実際に存在している空気の圧力を用いる).

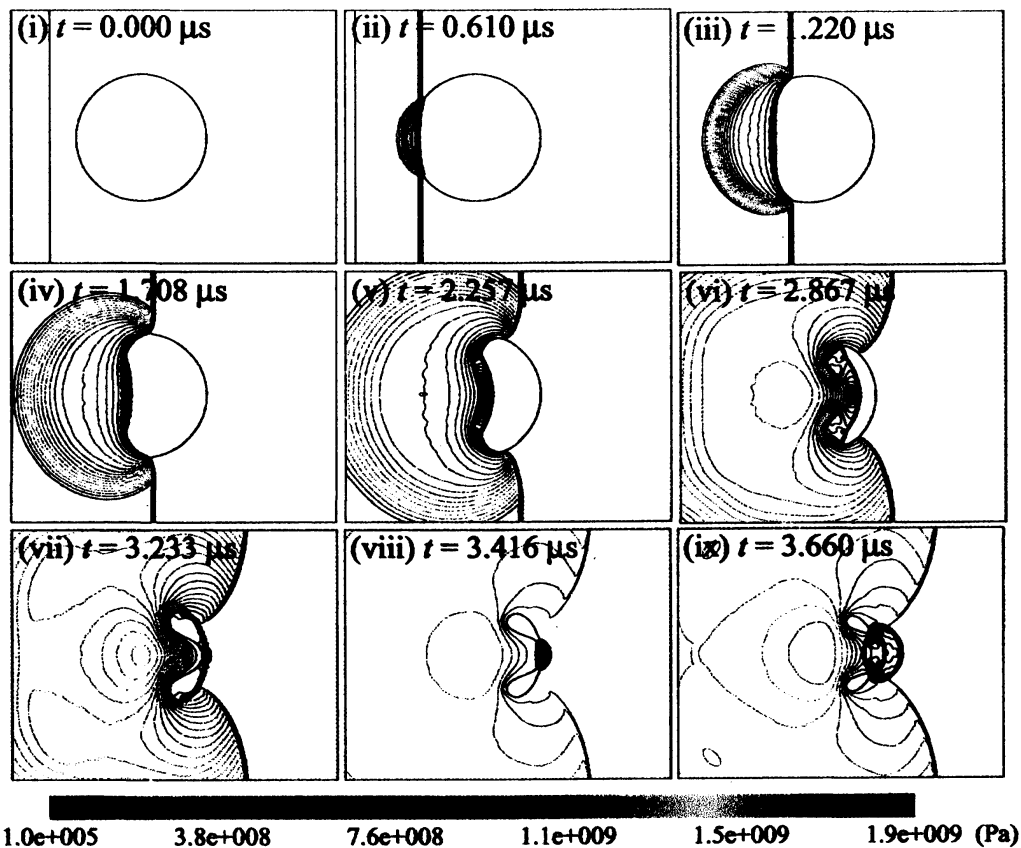


Fig. 7: Pressure distributions for shock-cylindrical bubble interactions in water.

界面追跡に HPLS 法を用いた場合の気泡形状と等圧線の時間変化を Fig. 7 に示す [13]. Fig. 7(i)~(iii) より, 水中の衝撃波が円筒形の空気気泡に衝突し, その一部が透過して気泡内を伝播し, 残りの大部分は反射して気泡の後方に強い膨張波が形成される様子がわかる. その後, (iv)~(v) において, 水中の衝撃波が界面近傍で膨張波と干渉し, 衝撃波が界面に沿って回り込みながら曲がり始め, 気泡は変形を伴いながら収縮する. (vi) では, 気泡の後方の水の圧力が上昇し, 衝撃波が気泡に衝突した側の界面からジェットが発生する様子がわかる. (vii) において, 気泡内を伝播した圧力波が下流側の気泡表面に衝突し, その後まもなく (viii) において, ジェットが下流側の気泡表面に衝突する. ジェットが衝突した際, 衝突面で非常に高い圧力が発生し, 圧力の最大値はおよそ 5.8 GPa となっている. その後 (ix) では, ジェットの衝突に伴う衝撃波が周囲に伝播する.

