

プラズマに於る最近の話題 (Ⅲ)

。ドリフト波不安定性と異常拡散

阪大工 天 野 恒 雄

§ 1 はしがき

§ 2 古典拡散と異常拡散

§ 3 ドリフト波不安定性と Bohm 拡散

§ 4 無衝突プラズマ中のドリフト波と Landan damping

§ 5 Normal mode と Quasi mode

§ 6 ドリフト波の準線型理論, モード間結合, トラッピング

§ 1. は し が き

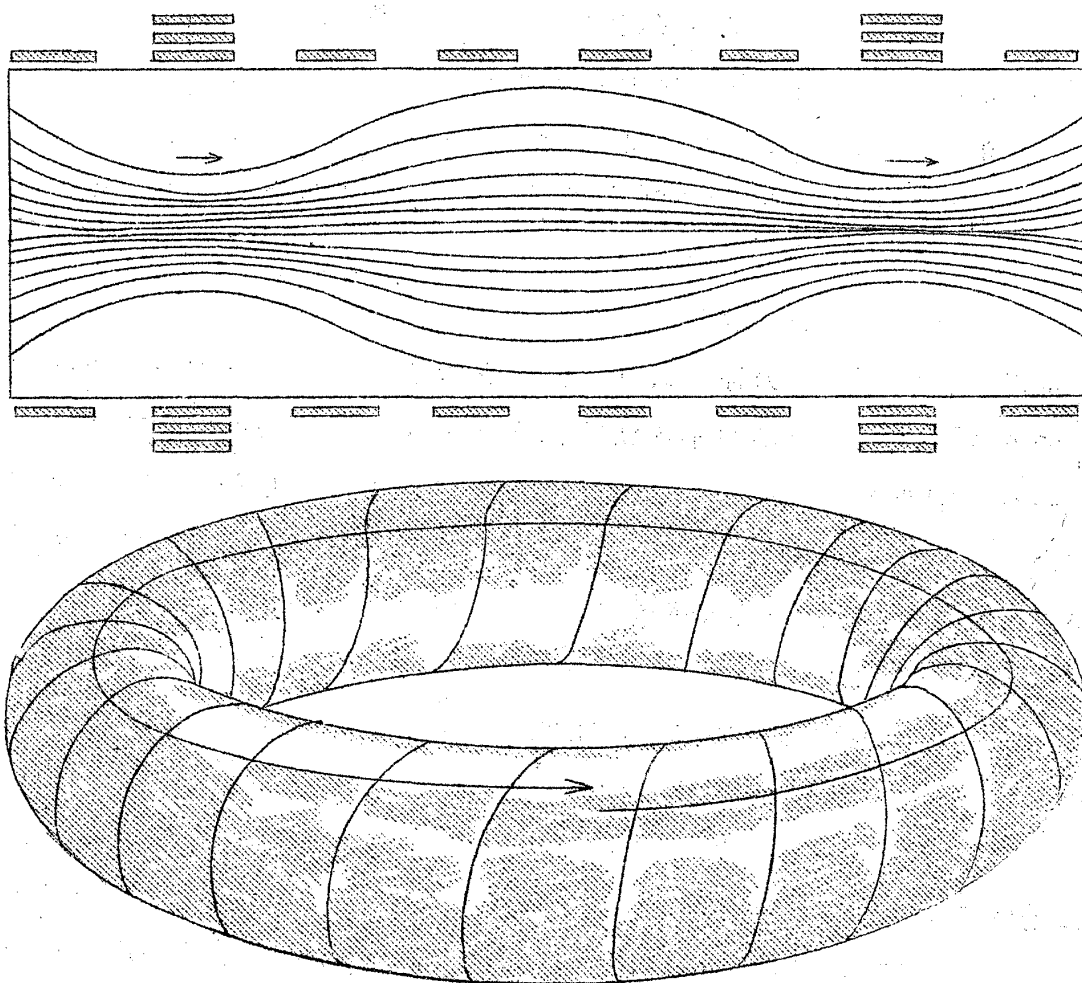
磁場中のプラズマの種々の輸送係数を求めることは物理的に興味のある問題である。プラズマが熱平衡状態にあるときは, この問題は電子イオン間のクーロン衝突から比較的容易に解くことができる。しかし, プラズマが不安定のために乱流状態になっているとき, 粒子の拡散, エネルギーの拡散などがどうなるかはむづかしい問題で, まだ満足できる形には解けていない。最近核融合研究にとってこの問題は重大な焦点になっている。

核融合を実現するためには, 密度 $10^{15}/\text{cc}$, 温度 1 億 $^{\circ}\text{K}$ のプラズマを約 1 秒磁場中に閉じこめる必要がある。荷電粒子は磁場に垂直な方向には Larmor 回転によって閉じこめられる, 磁力線に平行な方向には粒子は自由に動けるのでこの方向の粒子の閉じこめには, ミラーとトーラスという二つのタイプの磁場が用いられている。ミラーでは, Fig. 1 の上のように磁場は両端で強くなっている。粒子の運動の磁気モーメント $\mu = W_{\perp}/B$ ($W_{\perp}$ は粒子の磁場に垂直な方向のエネルギー, B は磁場の強さ) の断熱不変性と, エネルギー保存 $W_{\perp} + W_{\parallel} = \text{Const}$ を考慮すると B の小さい領域から大きい領域へ入った粒子は $W_{\parallel}$ が小さくなり, B_{max} にくるまでに $W_{\parallel} = 0$ にな

