

非平衡 1 次元ボース気体

木下 俊哉

京都大学大学院 人間・環境学研究科 相関環境学専攻 物質相関論講座

Toshiya Kinoshita

Graduate School of Human and Environmental Studies,
Course of Studies on Material Science, Kyoto University

要旨

可積分系である Lieb-Liniger のモデルハミルトニアンを、2本の光格子ビームによって形成した 1 次元系に、ボース・アインシュタイン凝縮した原子気体を誘導することにより実現した。原子間相互作用の強さを広範囲にわたって制御し、相互作用が弱く平均場により記述可能な擬凝縮した 1 次元ガスから、相互作用の強い極限でボソンがスピンのない自由なフェルミオンのようにふるまう強相関ボソン系 (Tonks-Girardeau ガス) へと移行することを、初めて実験によって確認した。また、熱平衡状態から遠く離れた非平衡状態にある 1 次元ボース気体は、弱いトラッピングポテンシャルがあるものの、依然可積分性を保持しており熱平衡化しないこと、一方、トンネリングにより互いにカップルした 1 次元系では可積分性が破れ、熱平衡化することを確認した。これら一連の実験について解説する。

1. はじめに

研究対象の系を低次元にする目的にはどのようなものがあるであろうか。一般に低次元系の特徴としては、揺らぎの影響が大きく、従って長距離秩序が形成しにくい、粒子間の相関や局在の効果が現れやすい、系が数理解物理的に重要なモデルハミルトニアンで表され、しかも理論的に厳密解が存在する場合があります、実験と厳格に比較できるなど多々ある。低次元系で発現するある意味極めて特殊な現象の中から、逆に凝縮系一般に成り立つ普遍的な基本原理を見出したいなどが研究の最初の動機であろう。電子系、磁性、液体ヘリウム、分子系などで各種低次元系での多彩な物性現象が現在でも盛んに研究されているが、観測を可能にする物理状態の生成と制御が難しく、これまで理論研究のみが先行し、最近になってようやく実験的に確認された重要なトピックスもまた存在する。本解説のテーマの一つである強相関 1 次元系ボソンがその例である。一方、接触型相互作用を行う 1 次元ボソンは可積分系でもある。古典および量子系の双方に対して、非平衡過程に関する重要な理論モデルや定理が提唱され、また研究されているが、可積分性を有し操作性に富む 1 次元量子多体系の実現により、それらを実際の量子系で実験して確かめることが可能になる。究極的には非平衡過程を制御する道も開けるかもしれない。次節から、まずは熱平衡状態（絶対零度）の 1 次元系ボソンの理論を概観し、1 次元ボース気体の生成法、弱相関から強相関系への移り変わりを示す実験結果、そして熱平衡から遠

く離れた非平衡状態の生成ならびにその後のダイナミクスについての実験結果を解説する。

2. 1次元ボース気体の理論 –フェルミオン化したボソン–

ここでは、実験の主題に関わってくる理論家の仕事のみ紹介するが、1次元系の研究は他にも多くの理論家の寄与があり、それらの研究の進展をベータ仮設の観点から解説された記事は、本稿とも深く関連しており是非参照していただきたい。

1次元ボースガスの理論研究の歴史は極めて長く、1936年1次元上に並んだハードコア気体の統計的性質を“古典的”に研究した L. Tonks に端を発する²⁾。1960年 M. Girardeau は、古典的な剛体球を“お互い透過しあえない”ボソンに置き換え、この状況での多体系ボソンの波動関数が、フェルミオンの多体波動関数（スレーター行列式）の絶対値で与えられることを量子的かつ数学的にも厳密に導き出した³⁾。スレーター行列式を含むことは、同一空間点を共有できないフェルミオンの性質をもちうることを、行列式の絶対値をとることはボソン特有の粒子の交換に対する波動関数の対称性を保障する。このためボソンがあたかもパウリ排他律に従うという意味で「ボソンのフェルミオン化」が起こり、この状態の気体は Tonks-Girardeau ガスと呼ばれている⁴⁾。

