

久保公式を用いた電子間相互作用 による電気抵抗の計算について

京大・基研 山 田 耕 作

(1986年2月17日受理)

§ 1. はじめに

重い電子系と総称されているセリウムやウランの系では、絶対温度 T の 1 次比例する電子比熱が通常の金属に比べ 2～3 桁大きい。 T^2 に比例する低温での電気抵抗は、通常の金属に比べてその係数が 5～6 桁大きいことが実験的に観測されている。この電気抵抗の T^2 -項を f 電子間のクーロン相互作用による散乱から求める計算を試みた。その過程で電子間の散乱による抵抗の計算に関して多数の理論家の方々から貴重なコメントをいただいた。要点はもし電子ガスを考えれば、電子同志の衝突は運動量を保存するので、 T^2 に比例する電気抵抗は生じないはずであるというものである。この結果はボルツマン方程式を用いれば簡単に導かれる。ところが久保公式の伝導率を求める式を用いると、抵抗はその逆数であるために難しいようである。いかげんな計算をすると T^2 に比例する抵抗が消えないのである。四苦八苦したあげく、多数の方々から参考文献¹⁾ や考え方を教えていただいたお蔭でなんとか抵抗を電子ガスの場合について消すことができた。討議に参加していただいた方々へのお礼をかねて簡単に要点を記し検討していただきたいと思う。

§ 2. 電子間相互作用による電気抵抗

今、反対向きのスピンをもつ電子間に U というクーロン相互作用が働いているとする。その時、波数ベクトル $\mathbf{k}$ をもつ電子の自己エネルギーの虚数部 $-r_{\mathbf{k}}$ ($r_{\mathbf{k}}$ は寿命の逆数) は図 1 の最

も簡単なグラフより

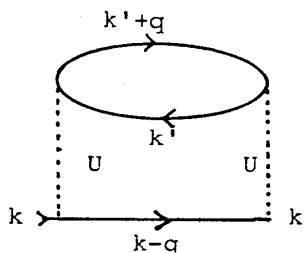


Fig.1

$$r_{\mathbf{k}} = \frac{2}{3} U^2 (\pi T)^2 \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{q}} \pi \rho_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \rho_{\mathbf{k}'} \quad (1)$$

で与えられる。ここで $\rho_{\mathbf{k}} = \delta(\mu - \epsilon_{\mathbf{k}})$ であり、 μ はフェルミエネルギーである。伝導率 $\sigma_{\mu\nu}(\mu, \nu = x, y, z)$ の本質的な部分は

$$\sigma_{\mu\nu} = 2e^2 \sum_{\mathbf{k}} \delta(\mu - \epsilon_{\mathbf{k}}) V_{\mathbf{k}\mu} A_{\mathbf{k}\nu} / 2r_{\mathbf{k}} \quad (2)$$

で与えられる。²⁾ $A_{\mathbf{k}\nu}$ は図2に示されたようなバーテックスで、同図に示された積分方程式を満たす。計算の詳細ははぶいて $r_{\mathbf{k}}$ と同様 T^2 に比例する項を計算すると次の関係式を得る。

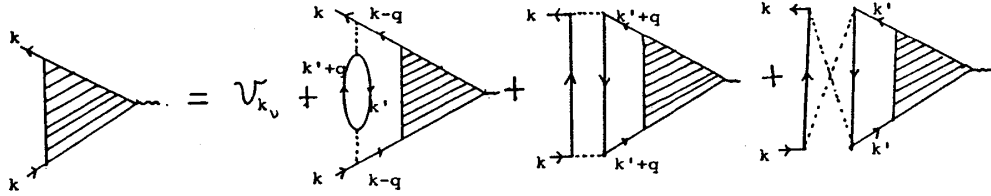


Fig. 2

$$A_{\mathbf{k}\nu} = V_{\mathbf{k}\nu} + \frac{4}{3} (\pi T)^2 U^2 \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{q}} \rho_{\mathbf{k}'} \rho_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \left\{ \frac{A_{\mathbf{k}\nu-\mathbf{q}\nu}}{2r_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}} + \frac{A_{\mathbf{k}'\nu+\mathbf{q}\nu}}{2r_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}}} - \frac{A_{\mathbf{k}'\nu}}{2r_{\mathbf{k}'}} \right\}. \quad (3)$$