天野恒雄

る粒子ははね返されて閉じこめられる。最近になって、ミラーには致命的な欠かんがあることが理論と実験の両方から明らかになった。ミラーでは、 $W_{\perp}=0$ の粒子は閉じこめられないので、 $W_{\perp}$ の速度分布 $\int f(W_{\perp}, W_{\parallel}) dW_{\parallel}$ は $W_{\perp}=0$ の近くで、inverted population になり不安定が起るのである。この結果、速度空間で拡散が起り、 $W_{\parallel}$ の大きくなった粒子は直ちにミラーから逃げてしまう、ミラーが核融合の装置として生き残れる可能性は薄くなった。

Fig 1



トーラスでは、Fig. 1 の下のように装置の両端をドーナツ形につないで端をなくしてしまう。したがって粒子は磁場を横切ってしか逃げられない。もしこの拡散が電子とイオンの衝突によってのみ起る古典拡散で起るとする

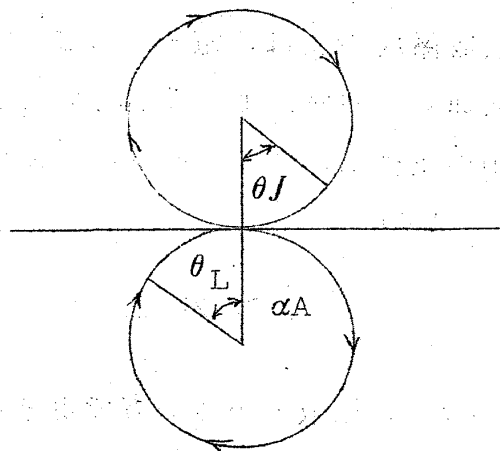
と1秒間プラズマを閉じこめる事は非常に容易である。しかし実際のトーラスの実験では、例えばプリンストンのステラレーターという装置に見られるように、古典拡散の数千倍早い異常拡散が起っている。この原因は約十年の間ナゾであったが、最近になってようやく、密度勾配が原因になって起るドリフト波不安定性によってプラズマが乱流状態になり異常拡散が起るということが確からしくなった。また、セシウムプラズマなど小さな装置で見つかった異常拡散もこのドリフト波不安定によるものであることがわかってきた。その後、この不安定の大部分を除去できるような new generation のトーラスが次々に生れている。

理論的な予想では、トーラスでプラズマの不安定性を完全に除去することはむつかしいが、その危険な部分を安定化してしまえば、残りの弱い不安定による拡散は、核融合にそれほど harmful ではない。しかし、この結論は最終的なものではない。Kadomtser は、この結論が正しいことを確かめるためには、プラズマ中の集団的な過程の完全な描像を得る一般的な目標のもとに、詳細な物理的研究を行うことが必要であると述べている。

§ 1. 古典拡散と Bohm 拡散

磁場によって閉じこめられたプラズマは、衝突によって磁場を横切って拡散する。Fig. 2 のように磁場に垂直に Larmor 回転している粒子の衝突を考えよう。弱電離プラズマを考え、衝突は中性粒子との衝突が主であるとする。密度勾配に直角な面 dA を左側から横切る単位時間単位面積あたりの粒子の流束は、荷電粒子の速度を v 、衝突の平均自由行程を λ とし、次のように与えられる。

Fig. 2



$$F_+ = \int_0^\infty n(S_L) \frac{v}{6\lambda} \exp(-S_L/\lambda) dS_L \quad (1)$$

ここに、 S_L は Fig. 1 の下の Larmor 軌道にさかのぼってとった経路である。 $n(S_L) v/\lambda$ は、単位体積、単位時間あたりの衝突数であり、 $1/6$ の係数は、衝突の結果 $1/3$ が x 方向に動き、さらにその $1/2$ が x の右の方向に動くからである。同様に、右側から横切る流束 F_- が求められる。両者の差 $F = F_+ - F_-$ は、 n を Taylor 展開し、 $S_L = r_0 \theta_L$, $x_L = -r \sin \theta_L$ (r_0 は Larmor 半径) etc. の関係を使い積分を行って、次のようになる。