二個の円筒状の気泡と衝撃波との干渉問題の解析結果 (気泡形状と等圧線の時間変化) を Fig. 8 に示す. 気泡間距離と気泡初期半径との比を $L/R_0 = 2.4$, 衝撃波背後圧を $p_s = 10^8$ Pa としている. 衝撃波入射前の液体ならびに気泡内圧力は, $p_0 = 10^5$ Pa とした. なお, 上流側に気泡を Bubble 1, 下流側の気泡を Bubble 2 とする. 衝撃波背後圧が Fig. 7 よりも小さい本条件においては, Bubble 1 は入射衝撃波の衝突によって Fig. 7 の場合ほどは変形せず (Fig. 8(ii)), 衝撃波が通り過ぎた後に形成される周囲の高い圧力場によって変形しながら収縮していく (Fig. 8(iii)). Bubble 1 に遅れて, Bubble 2 も収縮していくが, Bubble 1 の変形の様子とは異なり, Bubble 1 の収縮に伴う流れ場により Bubble 2 は引き寄せら

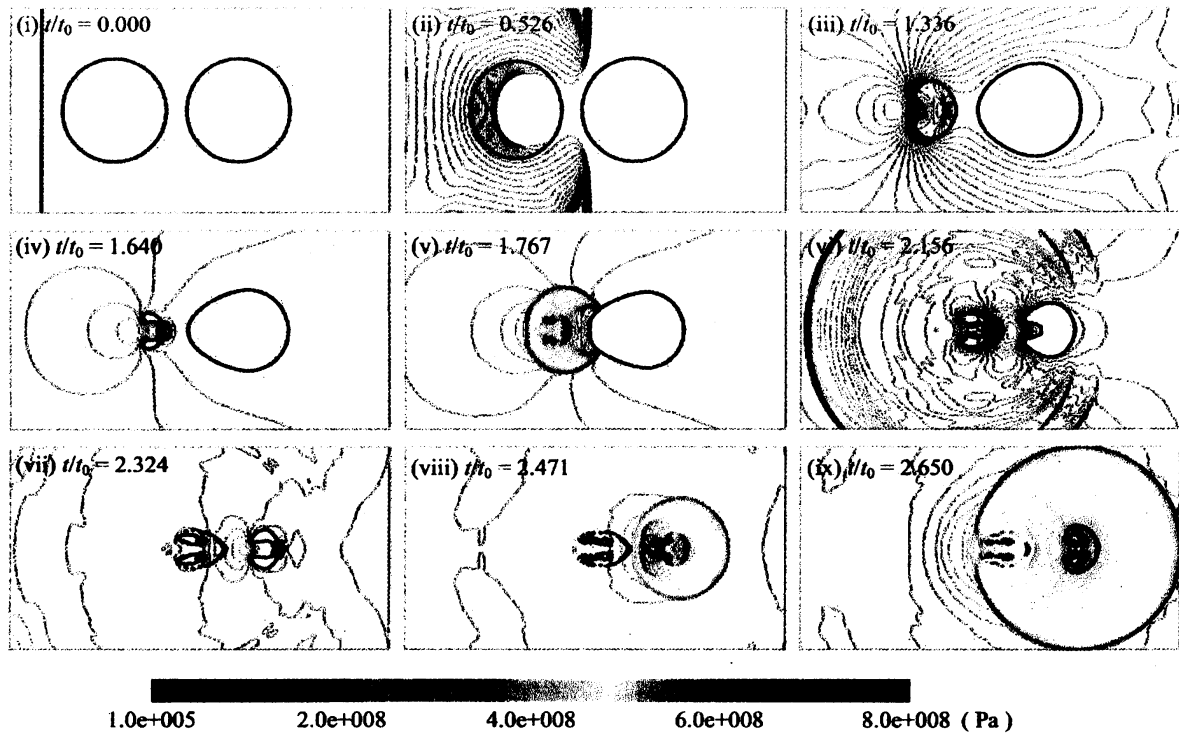


Fig. 8: Pressure distributions for the interaction between a shock wave and two in-line bubbles.

