

異方性水成岩の弾性波速度の測定

西 武 照 雄・三 好 幸 男

ELASTIC WAVE VELOCITIES IN ANISOTROPIC SEDIMENTARY ROCKS

by Teruo NISHITAKE and Yukio MIYOSHI

Synopsis

Elastic wave velocities and elastic constants of shale and clay slate are measured using ultrasonic pulse method. Five independent elastic constants can be determined by three experiments using two samples with different directions. It is concluded that dilatational wave velocity along the direction of sedimentation is greater than that along the horizontal, and that shear wave velocity along the horizontal with particle motion in the direction of the horizontal is greater than that with particle motion in the vertical direction. ($SV < SH$)

1. 序

岩石の弾性係数測定は、数多く行われてきているが^{1),2)}、異方性を持った岩石の場合は、それ程、研究が行なわれていない様である。この主な理由は、岩石の異方性の物理的意味が、まだ充分、分っていないためでもあり、同時に、異方体のために測定すべき独立な弾性係数の数が多いので、測定が、やや困難になるためでもあるということであろう。

しかし、地震波や人工爆破による地殻の構造が、次第にくわしく調べられて来ている現在、地域的な弾性的異方性が、問題になって来る可能性も出てきているようである。

ここで著者は、比較的、異方性がはっきりしている層状堆積岩について、簡単に弾性係数が求められる方法を考案して、その弾性係数を求めてみた。

従来のパルス法による異方体の弾性測定は、独立な弾性係数の数と同じだけ、異った方向のサンプルを作り、その縦波速度を求めるか、又は、縦波と横波を必要な数だけ異った方向について測るといったやり方である²⁾。

この方法だと、独立な弾性係数の数だけ、測定せねばならないばかりでなく、波のエネルギー方向と、弾性波の方向がちがっているための、ふたしかさを伴うものである。

この論文に於ては、常にエネルギーと波の方向が一致し、そのような、ふたしかさが生じないようにして、層状の水成岩の弾性波速度をしらべたものである。

2. 板を通る弾性波の到着時刻

層構造の物質の板を考え、弾性波の進む方向は、垂直方向で、板の表面も、層に垂直であるとする。

層構造だから軸対称とする。板を2次元的に取りあつかうため、すべての振動は、波の進む上述の結晶軸とほかのも1つの結晶軸によって出来る平面内に限るとする。この2つの結晶軸を結晶の z , x 軸とすると、 x 軸と ϕ の角をなす方向の弾性波速度 V は、次の方程式をみたす³⁾。

$$\begin{vmatrix} \lambda_{11} - \rho V^2 & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} - \rho V^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\lambda_{11} = C_{11} \cos^2 \varphi + C_{44} \sin^2 \varphi$$

$$\lambda_{12} = (C_{13} + C_{44}) \sin \varphi \cos \varphi$$

$$\lambda_{22} = C_{33} \sin^2 \varphi + C_{44} \cos^2 \varphi \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, ρ は密度, $C_{11}, C_{13}, C_{33}, C_{44}$ は弾性係数である。

波の進行方向は z 軸であるので, z 軸方向の縦波速度を V_p とすると V_p は上式に $\varphi = 90^\circ$ を入れて,

$$V_p = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり, 更にサンプルの長さを L とすれば, 到着時刻 T_p は

$$T_p = \frac{L}{V_p} \quad \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。

ふつうの結晶でも縦波が一番速く横波が早い結晶は知られていないので, 上式は, 第1到着波の時刻を示す。

次に到着する波は Fig. 1 に示すように, OABO' のような径路をもったものである。ここで波は OA までは縦波で, A で横波に変わり, AB 間をその方向の横波速度で伝わり, 更に, B で再び縦波に変わって, O' に到着するものである。

Fig. 1 に示すように, AB と x 軸のなす角を φ_c とすると φ_c は臨界角であり, 次の式をみたす⁴⁾。

$$\frac{\sin 90^\circ}{V_p} = \frac{\sin \varphi_c}{V_s} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで V_s は, 横波速度であり, $\varphi = \varphi_c$ とおけば, (1) 式をみたすものである。従って, φ_c は次式で与えられる。