さらに3年後、Lieb と Liniger は、2体間の相互作用が任意の強さの点接触型斥力で与えられるハミルトニアンを考え、ベータ仮設に基づいて厳密解を導出した⁵⁾。その解は、仮に2粒子が完全に重なり合った場合の相互作用エネルギーと、仮に各粒子が空間的に完全に分離し局在した場合の運動エネルギーの上昇分の比（後者が分母）である γ によって一意的に決まる。相互作用が弱い場合（ $\gamma \ll 1$ ）、系は局在による運動エネルギーを減少させるべく、滑らかに大きく広がった互いに重なり合う波動関数を持ち、平均場近似が可能な擬凝縮した1次元ガスとなる。一方、相互作用が強い極限では（ $\gamma \gg 1$ ）、系は波動関数の重なりを最小にすることを最優先し、粒子間に非常に強い相関が生じる。相関距離は原子間距離程度となり、透過しあえない剛体球が並んでいる状態に近い。平均場近似がもはや適用できないこの強相関の極限が、まさに Tonks-Girardeau ガスである。

原子間相互作用は基本的には非常に弱いものの、冷却原子の運動エネルギーも極めて小さい。系の振る舞いは上記2つのエネルギーの相対的なバランスで決まる。そこで、系の基底状態やダイナミクスの決定に、運動エネルギーよりも相互作用エネルギーの方がより大きな影響を及ぼすような状況を実現すれば、原子気体を強相関係にすることができる。冷却原子の場合、原子間相互作用の強さと符号（引力か斥力か）は、2体の散乱長の大きさと符号で決まる。同種の冷却ボソンなら s 波散乱長、フェルミオンなら p 波散乱長が相互作用の性質を決定づける。原子の場合、外部磁場の微調整によって散乱長を自在に制御できる、フェッシュバック共鳴と呼ばれている現象がある。これにより散乱長を大きくでき、上記の2つのエネルギーの相対的なバランス、つまり γ を変えることができる。3次元系で γ を大きくするには、相互作用を強く（ s 波散乱長が大きく）かつ高密度にする必要があるが、高密度の下でフェッシュバック共鳴

を行うと、非弾性散乱による原子数のロスが凄まじく気体は短時間で崩壊してしまう。ところが、 γ の要素となっている平均場エネルギーと運動エネルギーのうち、後者は1次元と3次元で異なる密度依存性をもつ。1次元の場合、前者の相互作用エネルギーは3次元の場合と同じく原子数密度 n に比例するが、後者の運動エネルギーは、(原子間距離) $^{-2}$ つまり n の2乗に比例するので、結局 γ は n に反比例する。従って、1次元では3次元とは反対に、密度が小さい方が γ は大きく強相関係になる。低密度のもとで生成できるので、非弾性散乱による原子数のロスは回避できる。強相関1次元系では、実験的には低密度下により SN 比の低下を招く恐れはあるものの、気体自体は安定に存在しうる。強相関係の理解は凝縮系物性での重要課題の一つであり、操作性に富み理論的に厳密解をもつ1次元ガスの生成は、理論との詳細な比較を通して、今後、より複雑な強相関係の研究に必要な観測技術を確立するための「たたき台」としても大変貴重である。最も単純な強相関係とも言える1次元ボース系だが、厳格に1次元性を満たし、かつ欠陥や不純物の無いクリーンな環境に閉じ込め、しかも強く相互作用しあう系にするという技術的困難さのため、その実現は長年阻まれてきた。