$$F = -\frac{\lambda v}{3} \frac{1}{1+(\lambda/r_0)^2} \frac{dn}{dx} \quad (2)$$

衝突の平均自由時間 $\tau = \lambda/v$ と $r_0 \omega_c = v$ (ω_c は Larmor 周波数) を使うと拡散係数は、

$$D_+ = \frac{D_0}{1+(\omega_c \tau)^2} \quad (3)$$

になる。 D_0 は、磁場のない場合の拡散係数 $D_0 = \lambda v/3$ である。通常の電子とイオンの両方に対して $\omega_c \tau \gg 1$ の場合 $D_\perp \sim D_0/\omega_c^2 \tau^2$ であり、これは磁場の二乗に逆比例する。この式は、また一回のステップが Larmor 半径 r_0 、時間が衝突時間 τ_0 の random walk による拡散 $D_\perp \sim r_0^2/2\tau$ とも考えることができる。通常、 $\omega_{ce} \tau_e \gg \omega_{ci} \tau_i$ であるので、イオンの拡散係数 $D_\perp^i$ は、電子の $D_\perp^e$ よりずっと大きい。実際にはイオンと電子の拡散速度の相異によって電場が生じ、この電場がイオンの拡散を押えて、ほぼ中性条件 $n_i \simeq n_e$ をみたすような両極性 (Ambipolar) 拡散になる。このときの係数は

$$D_\perp^{AMB} \simeq 2D_\perp^e \quad (4)$$

になり、拡散の小さい方で定まる。¹⁾ この $D_\perp \propto B^{-2}$ (B は磁場の強さ) の拡散は、古典拡散 (Classical diffusion) とよばれている。

磁場中のプラズマの磁場を横切る拡散の実験は、第2次世界大戦中のウラン

同位元素の分離に関連して行われた Bohm のアークプラズマの実験にさかの²⁾ぼる。この実験の条件では $\omega_{ce} \tau_e \simeq 10^5$ で、(2)からは、 $D \simeq 20 \text{ cm}^2/\text{sec}$ が予想されたが、実際の値は $D \simeq 3 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{sec}$ であった。この結果について Bohm は次のように述べている。「プラズマの dynamic theory の研究から次のことが示される： 電子が衝突によって磁場を横切って拡散するとプラズマは不安定になり、振動の振幅は時間とともに指数的に増大する。この不安定の成長は、振幅の増大とともに利き出す非線形作用によって最終的にはとまる。この作用のなかでもっとも重要なのは、振動電場によって起される電子の drain, $c \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$ のドリフト^{*})であり、それは拡散係数を急速に増大させるが、この拡散は逆にプラズマの波を減衰させる。したがって、波の振幅のある大きさで、拡散係数は波の指数的な増大をちょうど打消すだけ大きくなり、系は定常状態になる。このバランスを起させるに必要な $D_{\perp}$ の大きさを理論的に計算すると

$$D_{\perp} \simeq \frac{10^8}{16B} \left(\frac{kT_e}{e} \right) \quad (5)$$

B in Gauss, kT_e/e in volts がえられ測定値とよく一致する。(5)の係数はファクター 2 の不定性がある。

この拡散係数は Bohm 拡散とよばれている・Bohm 自身は、その後この式をどうやって導びいたかを忘れたそうであるが、理論式というより実験式であろう。また Bohm は、 $D_{\perp}$ の T_e/B 依存性を調べたわけでもなく単に数値が合うだけであった。

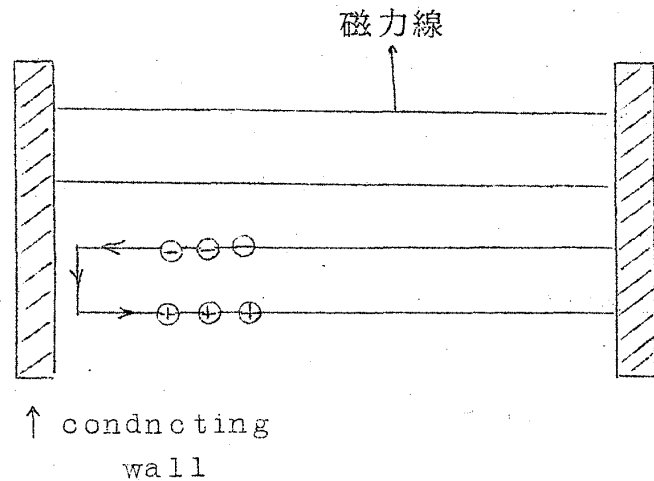
＊ 磁場に垂直な一様電場 $\mathbf{E}$ があるとき、荷電粒子の運動は、電場が消えるような系に、Lorentz 変換して求められる。つまり、

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} = 0$$

から定る $\mathbf{v} = c \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$ の速度で走っている系から見ると、粒子の運動は簡単な Larmor 回転になる。したがって、静止系で見た粒子の運動は、Larmor 回転に $\mathbf{v} = c \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$ のドリフトをたしたものになる。この結果は、電場が時間的に $e^{i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$ のように振動していても、 $\omega \ll \omega_c$ (サイクロトロン周波数) $k\rho \ll 1$ (ρ は Larmor 半径) ならば近似的に正しい。

この Bohm の実験は、1955 年に Simon によって批判的に再検討された。先に述べたように、イオンは Larmor 半径が大きいので衝突の結果電子より早く磁場を横切って拡散する。しかし、とり残された電子との荷電分離の結果できる磁場がイオンを引きもどして結局は拡散は遅い方の成分で定まる。しかし、Fig. 3 のような管の半径と磁場方向の長さが同じ程度であり導体が両端になっているような