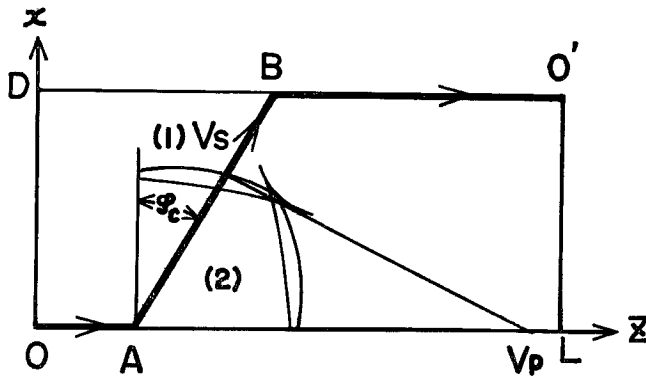


Fig. 1 Path of the wave. OABO' indicates the path of the second-arrival-wave. (1) and (2) are the velocity and wave surface respectively.

$$\begin{vmatrix} \lambda_{11} - \rho V_p^2 \sin^2 \varphi_c & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} - \rho V_p^2 \sin^2 \varphi_c \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで λ_{11} 等では $\varphi = \varphi_c$ を代入してある。

第2到着波の時刻 T_e は

$$T_e = \frac{OA + BO'}{V_p} + \frac{AB}{V_s} \quad \dots\dots\dots (7)$$

であたえられ、第1, 第2到着波の時間差 t_i は

$$t_i = T_e - T_p = \frac{D}{V_p \tan \varphi_e} \quad (8)$$

で与えられる。ここで D は、板の厚さ (x 軸方向の板の厚さ) である。

上式から

$$\sin \varphi_e = \frac{D}{\sqrt{V_p^2 t_i^2 + D^2}}, \quad \cos \varphi_e = \frac{V_p t_i}{\sqrt{V_p^2 t_i^2 + D^2}} \quad (9)$$

が求められるから、これを (6) 式に入れたと、

$$\begin{vmatrix} \lambda_{11} - \rho V_p^2 \frac{D^2}{V_p^2 t_i^2 + D^2} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} - \rho V_p^2 \frac{D^2}{V_p^2 t_i^2 + D^2} \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

が得られる。上式は、縦波と第2到着波の時間差であって $t_i = 0$ の解も含まれているが、これは、変成しないで到着した縦波も含むからである。上式をとり、

$$t_i = \sqrt{\frac{(C_{33}C_{44} + 2C_{13}C_{44} + C_{13}^2)\rho D}{C_{11}C_{33}C_{44}}} \quad (11)$$

を得る。

以上から、更に n 回板を横波で横切る波の到着時間も含めて、到着時刻 t は

$$t = \frac{L}{V_p} + n t_i \quad (12)$$

で与えられる。

上式は、 x, z 軸平面内でのことであるが、他の軸に関しても、同様なことがいえる⁵⁾。ここで一つ疑問の点は、板を横波で横切る際は、エネルギーと波の方向が、一致していないのではないかという点である。このことはたしかに横切りの場合の波の方向と、エネルギーの方向は一致しないが、波が、表面で、変成して、縦波になった場合、以後は、 z 軸上の平面波であって、いづれの径路をとっても、到着時間は、同一である。何となれば、波面は Fig. 1 で示すように $V_p V_s$ 線上にあり、この線上の波動は O' においては、すべて同一時刻に到着するのである。

従って、径路のちがひによるふたしかさは生じない。

3. 実験および結果

使用したサンプルは、いづれも、極めて、明瞭な平行層状の水成岩であり、層と直角方向の異方性は、弾性的にたしかめてみた結果縦横両波とも異方性が1%以下であって、殆んどないと考えてよいものである。

従って、これ等は、六方晶系 (又は軸対称系) に属する岩石であると結論してよいものであり、従って、求める弾性は $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{33}, C_{44}$ の5個である。ここで、 c 軸 (z 軸) の方向は、層に直角な方向にとつてある。