れ、卵状の形となる。その後、Bubble 1 に形成されたジェットが下流側の気泡表面に衝突する際に衝撃波が発生し (Fig. 8(iv)), それから多少遅れて、Bubble 1 が再膨張 (リバウンド) する際に衝撃波が発生する (以後、リバウンド衝撃波と呼ぶ)。リバウンド衝撃波は Bubble 1 の後方で干渉し高い圧力が発生する (Fig. 8(v))。その後、Bubble 2 にもジェットが形成され、ジェットは Bubble 2 の下流側界面に衝突し、衝撃波が発生する (Fig. 8(vi), (vii))。そして、リング状になった Bubble 2 の再膨張時にリバウンド衝撃波が形成される。Bubble 1 の時と同様に、リバウンド衝撃波は対称軸上で干渉し、高い圧力場を形成する (Fig. 8(viii))。Bubble 2 から発生したリバウンド衝撃波の最大圧力は、Bubble 1 から発生したその二倍以上になった。Bubble 2 から発生した衝撃波は Bubble 1 と干渉し、それに伴い Bubble 1 から再び衝撃波が発生する (Fig. 8(ix))。

Fig. 9 に Fig. 8 の Bubble 1, 2 の半径とそれらの内部の平均気体圧力を示す。ここで、 R は気泡の体積から見積もった気泡の等価半径、 R_0 は気泡の初期半径、 p_m は気泡内部の平均気体圧力、 p_0 は初期気泡内圧力である。Bubble 1 の半径は、 $t/t_0 = 1.725$ ($t_0 = R_0/\sqrt{\Delta p/\rho_s}$, $\Delta p = p_s - p_0$, ρ_s : 入射衝撃波背後の密度) のときに極小値をとり、その後リバウンドして極大値をとるが、その値は初期半径に比べて非常に小さい。これは、液体の圧縮性によるエネルギーの散逸による。その後、Bubble 1 は収縮し再び極小値をとる。二回目の半径の極小値は、最初の極小値に比べて若干大きい、気泡内の平均圧力は二回目のリバウンド時の値の方が一回目に比べて高くなった。これは、Bubble 2 の衝撃波が、Bubble 1 に干渉したことにより、Bubble 1 の一部が激しく収縮したことによるものと考えられる。

Fig. 8 の二個の気泡の右側に等間隔に一個の気泡 (Bubble 3) を追加し、三個の気泡と衝

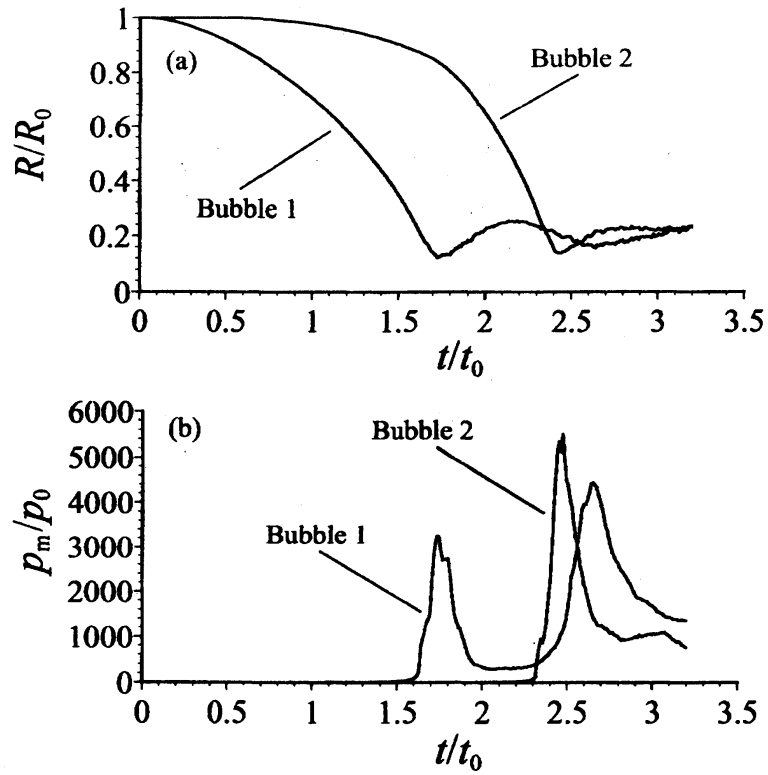


Fig. 9: Time histories of (a) bubble radii and (b) averaged internal gas pressures for two in-line bubbles.