3. 光格子による低次元量子気体の生成

長足の進歩を遂げている各種のレーザー冷却・捕獲技術をもとに、1998年 Olshanii は超低温気体を原子の Waveguide 内に送り込んで2次元方向に非常に強く閉じ込め、残りの軸方向のみに自由に運動できる1次元ガスの生成法を提案した⁶⁾。これにより γ は、3次元での原子の s 波散乱長 a 、二次元方向の波動関数の幅(振動子長さ) $a_{\perp}$ 、密度 n などの現実的な物理量、しかも実験で制御可能なパラメーターにより、近似的に次式で表される。

$$\gamma \sim 2a / n a_{\perp}^2 \quad (1)$$

ここで、2次元方向の閉じ込めは2次元等方調和振動子ポテンシャルで与えられ、 $a_{\perp}$ はその基底状態の波動関数の幅で、トラップ内で振動する原子の角周波数 ω と質量 m を用いると $a_{\perp} = (\hbar / m\omega)^{1/2}$ で表される。系が1次元であると認められるには、系の化学ポテンシャル μ や原子に関連するあらゆるエネルギーが、2次元調和振動子ポテンシャルのエネルギー間隔 $\hbar\omega$ よりも十分に小さいという条件が満たされる必要がある。この条件は、原子同士の衝突が起こっても原子がより高い振動状態に励起されないこと、つまり2次元方向の運動は完全に基底状態に凍結されていることを要求し、原子が横方向に“ずれない”ことを保障する。さらに言うまでも無く、水平方向のトンネリングなども起こってはならない⁷⁾。また、この条件は、系の原子の数に上限を設けるが、以下に述べる我々の実験では問題にならない。

1次元性の条件を満たしたうえで、 γ を大きくしてさらに強相関領域に入るには、(1)式より、希薄な(n 小)原子気体を非常にタイトに閉じ込め($a_{\perp}$ 小)、散乱長 a を大きくすることが要求されるが、散乱長 a を大きくするよりも、まずは最初の2つのパラメーターで強相関領域に到達できるようにする。Waveguide としては、アトムチップのような極めて勾配の強い磁気トラップが当初提案されていたが、我々は2次元光格子で形成される1次元チューブを利用した。光格子とは、レーザー光の定在波の節または腹に、量子縮退した超冷却原子集団を

空間的に規則配列させた物質で、1本の定在波（1D Lattice）では原子の運動は各ディスク上の2次元上に、2本（2D Lattice）では交線（チューブ）内部の1次元に限定される。光格子は、次元だけでなく、トンネルレートなど系の性質を特徴づける全パラメーターを自在に制御できる全く新しい量子多体系として近年特に注目されている⁸⁾。

光格子内の原子の振動角周波数 ω は、光の強度を I 、共鳴角周波数からの離調を δ として、 $(I/|\delta|)^{1/2}$ に比例し、 ω が高いほど閉じ込めは強い。通常、格子を形成する光の散乱による加熱（レートは原子がある位置での $I/|\delta|^2$ に比例）を抑えるために δ の大きな光を利用する。限られたパワーのもとで強い閉じ込めを得るため、我々は δ を正にとった青方 Lattice を採用した。この場合原子は定在波の節に局在するので、 δ を小さくしても、光強度最大点（腹）に局在する δ を負にした赤方 Lattice よりも加熱を抑えることができる。青方 Lattice の難点は、3D Lattice の場合以外、原子に抜け道が存在し、厳密に言えばトラップでなくなる点である。2D Lattice では、チューブに沿って中心から外側へ原子は逃げ出してゆくので（アンチトラップ）、これを押さえるには、別のトラップを印加しなければならない。 δ が正であれ負であれ、強い閉じ込めには、これまでのところ各次元の光格子が利用されるのがほとんどである。

実験では、まずほぼ絶対零度のボース・アインシュタイン凝縮（BEC）した原子集団を生成した⁹⁾。磁気光学トラップ（MOT）、偏光勾配冷却の後、光双極子トラップ内に原子集団を移し、そこで蒸発冷却を行った。光双極子トラップ用の YAG レーザー（波長 $1.06\ \mu\text{m}$ ）は、ズームレンズを導入しビーム径を自在に変更できる。最初のローディングには大きなビーム径で多数の原子を捕獲し、その後は原子衝突のレートを上げるためにトラップを圧縮し、蒸発冷却の効率化をはかった。約2秒の蒸発冷却により、 $|F m_F\rangle = |1\ 1\rangle$ 状態にあるおよそ 300000 個の ^{87}Rb 原子のほとんど総てがボース凝縮する。