サンプルは、層に対して、Fig. 2 で示すように切り取った、直六面体である。各面は、応用光学研究所で、光学平面に仕上げてもらった。

実験したサンプルは、おのおのの母岩から種々の方向で、形状も異った5~6種の直方体であるが、実際に必要なのは、Fig. 2 に示すように2種類だけでよい。他のものは、3軸異方体かどうかという点と、到着した波が、どの面からの exchanged wave かしらべるのに用いた。 z 軸方向に伝わる波をしらべるサンプルでは、断面は正方形にした。これは軸対称であるからである。層に平行な方向に伝わる波をしらべるサンプルでは、層に平行な面の間の厚みを長く、層と直角な面の間の厚みを短くした。これは、層と直角な面による exchanged wave が早く出て、明瞭になるためばかりでなく、他の面からの exchanged wave は、第1のサンプルの交換波と函数関係が成立して、 C_{13} 等をきめるのに役に立たないからである⁵⁾。

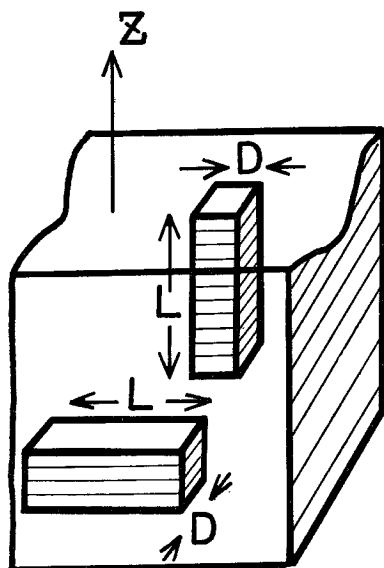


Fig. 2 Directions of the rock samples referred to the direction of sedimentation (z -axis).

Table 1 に、各サンプルの寸法を記入してある。

弾性係数を求めるためには、 z 軸に長いサンプルで、 z 軸方向の縦波速度及び第 2 到着波の式

$$t = t_0 + nt_i$$

$$t_0 = \frac{L}{V_3}$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}$$

$$t_i = \sqrt{\frac{(C_{13}^2 + 2C_{13}C_{33} + C_{33}C_{44})\rho}{C_{11}C_{33}C_{44}}} D$$

を用いた。振動子は、円形で、周波数 10Mc/sec の X -cut 水晶である。

又、 z 軸方向の横波には、チタン酸バリウムの S 波振動子（4 枚の結晶板をはり合わせて、廻転を生じさせる）で、周波数は 500 kc/sec のを用いた。式は

$$t_0 = \frac{L}{V_4}$$

$$V_4 = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$

である。

層に平行なサンプルでは、上述の X -cut 水晶で、

Table 1 Dimensions of the rock samples

Sample No.	rock	a (cm)	b (cm)	c (cm)	ρ (g/cm ³)
1	shale	0.6159	0.6160	2.5388	2.724
3	shale	2.5388	0.5273	0.6858	
5	Clay slate	0.6199	0.6223	2.650	2.646
8	Clay slate	2.5352	0.4790	0.7171	

a : length in x -axis (the direction perpendicular to sedimentation)

b : length in y -axis (the direction perpendicular to sedimentation and perpendicular to x -axis)

c : length in z -axis (the direction of sedimentation)

$$t = t_0 + nt_i$$

$$t_0 = \frac{L}{V_1}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$$

$$t_i = \sqrt{\frac{(C_{11} + C_{12})\rho}{C_{11}(C_{11} - C_{12})}} D$$

の式を用い、 t_0 および t_i を測定した。ここで D は層に直角な面間の厚みである。尚、上式最後のものは、前に述べた計算を x, y 平面でやれば、容易に求められる³⁾。上述 5 つの波の到着時刻から 5 つの弾性係数を求め得るものである。

装置の図を Fig. 3 に示す。

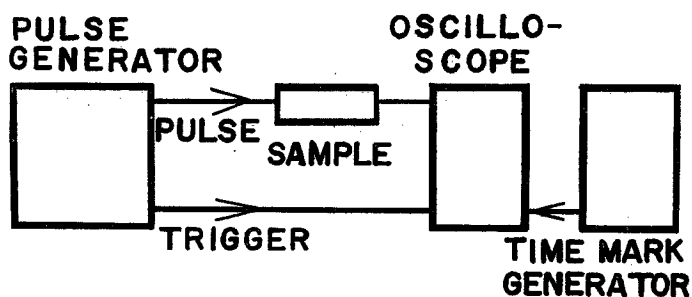


Fig. 3 Block diagram of the pulse experiment.