ここで右辺の $\{ \}$ 内の3項は図2の右辺の3つのグラフから由来する。ここで

$$\Phi_{\mathbf{k}\nu} = A_{\mathbf{k}\nu} / 2r_{\mathbf{k}} \quad (4)$$

とおくと

$$V_{\mathbf{k}\nu} + \frac{4}{3} (\pi T)^2 U^2 \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{q}} \pi \rho_{\mathbf{k}'} \rho_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}} \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \{ \Phi_{\mathbf{k}\nu-\mathbf{q}\nu} + \Phi_{\mathbf{k}'\nu+\mathbf{q}\nu} - \Phi_{\mathbf{k}'\nu} - \Phi_{\mathbf{k}\nu} \} = 0 \quad (5)$$

を得る。ここで電子のフェルミ分布のずれが $\mathbf{k}$ に比例するとして $\Phi_{\mathbf{k}\nu} = k_{\nu} F$ とおくと(5)式の $\{ \}$ の部分は運動量の保存のために0になることがわかる。したがって(5)式は $V_{\mathbf{k}\nu} = 0$ の時 $\Phi_{\mathbf{k}} \propto \mathbf{k}$ の形の解をもつことがわかる。以上の結果は運動量が保存する時、ボルツマン方程式の散乱項が消えることに対応していると考えられる²⁾。その際、図2の右辺のバーテックス補正を考えることが重要であることを示している。3種のバーテックス補正は2次の自己エネルギーのグラフ(図1)の3本の電子線の夫々を引き伸ばし、それにさらにバーテックス補正をすることに対応している。図1のままの運動量を対応させて指定すれば、その運動量の和が消えるのは当然である。

もし、Umklapp過程を考えて $(k_{\nu} - q_{\nu}) + (k'_{\nu} + q_{\nu}) - k'_{\nu} - k_{\nu} = -K_{\nu}$ と逆格子ベクトル K_{ν} が残るとすると

$$F = V_{k_\nu} / (2 r_k K_\nu), \quad (6)$$

$$\Phi_{k_\nu} = V_{k_\nu} \frac{k_\nu}{K_\nu} \frac{1}{2 r_k}, \quad (7)$$

$$\sigma_{\mu\nu} = 2 e^2 \sum_{\mathbf{k}} \delta(\mu - \epsilon_{\mathbf{k}}) V_{k_\mu} V_{k_\nu} \frac{k_\nu}{K_\nu} \frac{1}{2 r_k} \propto T^{-2}. \quad (8)$$

となって T^2 に比例する抵抗が生じることになる。

ここでは簡単のために U^2 の項を用いて説明したが、一般に同時刻に 3 本の電子線を持つ自己エネルギーを持つグラフのみが T^2 に寄与するので、図 1 の電子間相互作用を正しい高次まで繰り込んだバーテックスを用いればよいことがわかる。その場合反平行スピンをもつ電子間の 4 本足のバーテックス $\Gamma_{\uparrow\downarrow}$ と反対称化された平行スピン間のバーテックス $\Gamma_{\uparrow\uparrow}^A$ を用いて (1) 式の r_k の U^2 を $\Gamma_{\uparrow\downarrow}^2 + \Gamma_{\uparrow\uparrow}^{A2} / 2$ でおきかえればよい。その形を用いれば前述の 3 種のバーテックス補正も T^2 に関しては全てをとり入れたことになり一般的に (5) 式が示されたことになる。

参考文献

- 1) T. Holstein, Annals of Physics, **29** (1964), 410.
- 2) G. M. Eliashberg, Soviet Phys. JETP, **14** (1962), 886. J. Exptl. Theoret. Phys. (USSR) **41** (1961), 1241.