Fig. 3



Bohm の実験では、両極性にならないというのが Simon の指摘である。電子は磁力線にそって自由に動き易いので、x 方向の荷電分離は電子が z 方向に矢印のように運動し、短絡してしまふことができる。従ってイオンは電場に妨げられずに拡散し、 $D_{\perp} \simeq D_{\perp}^i$ にな

って両極性拡散よりずっと大きくなり Bohm の実験の結果を説明できる。また Simon は詳しい実験を行って上のように解釈すると実験値は衝突による拡散 $D_{\perp} \propto \frac{1}{B^2}$ に有利であると主張した。

1958 年 Lehnert は、Simon の短絡効果が利かないように細心の注意を払い、細長い放電管（半径 5 mm，長さ 4 m）の陽光柱を用いた拡散の実験を行った。⁴⁾ この結果、ある critical な磁場の強さ B_c より小さな磁場 $B < B_c$ ではプラズマは正常な古典拡散を示すが、 $B > B_c$ で拡散が異常になることがわかった。

この実験は、1960 年に Kadomtsev と Nedospanov の理論によっ⁵⁾て見事に説明された。彼らは、 $B > B_c$ に対して陽光柱はスパイラル形の disturbance に対して不安定であることを示し、不安定な状態で異常拡散が起ると考えた。この不安定性は、後に述べるドリフト波不安定性の一つのタイプに属するが、磁場方向の電流の存在が必要である。この不安定性についてはよく知られているし、半導体プラズマの Oscillistor の現象の説明

に Glicksman によって使われているので、ここでは詳細には立ち回らないことにする。

いままで、弱電離プラズマについて考えたが、完全電離プラズマに関して事情は同じである。この場合の古典拡散は、(3) で衝突時間 τ として、電子・イオン間のクーロン散乱の時間をとればよい。Taylor は、熱平衡プラズマ中の電場のゆらぎと相関を fluctuation dissipation theorem を使って求め、この電場による $\mathbf{C} \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$ の random walk として (3) の古典拡散の結果がえられることを示している。⁷⁾ 電子・電子あるいはイオン・イオン間の同種粒子の衝突は d^2n/dx^2 のオーダーでは拡散に利かず d^3n/dx^3 のオーダーで拡散に利くことが知られている。

プラズマ中に不安定な振動が起っていないとき、拡散が古典拡散に従うことは、1961年 D'Angelo と Rynn によって完全電離のセシウムプラズマの実験で確かめられている。⁸⁾ セシウムは電離温度が低く (数千°K)、オーブンで熱してやることによって蒸発して容易に完全電離の静かなプラズマを作ることができて、この種の実験には非常に便利である。最近、彼らの実験結果が批判的に再検討されているが、大筋において正しいようである。

Bohm 拡散の展型的な例は、1961～1967年プリンストン大学で行われたステラレーターCというトーラスの実験で見ることができる。この装置は、核融合研究の装置として世界最大のものであり、電源もふくめて約100億円の費用をかけて作られた。ステラレーターCでは、磁場に特別の工夫をして、フルートやキンクのような巨視的な磁気流体力学不安定性に対して安定であるように設計されている。磁気流体不安定性に対しては、理論と実験が良く一致することは確かめられている。最初の目標では、プラズマが古典拡散で逃げるとして約1秒の閉じこめ時間が期待されたが、実際には、約千分の1秒の間にプラズマは拡散してしまった。実験は次のような種々の条件のもとで行われた。

- (1) プラズマ中に外部起電力によって流したジュール電流のある場合。
- (2) ジュール電流を切ってプラズマに外部からのエネルギー・インプットがない状態にした、アフターグローの実験。
- (3) ジュール電流を使わないので、プラズマを電子サイクロトロン共鳴

天野恒雄

加勢で作った場合。

(4) プラズマをイオンサイクロン波共鳴加熱で作った場合。

(5) 装置の中に、セシウムをいれ、それを蒸発させてプラズマを作った場合。

以上、いずれの場合も、ほとんど同じ程度の速さの異常拡散が起り、その拡散係数の値は、ファクター2のバラツキの範囲内で、(5)の Bohm 拡散 (magic formula とプリンストンの連中は名付けた) の値と一致した。また温度と磁場に対する依存性も調べられ、 $D_{\perp} \propto T/B$ が成立していることも確かめられた。1960年ごろ、ステラレーターの中の電流がイオン音波を励起し、それが異常拡散を起すという説が一時有力になったが、電流のない場合も同じ拡散が起ることからこの可能性は否定された。1966年ごろまでこの異常拡散の原因はナゾであり、約10年間 Bohm 拡散との苦闘が続いたが、昨年になってやっとこの原因が次の説で述べるドリフト波不安定性に基くものであることが確からしくなってきた。また、この異常拡散を取り除く見通しも立つようになったが、このためには、ステラレーターの根本的な改造が必要である。この問題については、後にまた述べよう。