測定した水成岩は頁岩及び、泥板岩で、層状で、且つ軸対称と考えられる。泥板岩の色は、茶黄色で、頁岩は黒色である。

弾性波の記録を Fig. 4 に示す。

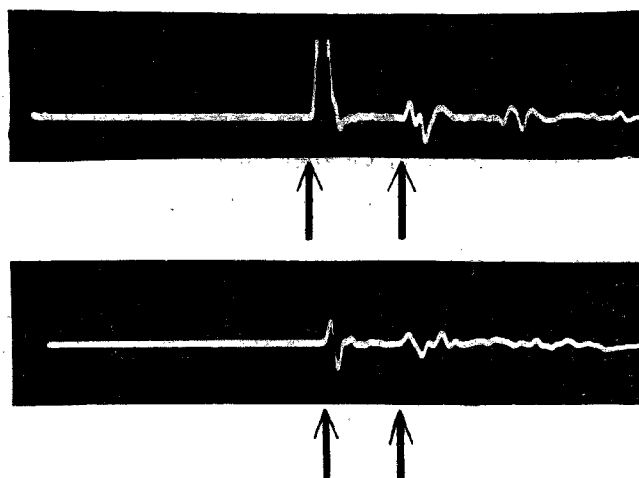


Fig. 4 Typical records of pulses. The arrows indicate arrival times of the first and second pulses. The upper and lower indicate the sample No.1 and 3 respectively.

Table 2 Elastic wave velocities and elastic constants of rocks.

km/sec	V_1	V_2	V_3	V_4
Shale	5.42	3.40	5.56	3.03
Clay Slate	5.81	3.12	6.06	2.88

$\times 10^{11}$ dyne/cm ²	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}
Shale	7.99	1.69	1.82	8.42	2.50
Clay Slate	8.95	3.80	3.70	9.71	2.20

V_1 : Velocity of dilatational wave in the direction perpendicular to that of sedimentation, $\sqrt{C_{11}/\rho}$.

V_2 : Velocity of shear wave in the direction perpendicular to sedimentation with particle motion in the horizontal line. (SH), $\sqrt{(C_{11}-C_{12})/2\rho}$.

V_3 : Velocity of dilatational wave in the direction of sedimentation, $\sqrt{C_{33}/\rho}$.

V_4 : Velocity of shear wave in the direction perpendicular to sedimentation with particle motion in the direction of sedimentation (SV)=velocity of shear wave in the direction of sedimentation, $\sqrt{C_{44}/\rho}$.

Note: z -axis is the direction of sedimentation.

Table 2 に、弾性波速度等の結果を示してある。

4. 結 論

用いた水成岩は、層がきわめて、著しいもので、どちらかと云えば特殊なものである。これから、すべての層構造水成岩についての弾性波速度を議論するのは、早計であるかも知れないが、ここでは、次のようなことが、云えると考えられる。

- 1) 縦波では、層に垂直方向の速度は、平行方向のそれより大きい。
- 2) 水平方向の横波では、層に平行に振動する波の速度は、垂直のそれより大きい。(SH>SV)である。又弾性波速度測定に関しては、
 - 1) 2種類のサンプルで、3回の実験により、六方晶系のすべての弾性係数が決定できる。
 - 2) 従来の方で2種の縦横両波を使った際、更に45°の角度のサンプルを必要としたが、この代りに c 軸に長いサンプルの交換波を用いて、 C_{13} の決定が出来る。

参 考 文 献

- 1) Hughes, D.S. and Cross, J.H.; Elastic wave velocities in rocks at high pressure and temperature. Geophys., vol.16, 1951, p.577.
- 2) Balakrishna, S.; Isotropic behavior of rocks. Curr. Sci., vol. A24, 1955, p.177.
- 3) A.E.H. Love; The mathematical theory of elasticity. Dover Pub. Inc. 1944.
- 4) Ossipov, I.O.; Reflection and refraction of plane elastic waves at the boundary of two anisotropic media. Izv. Geophys. Ser. No.5, 1961, p.649.
- 5) Nishitake, T. and Araki, J.; Transmission of elastic pulses in anisotropic plates. Mem. Ehime Univ. Sect. III vol.5, 1967, p.83.