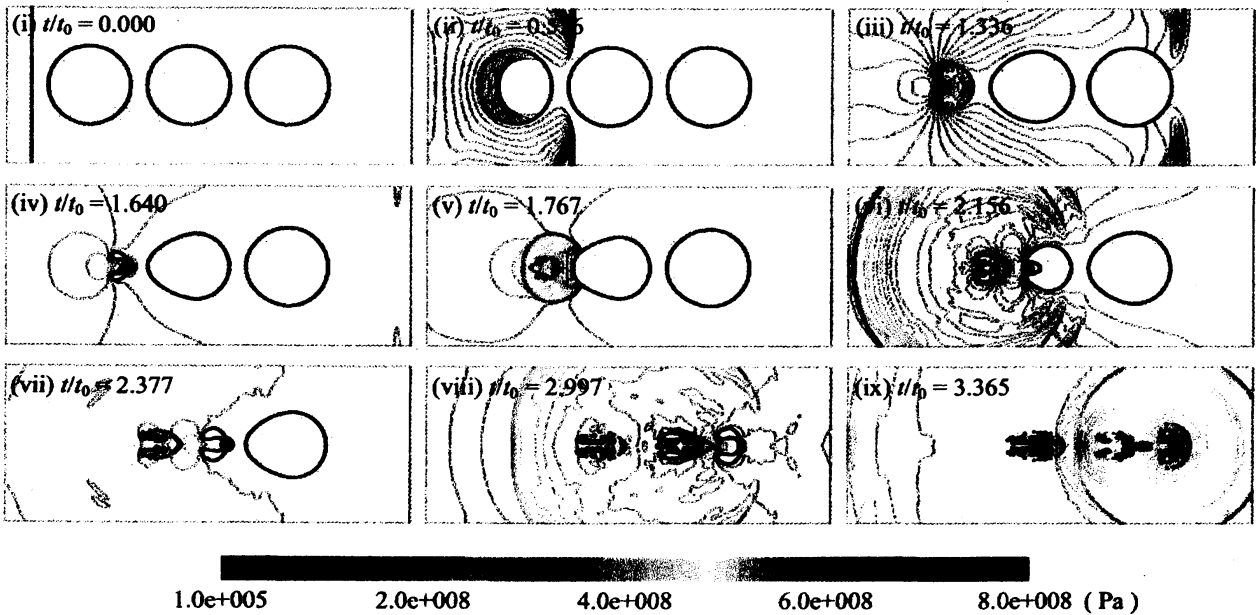


Fig. 10: Pressure distributions for the interaction between a shock wave and three in-line bubbles.

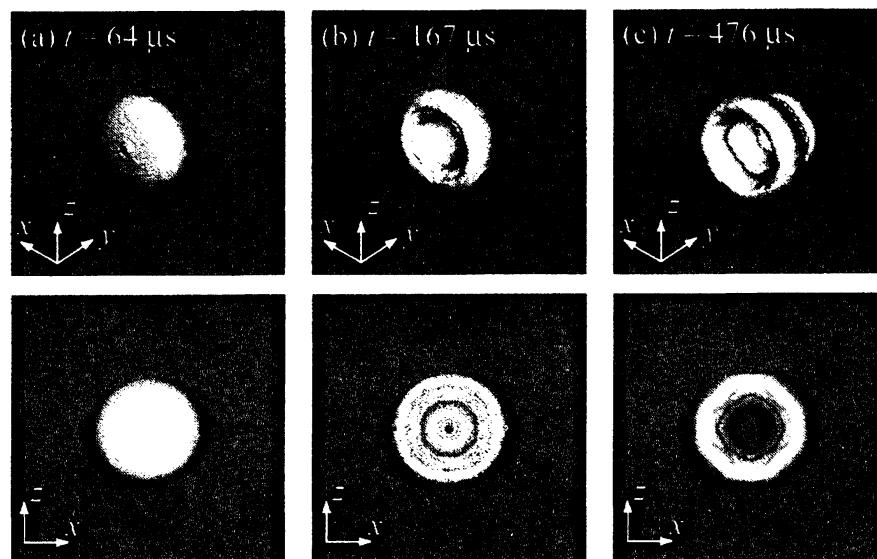


Fig. 11: Three-dimensional bubble shapes for air shock-helium bubble interactions.