この後、図1に示すように、2本の直交する光格子ビームを BEC の中心に重なるように入射し、そのパワーをゆっくり断熱的に上昇させる。実際の上昇時間は、原子が動径方向のポテンシャルの振動励起状態に励起されず、しかも軸方向に集団励起モードなどが誘起されないように調整している。光格子ビームの半径は約 $600\ \mu\text{m}$ で、トーマス・フェルミ近似で与えられる BEC の半径（下記に示した方法で $10\ \mu\text{m}$ から $25\ \mu\text{m}$ まで可変）よりも遥かに大きい。2本の光格子ビームは水平面上を進み、BEC 付近の空間では鉛直方向を軸にした全く同じ性質をもつ1次元トラップが、水平面上におよそ $400\ \text{nm}$ の格子間隔で多数配列する。凝縮原子集団は

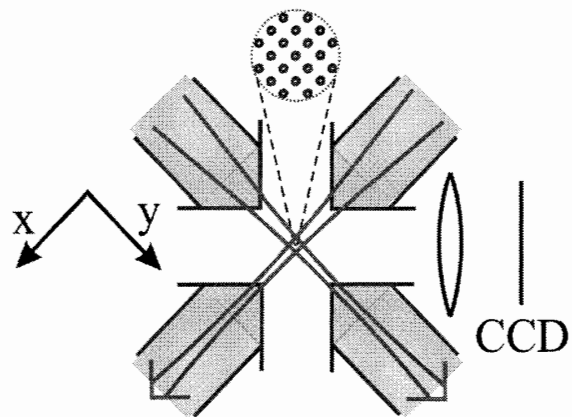


図1 模式的な実験配置図。細い矢印がYAGレーザー、太い矢印が光格子ビームを表す。交差領域には、鉛直方向（Z軸）を軸とする1次元チューブの束が形成される。論文12)より転載。

これらチューブに再分配されることになる。1次元軸に沿うアンチトラップを補償するには、BEC を生成する際に使用した光双極子トラップをそのまま残すことで解決した。このようにして、水平方向には極めて強く、軸方向には緩やかなポテンシャル内に原子を閉じ込めることで、多数の独立な1次元系を生成した。

(1) 式より、 $a_{\perp}$ と n を変えれば γ を制御できる。 $a_{\perp} = (\hbar/m\omega)^{1/2}$ で、 ω は光格子のビーム強度の平方根に比例するから、光強度を増大させるほど水平方向の閉じ込めは強くなり、 γ は上昇する。一方、1次元原子数密度 n も以下の二通りの方法で、 $a_{\perp}$ とほぼ独立に変化させた。まず 2D Lattice を印加する前に、BEC 生成用の光双極子トラップのビームサイズあるいはそのパワーを増減して、BEC の半径を変える（原子数はほぼ一定）。この後、2D Lattice を印加すれば、BEC 内の原子密度分布に依存して各チューブに誘導される原子数が決まる。チューブ内に誘導した後、再び BEC 用の光双極子トラップの強度を変えれば、軸方向の閉じ込めの強さが変わり、チューブ内の原子数密度を制御できる。我々のシステムでは、光格子と双極子トラップという2つの光トラップの閉じ込めの強さを独立に調整でき、 $a_{\perp}$ と n を互いに影響することなく広範囲に渡って制御できる。その結果、弱く相互作用しあう領域から強相関領域に至るまで、1次元系の性質を大きく変えることができ、 γ の値に対して極めて大きなダイナミックレンジが得られる。

実際の実験では、BEC 内の原子分布がトーマス・フェルミ (TF) 分布と呼ばれるパラボラ型に従うため、各チューブで原子数密度が異なり、よって γ の値も場所により異なる（密度が高い中心部は周囲より γ が小さくなる）。また、光の回折限界のため特定のチューブのみを分離しては観測できず、含まれている原子数が異なるすべてのチューブを同時に観測することになる。次節以下で説明する結果の解析やモデル計算では、1次元チューブに導入する前の原子分布として TF 分布を仮定し、全チューブにわたる‘平均’を取ることで、実際に測定する物理量と対応させている¹⁰⁾。原子を含むチューブの総数は BEC のサイズによって変わるが、およそ 1000~8000 本で、チューブ内の平均原子数は 40~300 個である。一本のチューブだけ取れば、アスペクト比は最大で 800 程度にまでおよぶ。