以上の結果から、一般に不安定の起っていないプラズマでは拡散は古典拡散であり、異常拡散が起るのは、プラズマ中に microscopic な不安定性が起っているときであるといってもよいであろう。ここで、microscopic な不安定性というのは、磁気流体力学的な macroscopic な不安定性と対比して使っている。後者の不安定性では、プラズマ全体がイオン熱速度程度の速さで動いて典型的に数マイクロ秒の時間でプラズマはなくなってしまう。microscopic な不安定性の場合、もっと弱い不安定性（主として粒子と波の相互作用によって生じる）によって、over thermal のゆるぎの電場が生じ、 $E \times B$ のドリフトでプラズマは磁場を横切って拡散するものと考えられている。

§ 3. ドリフト波不安定性と Bohm 拡散

プラズマの不安定をひき起すのに利用できる自由エネルギー、 $F = U - TS$

(U は内部エネルギー, T は絶対温度, S はエントロピー)の源としている
 いろあるが, ひとつは, 速度分布の熱平衡分布 (Maxwell 分布) からの
 ずれがある。例えば, 速度分布のしっぽに, bump があるとき分布に plat-
 ean を作って, (二体の衝突時間より短い time scale で) 自由エネルギ-
 が解放されることはよく知られている。もうひとつの自由エネルギー源は
 エントロピーである。磁場中のプラズマは, 空間的に一様に広がった Max-
 well 分布がエントロピーマキシマムであることが証明できる。問題は, 最
 初密度勾配をもって作られたプラズマが二体の衝突による古典拡散によつて
 空間的に一様になるのか, あるいは, もっと早い不安定という過程によつて
 空間的に一様になるかということである。磁場中のプラズマが密度勾配をも
 つとき, どんなに小さい勾配でも, それだけでプラズマが不安定になること
 は, 1963年 Russians によつて初めて理論的に示されドリフト波不安
 定となづけられた。

ドリフト波不安定には, collisional drift 波, collisionless
 drift 波などいろいろなタイプがあるが, この節ではそのうちで最も簡単
 な collisional drift 波について説明しよう。¹⁰⁾ ステラレータの実験,
 セシウムプラズマで見つかっているドリフト波は, この collisional ドリ
 フト波である。これらの実験ではプラズマの温度が低くて衝突自由行程が短
 いからである。

いま, z 方向に磁場 B_0 がかかっているプラズマを考え, x 方向に密度勾
 配 dn_0/dx があるとしよう。このプラズマ中に $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ の波が立ってい
 るとする。このとき, 運動方程式, 連続の方程式, Poisson の式は,

$$m_\sigma \frac{d\mathbf{V}_\sigma}{dt} = e_\sigma \mathbf{E} - \frac{\gamma T_\sigma}{n_\sigma} \nabla n_\sigma - m_\sigma \nu_\sigma \mathbf{V} + \frac{e_\sigma}{C} \mathbf{V}_\sigma \times \mathbf{B}_0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla(n_\sigma \mathbf{V}_\sigma) = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_\sigma e_\sigma n_\sigma \quad (8)$$

ここに, $\sigma = i$, e はイオンと電子を表わす, T は温度でありエネルギー単

天野恒雄

位で測って、Boltzmann 定数を落した。 r は比熱比で電子に対して $r=1$ 、イオンに対して $r=3$ 、 ν は衝突周波数である。(6), (7), (8) を線形化し、 $V_\sigma, E_\sigma, n_\sigma \propto \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$ のように Fourier 展開して解いて分散式がえられる。

まず、perturbation n_e に対しては、(6) からえられる V_{ez} を連続の式に代入して

$$+ \omega n_e + \frac{ck_y \phi}{B} \frac{dn_0}{dx} - k_z v_{ez} n_0 = 0 \quad (9)$$

がえられる。ここで、 $\omega \ll \omega_{ce}$, $\omega_{ce}/\nu_e \gg 1$ とした。左辺第2項は ce_y/B のドリフトによる密度の変化を表わしている。電子の磁場方向の速度 V_{ez} は(6)のZ成分から $\nu_e \gg \omega$ として、

$$V_{ez} = -\frac{ik_z e}{\nu_e m_e} \left(\phi - \frac{T}{en_0} n_e \right) \quad (10)$$

この V_{ez} を(9)に代入して

$$\frac{n_e}{n_0} = \frac{k_z^2 - \frac{ik_y}{\Omega_e \tau_e} \frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dx}}{D_e k_z^2 + i\omega} \frac{e\tau_e}{m_e} \phi, \quad (11)$$

ここに、 $\tau_e = 1/\nu_e$, $D_e = T_e/m_e \nu_e$

次にイオンを考えよう、簡単のために $T_i = 0$ とする。流体近似の範囲では $T_i \neq 0$ としても結果は殆んど変らない。(1)の運動方程式から、 ω/ω_{ci} の1次の項まで残し、 ω_{ci}/ω , $\omega/\nu_i \gg 1$ として

$$V_{i\perp} = \frac{ic\phi}{B^2} \mathbf{k} \times \mathbf{B} - \frac{C}{B} \frac{\omega}{\omega_{ci}} \mathbf{k}_\perp \phi \quad (12)$$