撃波との干渉について計算した結果を Fig. 10 に示す。Fig. 10(ii)~(iv) からわかるように、本計算条件において、Bubble 1 に形成されたジェットが下流側の界面に衝突するまでは、Bubble 1 と Bubble 2 は Fig. 8 とほぼ同じ挙動を示す。実際、Bubble 1 のジェットが衝突する時刻は約 $t/t_0 = 1.640$ で Case (b) とほぼ同時刻であり、リバウンド衝撃波による発生圧力もほぼ同じである。これは、Bubble 1 の一回目の収縮過程では、Bubble 1 は Bubble 3 の影響を受けないことによる。一方、Bubble 2 については、ジェットが貫通する時刻は、Fig. 8 では $t/t_0 = 2.324$ であったのに対し、Fig. 10 では $t/t_0 = 2.377$ であり、Bubble 3 の影響を受けて遅れていることがわかる。それぞれの気泡のリバウンド衝撃波による発生衝撃圧力は、Bubble 1 と Bubble 2 では約 1.5 倍、Bubble 2 と Bubble 3 では約 1.8 倍と、下流の気泡ほど連鎖的に高くなっていた。このことから、気泡を衝撃波の進行方向に複数個並べたとき、発生衝撃圧力が連鎖して高くなる可能性があることがわかる。

3.3 三次元解析

Fig. 3 に示した軸対称ヘリウム気泡と空気衝撃波との干渉問題を三次元解析した結果 (気泡形状) を以下に示す。本計算では、 $44.5 \text{ mm} \times 425 \text{ mm} \times 44.5 \text{ mm}$ の計算領域を $44 \times 425 \times 44$ の格子で分割した。ただし、本解析では、HPLS による Level Set 関数の補正は行っていない。また、衝撃波面や気泡の位置は同様であるが、境界が矩形となっている点が、軸対称二次元計算との違いである。 x , z 方向の境界は固体壁境界と設定した。衝撃波は y 方向に進行する。計算によって得られた気泡形状の時間変化を Fig. 11 に示す。Fig. 3 と Fig. 11 を比較すると、ジェットの形成やジェット貫通後の渦構造の様子は、定性的に一致していることがわかる。

Fig. 12 に、球形空気気泡と水衝撃との干渉を三次元数値計算した結果 (気泡形状) を示す。本結果は、Fig. 7 の円筒空気気泡と水衝撃波 (衝撃波背後圧 1.9 GPa) との干渉問題を三次元に拡張したものである。本計算では、 $6 \text{ mm} \times 15 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$ の計算領域を $50 \times 125 \times 50$

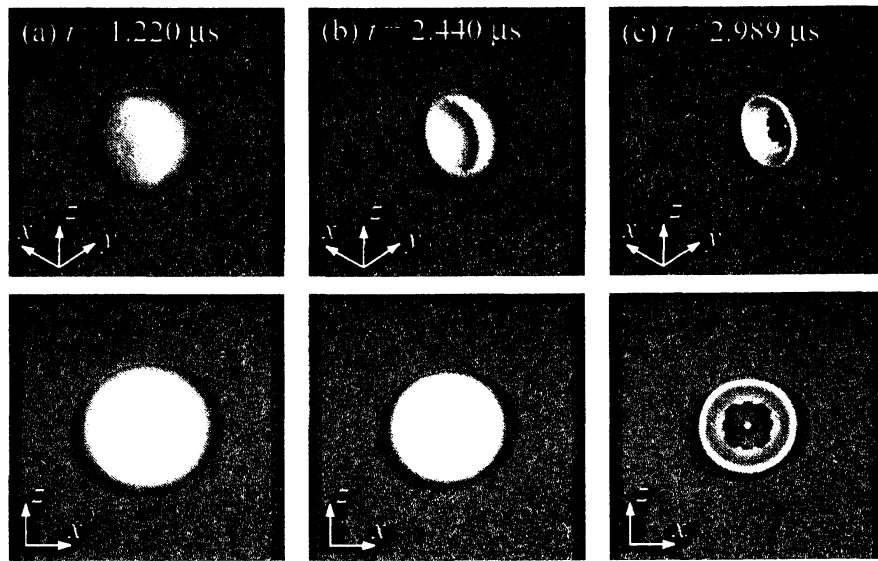


Fig. 12: Three-dimensional bubble shapes for water shock-air bubble interactions.

の格子で分割した。衝撃波は y 方向に進行する。ただし、本解析でも、HPLS による Level Set 関数の補正は行っていない。気泡は Fig. 12 のように変形する。Fig. 7 の二次元計算と比較すると、三次元気泡の方が二次元気泡よりも収縮速度が速くなり、ジェットが気泡表面を貫通する時刻が早くなっていることがわかる。また、図は省略するが、ジェット貫通時に形成される圧力場も三次元気泡の方が二次元気泡よりも高くなった。

以上の三次元解析では、格子解像度が二次元解析と比べて十分ではなく、HPLS による Level Set 関数の補正も行っていないため、質量の保存性は十分とはいえないが、本計算手法が直接的に三次元解析に拡張可能であることが示された。

3.4 ガラス境界近傍での気泡の崩壊

日本原子力研究開発機構では世界的に高出力の核破碎中性子源 [17] の開発が行われており、ターゲットには水銀が使用されようとしている。大強度のパルス陽子ビームが水銀ターゲット中に入射する際、液体水銀内部では急激な発熱反応に伴う熱膨張により圧力波が生じる。この圧力波が液体水銀中を伝播する過程で発生するキャビテーション気泡の崩壊が容器壁面の損傷を引き起こし、容器の寿命低下の原因となる。この現象の解明には水銀中での気泡の崩壊挙動を明らかにする必要がある。そこで、以下では、Ghost Fluid 法を用いて、水銀中での空気気泡と平面衝撃波との干渉による気泡の崩壊過程を解析した例を示す [18]。この問題では、水銀、空気、ガラスの三相の流れを直接計算により求めた。それぞれの相を模擬するために、各相の音響インピーダンスをもとに、式 (2) の定数 (Π と γ) を設定している。各相の界面の数値的な取り扱い、文献 [18] を参照されたい。

本計算では、気泡の初期半径 R_0 は 3 mm とし、水銀–空気–ガラス系における気泡の中心とガラス境界面との距離を 4.68 mm とした。入射衝撃波前後の圧力をそれぞれ 10^5 Pa 、 10^9 Pa とし、入射衝撃波の初期条件は Rankine-Hugoniot の関係によって定めた。また、一辺 0.06 mm の正方形格子を用いて計算領域を分割した。計算結果のシュリーレンイメー