＊ 本当は、x方向に密度の変化 dn_0/dx があるから、x方向に関しては固有値問題を解く必要がある。この問題は§5で扱われるが、ここでは単に $k_x \gg \frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dx}$ と仮定する。

となる。右辺の第1項は、 $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ のドリフト、第2項はイオンの慣性による補正項である連続の式に於いて

$$\frac{n_i}{n} = \frac{Ck_y}{\omega B} \frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dx} \varphi - \frac{k_{\perp}^2}{\Omega_i^2} \frac{e\varphi}{m_i} \quad (13)$$

Poisson の式の代りに、 $\omega \ll \omega_{pe}$ (プラズマ周波数) $k \ll k_{de}$ (Debye 半径の逆数) に対して成立つ準中性条件 $n_i \simeq n_e$ を使って次の分散式をえる。

$$\omega^2 + i\omega(\omega_s + D_e k_z^2) - i\omega_s \omega_* = 0 \quad (14)$$

ここに、 $\omega_* = -k_y \frac{CT_e}{eBn_0} \frac{dn_0}{dx}$, $\omega_s = \frac{k_z^2}{2} \omega_{ce} \tau_e \omega_{ci}$, この ω_* は、ドリフト周波数とよばれる量で、粒子の diamagnetic ドリフトの周波数を表わす。ここで、 $D_e k_z^2 / \omega_s = k_{\perp}^2 T_e / m_i \omega_{ci}^2 = k_{\perp}^2 r_H^2$ (r_H は温度 T_e に対応するイオンの Larmor 半径) であり、 $k_{\perp} r_H \ll 1$ の perturbation に対しては、 $D_e k_z^2 \ll \omega_s$ であるから、

$$\omega^2 + i\omega\omega_s - i\omega_s \omega_* = 0 \quad (15)$$

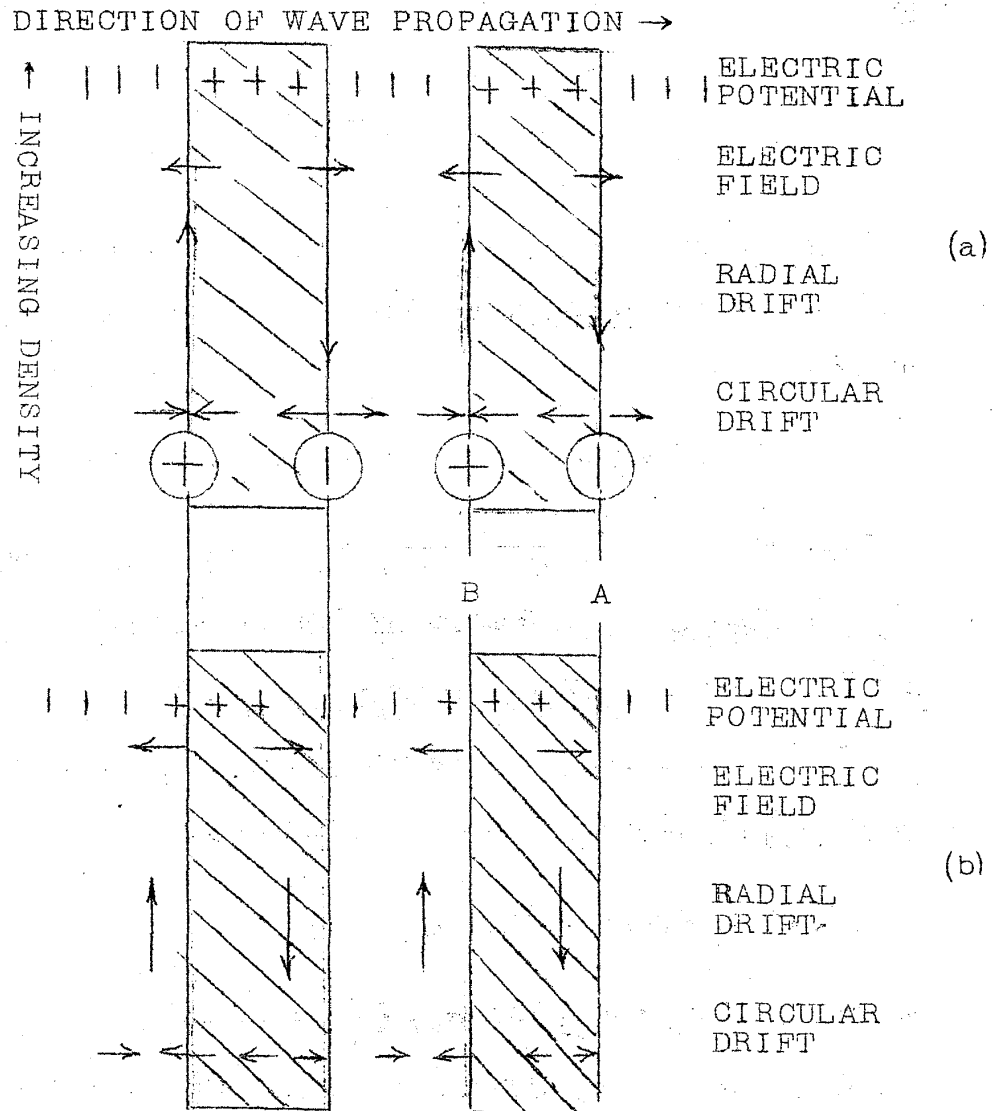
$\omega_* \sim k_y r_H^2 / a \cdot \omega_{ci} \ll \omega_{ci} \left(\frac{1}{a} = \frac{1}{n_0} \frac{dn_0}{dx} \right)$, $a \omega_{ce} \tau_e \gg 1$ であるから通常 $\omega_s \gg \omega_*$ であり、このとき (15) から