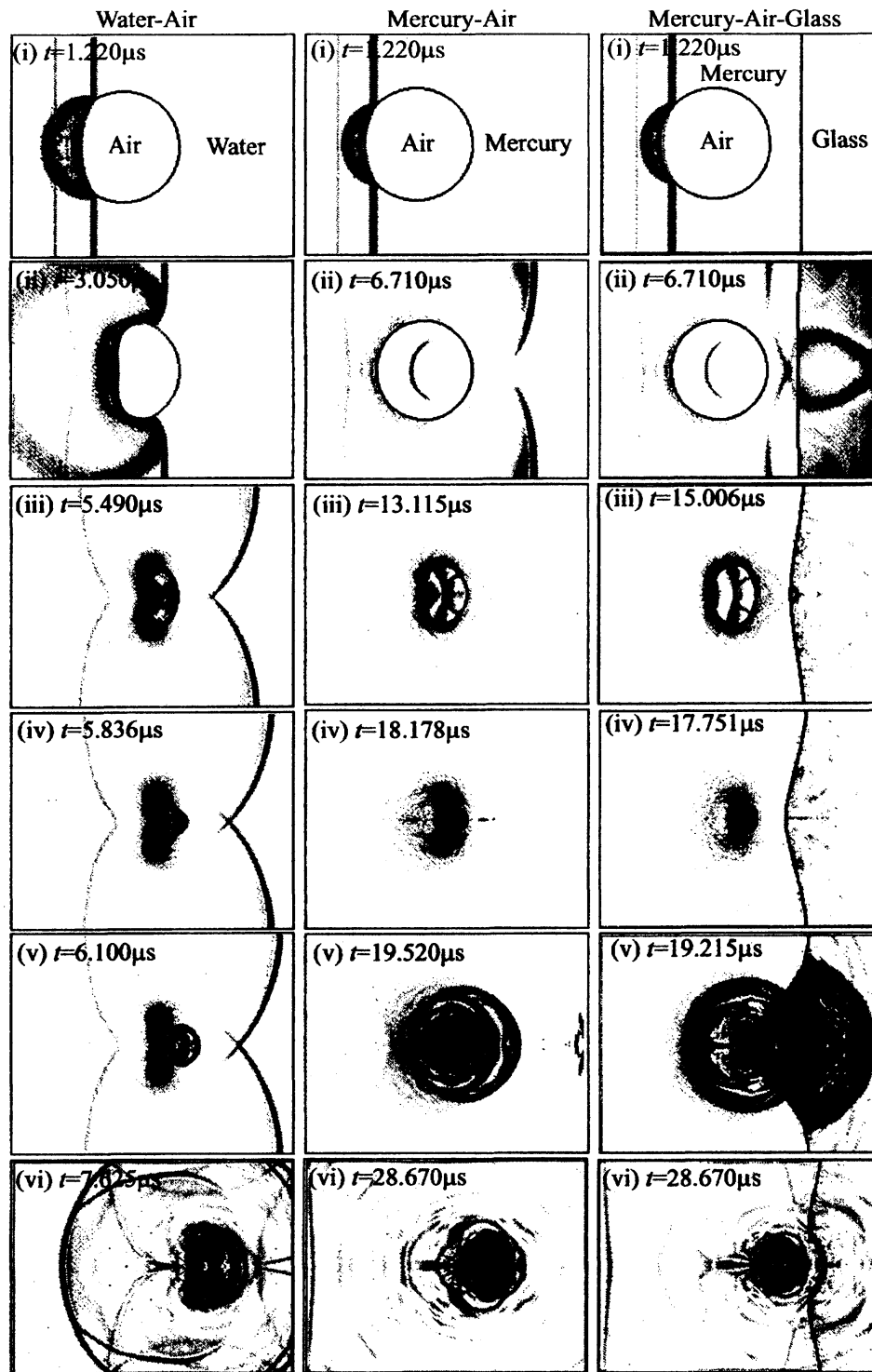


Fig. 13: Comparison of schlieren images for shock-bubble interactions.

Fig. 13に示す。左の図は水-空気系、中央の図は水銀-ガラス系、右の図は水銀-空気-ガラス系の計算結果である。

まず、水-空気系と水銀-空気系の比較について述べる。水-空気系に比べて、水銀-空気系の方が流体粒子の速度が遅く、衝撃波の伝播速度が遅い。そのため、同時刻 (Fig. 13(i))

では、水-空気系の方が、衝撃波が早く気泡に衝突・通過し、気泡の変形も早く引き起こされる。(ii) から、水-空気系では衝撃波の通過に伴って気泡の変形が見られるのに対し、水銀-空気系では衝撃波の通過後、徐々に変形を始めることがわかる。次に、(iii) では両者ともに気泡の後方がくぼみ、ジェットが形成されている。ただし、水-空気系では衝撃波が通過する途中からジェットが形成されるのに対し、水銀-空気系では衝撃波の通過後、気泡が収縮し体積が比較的小さくなってからジェットが形成されている。その後、(iv) でジェットが下流側の気泡表面に衝突し、衝突面で非常に高い衝撃圧力が発生する。衝撃圧力の極大値は水-空気系では約 2.5GPa、水銀-空気系では約 16GPa であった。これは、水銀-空気系においては気泡体積が水-空気系に比べて小さくなってからジェットが貫通するためである。水銀-空気系における衝撃波の衝突からジェット貫通までにかかる時間は、水-空気系の場合の約 3 倍になっている。(v),(vi) では (iv) で発生した非常に高い圧力の衝撃波が周囲に伝播する。

次に、水銀-空気-ガラス系について述べる。Fig. 13(ii) では、ガラスの音響インピーダンスが水銀の音響インピーダンスに比べて小さいため、ガラス境界面で膨張波が反射している。Fig. 13(iii) では気泡の後方がくぼみ、ジェットが形成される。その際、水銀-空気-ガラス系の方が水銀-空気系よりも上下方向に引き伸ばされた形状をしている。気泡の収縮が加速されるにつれて、ガラス境界面の中心部付近は気泡の方に変位する。Fig. 13(iv) においてジェットが気泡表面を貫通するが、ジェットが貫通するまでの時間は、水銀-空気-ガラス系の方が、水銀-空気系と比べて短くなる。このとき水銀-空気-ガラス系の衝撃圧力は約 20GPa であり、水銀-空気系よりも高くなっていた。これは、水銀-空気系よりも気泡体積が小さくなってからジェットが貫通するためである。なお、図は省略するが、気泡中心のガラス境界面方向の並進移動量は、水銀-空気-ガラス系の方が水銀-空気系よりも小さくなる。水銀-空気-ガラス系において、気泡の崩壊時間が短くなり、気泡中心の並進移動量が小さくなる傾向は、弾性境界近傍の気泡の崩壊挙動と類似している [19]。Fig. 13(v) では、ジェットが下流側の気泡表面に衝突した際の衝撃波ならびにリバウンド衝撃波が、ガラス内を伝播していく様子がわかる。その後、Fig. 13(vi) では、ガラス境界面の中央部にくぼみが生じる。これは材料損傷の機構を模擬しているものと考えられる。