$$\omega_1 \approx \omega_* + i \frac{\omega_*^2}{\omega_s}, \quad \omega_2 = -i\omega_s \quad (16)$$

であり、前者は時間的に成長する不安定な根を与える。

物理的なメカニズムをはっきりさせよう。¹¹⁾ Fig. 4 で磁場は紙面を上向きに貫ぬく方向にあるとし、斜線の部は密度の高いところを表わす。衝突の効果に目をつぶって (16) で $\nu_e = 0$ とすると電子の分布は $n_e/n_0 = +e\varphi/T_e$ の Boltzmann 分布となり密度の濃淡に応じてポテンシャルの波が図のようにできる。このポテンシャルから y 方向の電場 E_y が (a) 図第二らんのように生じる。この電場によるドリフト CE_y/B でプラズマは (a)

Fig. 4



図第三らんの矢印の方向に移動する，密度勾配 dn_0/dx があると，このドリフトは図の A のところでは密度の高いところから低いところへ，B では逆にプラズマを運び，この結果 y の正方向に密度の濃淡が移動し， $\omega = \omega_*$ のドリフト波の伝播となる。イオンの慣性を考慮にいと，(12) の第 2 項から明らかなように，この項は $\omega > 0$ で φ と逆向きの y 方向の慣性ドリフトをひき起し，A では負電荷，B では正電荷が集積する。このために， n と φ は図 b のように位相がずれることになる。(このずれは実験で観測されている) その結果の E_y y $^{CE}_y/B$ のドリフトは図 b の第二らんと第三らんのよ

うになり、密度の濃いところにさらに密度の濃いところからプラズマが運ばれて最初の perturbation が成長しドリフト不安定が起きる。ここで磁場に平行な波数 k_z と電子の衝突の意味を考えよう。いま $k_z = 0$, $\nu_e = 0$ とすると連続の式から、

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_i - n_e) = -\nabla \cdot (n_i \mathbf{V}_i - n_e \mathbf{V}_e) = -\frac{k_{\perp}^2}{\Omega_i^2} \frac{k_e \phi}{m_i}$$

従って、慣性項の分だけイオンの電荷が集積し、これは準中性条件 $n_i \simeq n_e$ を破ることになる。電子の準中性条件を保つためには電子が磁場に平行に動けるように、 E_z つまり k_z が必要である。しかしもし、電子が完全に自由に磁力線にそって動くならば、もともと図 b のような荷電分離は完全に短絡されて不安定は起きないであろう。そこで、電子の磁場にそう自由な運動を妨げるもの、衝突が不安定のために必要になる。電子の Landau damping によって自由な運動が妨げられるので、不安定の原因になる、このようにドリフト不安定性のメカニズムはかなり複雑であるが、要約すると、

(1) 密度勾配, (2) 磁場に垂直なイオンと電子のドリフトに差を生じさせるもの、イオンの慣性または、イオンの有限 Larmor 半径の効果, (3) 磁場に平行な電子の自由な運動を妨げるもの、電子の衝突あるいは Landau damping

が必要である。ここで (2) の Larmor 半径の効果というのは、有限の Larmor 半径を考慮にいれると、波の電場を Larmor 軌道にそって平均したイオンの感じる有効電場が $\frac{1}{2} k_{\perp}^2 \rho_i^2$ (ρ_i はイオンの Larmor 半径, $\rho_e = 0$ とする) だけ電子の電場より小さくなって、これが $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ のドリフトに差を生じるのである。イオンの温度と電子の温度が等しいとき、イオンの慣性と有限 Larmor 半径の効果は、不安定の成長にちょうど同じ大きさの寄与を与える。

Collisional ドリフト波は、セシウムプラズマで観測されている。この場合電場は必ずしも turbulent になっていず、わりあい規則正しい基本波とせいぜい数個の高調波が見つかっている。このような single wave に近い電場でも拡散を起すことは次のように理解することができる。いまプラ