4. おわりに

Ghost Fluid 法を用いて、気泡と衝撃波との干渉問題を数値計算した事例を紹介した。本解析で用いた Ghost Fluid 法には、Hybrid Particle Level Set (HPLS) 法の利用による質量保存性の改善と、気液界面での数値振動を抑制するために、Riemann 解を用いた界面近傍の物理量の補正していることに特徴がある。ヘリウム気泡と空気衝撃波との干渉問題を計算した結果、HPLS 法用いた本計算結果は、数値拡散が小さく質量保存性が良好であり、Haas & Sturtevant の実験 [15] と良く一致することが示された。また、単一または複数の空気気泡と水衝撃波との干渉問題を解析した結果、Riemann 解により界面近傍の物理量の補正を施した Ghost Fluid 法が気液界面での数値振動を抑制するために有効であること、複数気泡が衝撃波との干渉により崩壊する場合、下流側の気泡から高い衝撃圧力が発生する可能性があること等が示された。さらに、本手法が三次元解析にも適用可能で

あることが示された。最後に、本手法を水銀中におけるガラス境界近傍での気泡の崩壊問題に適用し、本手法によりガラス境界面の材料損傷をシミュレート可能なことを示した。

参考文献

- [1] Saurel, R. and Abgrall, R., *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 21 (1999), pp. 1115-1145.
- [2] Fedkiw, R., Aslam, T., Merriman, B. and Osher, S., *J. Comput. Phys.*, Vol. 152 (1999), pp. 457-492.
- [3] Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., *J. Comput. Phys.*, Vol. 114 (1994), pp. 146-159.
- [4] Takahira, H., Horiuchi T. and Banerjee, S., *ASME J. Fluid Eng.*, Vol. 126 (2004), pp. 578-585.
- [5] Fedkiw, R., *J. Comput. Phys.* Vol. 175 (2002), pp. 200-224.
- [6] Enright, D., Fedkiw, R., Ferziger, J. and Mitchell, I., *J. Comput. Phys.*, Vol. 183 (2002), pp. 83-116.
- [7] Toro, E. F., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, (1997).
- [8] Cocchi J. -P. and Saurel, R., *J. Comput. Phys.*, Vol. 137 (1997), pp. 265-298.
- [9] Nourgaliev, R., Dinh, N. and Theofanous, T., *Proc. 5th Int. Conf. on Multiphase Flow*, (2004), CD-ROM (Paper No. 494), Total 18 pages.
- [10] Shu, C. -W. and Osher, S., *J. Comput. Phys.*, Vol. 83 (1989), pp. 32-78.
- [11] Jiang, G. -S. and Peng, D., *SIAM J. Sci. Comput.*, Vol. 21 (2000), pp. 2126-2143.
- [12] Adalsteinsson, D. and Sethian, J.A., *J. Comput. Phys.*, Vol. 148 (1999), pp. 2-22.
- [13] 高比良裕之, 湯浅伸哉, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 72 (2006), pp. 2643-2651.
- [14] 高比良裕之, 湯浅伸哉, 日本機械学会論文集 B 編, Vol. 72 (2006), pp. 2634-2642.
- [15] Haas, J. -F. and Sturtevant, B., *J. Fluid Mech.*, Vol. 181 (1987), pp. 41-76.
- [16] Quirk, J. J. and Karni, S., *J. Fluid Mech.*, Vol. 318 (1996), pp. 129-163.
- [17] Futakawa, M. et al., *Proc. 6th Int. Symp. on Cavitation*, (2006), Total 6 pages.
- [18] Takahira, H., Matsuno, T. and Shuto K., *Fluid Dynamics Research*, accepted for publication.
- [19] Shima, A., Tomita, Y., Gibson, D. C. and Blake, J. R., *J. Fluid Mech.*, Vol. 203 (1989), pp. 199-214.