天野 恒雄

プラズマ中に、一つの $(\mathbf{k}, \omega)$ のドリフト波が立っているとしよう。連続の方程式から、 $\nabla \cdot \mathbf{V} \approx 0$ に注意して、

$$-i\omega n_1 + v_x n_0' = 0 \quad n_0' = \frac{dn_0}{dx}$$

U_x は電場によるドリフト cE_y/B で与えられる、 n_1 を実とすると、

$$R_e(U_x) \simeq -I_m \omega (n_1/n_0') \quad (17)$$

x 方向の粒子の流束は

$$\begin{aligned} j_x &= \langle (n_0 + n_1) U_x \rangle = n_1 R_e(U_x) \\ &= n_0 (-n_0/n_0') I_m(\omega) (n_1/n_0')^2 \end{aligned} \quad (18)$$

$I_m \omega > 0$ であれば拡散は、 $-n_0'$ の方向に起こることに注意しよう。このように拡散は、random な電場でなくて coherent な電場でも起こるわけである。ただし、この場合電場は時間的に成長するようなものでなくてはならない。

流束は、(18) から $I_m \omega$ と n_1 の大きさから定む。 n_1 は (17) によって $U_x = cE_y/B$ と関係しているからプラズマ中の電場の大きさと成長率がわかれば拡散は計算できる。この問題はさるでまた検討することにして、ここではオーダの議論をしよう。 n_1 の最大値は次のように推定できる。

$$n_{1 \max} = n_0' / k_\perp \quad (19)$$

なぜなら、 $k_\perp \sim k_y$ のとき、 y 方向の fluctuation の密度勾配 $k_\perp n_1$ が x 方向の平均の密度勾配に等しくなるからである。また $k_\perp \sim k_x$ のときは、ドリフト波の不安定性の原因は密度勾配であることに注意すると fluctuation の密度勾配がもとの勾配より大きくなるとは考えられないからである。この値を j_x に代入すると、 $D_\perp = -j_x/n_0'$ は

$$D_\perp \sim I_m \omega / k_\perp^2 \quad (20)$$

となる。この式は、しばしば Order of magnitude の議論に使われる式で

あるが, Kadomtsev によって初めて導かれた。§ 6 で非線形過程のより rigorous な考察から, 本質的には, これと同じ式が導かれる。しかしその derivation も不満足なものである。

いま, $I_m \omega$ として collisional drift 波の成長率の最大値 $I_m \omega \sim \text{Re} \omega \sim \omega_*$ ととり, $k_{\perp} = n_0' / n_0$ (このとき $n_1 \sim n_0$) とすると,

$$D_{\perp} \sim \rho_i U_i = 16 D_{\text{BDHM}}$$

となって数係数を除いて Bohm の拡散係数と同じになる。この結果は, $I_m \omega \sim \text{Re} \omega \sim \omega_*$, $k_{\perp} \sim n_0' / n_0$ としてえられたことに注意しよう。したがって, もし $I_m \omega \ll \text{Re} \omega$, $k_{\perp} \gg n_0' / n_0$ のいずれかがみたされると拡散は Bohm 拡散より著しく小さくなることが予想される。実際, この観点からは collisional ドリフト波は最悪の不安定性である。後に述べるように温度が十分に高く電子・イオンの衝突自由行程が波の波長 $1/k_z$ より十分長くなると, 衝突の代りに Landau damping が利く collisionless ドリフト不安定性に移行するが, この場合 $k_{\perp} \sim n_0' / n_0$ の波に対しては $I_m \omega \ll \text{Re} \omega \sim \omega_*$ であり, $I_m \omega \sim \text{Re} \omega$ となるためには $k_{\perp} \sim 1/\rho_i$ にならなければならない。(20) に従えば, このときの $D_{\perp}$ は Bohm よりずっと小さくなるであろう。

ドリフト不安定性による異常拡散の実験は, プリンストンのセシウムを使¹³⁾った実験が最もきれいである。彼らは, 起っている不安定が collisional ドリフト波であることをまず確かめ, プラズマの状態を巧秒にコントロールして $m=1$ (m は波の azimuthal number) のモードのみが励磁されている状態を作った, 波はほとんど sinusoidal であり, $n_1/n_0 \sim 0.1$ であった, 波のポテンシャル $\phi \sim \phi \cos(m\theta + \omega t) + \phi \sin(m\theta + \omega t)$, $E_{\theta} = -\frac{m}{r}$, $n_1 \sim n_1 \cos(m\theta + \omega t + \psi)$ (ψ は n_1 と ϕ の位相の差) とすると波による粒子の r 方向の流束は,

$$\begin{aligned} F_{\text{wave}} &= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} v_r n_1 dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \frac{n_1 E_{\theta}}{B} \\ &= \frac{mn_1\phi}{2rB} \sin \psi \end{aligned} \quad (21)$$

で与えられる。

天野恒雄

$m=1$ とし, n_1 , ϕ , ψ をプローブで測って, r の各点における flux が計算できる。こうしてえられた flux の大きさは, 衝突による flux の約 20 倍多かったが Bohm 拡散から計算される flux よりはずっと少なかった。しかし, fluctuation が増大して $n_1/n_0 \sim 1$ になれば十分 Bohm 拡散になるだけの大きさであった。