実際の実験では、光格子ビームの離調は 3.2 THz (典型的な場合)、最大パワー 700 mW で、この時の振動角周波数は約 70 kHz、 $a_{\perp} = 42$ nm、2D 光格子の深さは 16 μ K である（冷却原子の実験では、深さなどをフォトン（今の場合は光格子の波長）の吸収放出に伴う反跳エネルギー E_{rec} を単位にする場合が多く、16 μ K は 85 E_{rec} に相当する）。

4. 1次元ボース気体の実験 —擬凝縮から強相関係へ—

強相関特有の振る舞いや相関の強さが移り変わり行く様子を見るには、どのような物理量をいかに測定すればよいであろうか。まずは、図2のように仮に1次元チューブ1本を抜き出して、BEC 後 2D Lattice の光強度をゆっくり増加していくに伴って、系がどのように変化していくかを考えてみる。光強度が弱いとき、各波動関数の重なりは大きく、波動関数の幅はコヒーレンス長に対応し、平均場近似がよく成り立つ領域 (MF 領域) である。3次元 BEC の振

る舞いに近い。

光の強度を上げて閉じ込めを強くすると、水平方向に絞られたガスは軸方向に膨張し、単一原子の波動関数は互いの重なりを避け始めようとする（フェルミオン化の始まり）。さらに閉じ込めを強くすると、原子は完全に互いに避けあうよう振る舞い、強相関領域に入る。波動関数の重なりはほとんどないので、系の全エネルギーのうち運動エネルギーが支配的になる¹¹⁾。ここからさらに閉じ込めを強くして、 $\gamma \gg 1$ のTonks-Girardeau (TG) 極限になっても、

すでに波動関数の避けあいは完了しているので、軸方向の気体の長さや系のエネルギーにこれ以上ほとんど何も変化は起こらない。弱相関から強相関領域への変化に伴って、これら物理量の“飽和”現象が見えれば、強相関効果の1つの証拠といえる。

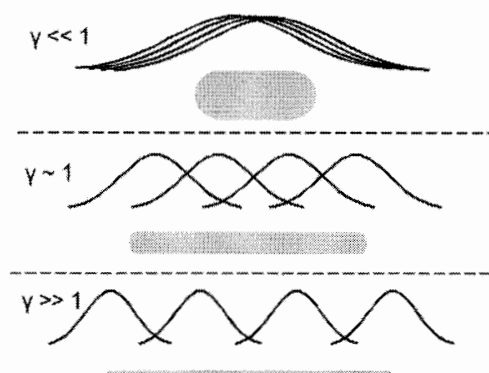


図2 閉じ込めによる波動関数と原子気体の長さの変化（模式図）。論文¹²⁾より転載。

2D Lattice はそのままにして軸方向の光トラップのみを切り、原子をチューブ内で解放させる。解放されるエネルギーは、運動エネルギーと相互作用エネルギーの和となり、飛行時間計測法（Time of Flight; TOF）により、1次元ガスのエネルギーが測定できる。原子数密度を小さくした場合（(a)）と大きくした場合（(b)）の各々に対して、光強度を上げることで閉じ込めの強さを変えながら、全エネルギーを測定した結果を図3に示す¹²⁾。図3では、全チューブに渡る平均操作を加味した γ_{avg} と理論計算の結果も描かれている。(a)では、 γ_{avg} が4以上になるとエネルギーが飽和し、与えられた原子数密度に対応するTonks-Girardeau (TG) 極限の理論値にほぼ等しくなっており、平均場理論では記述できない強相関領域に入っていることがわかる。一方、(b)では、閉じ込めの強さの変化は(a)と全く同じでも、原子数密度が高いため γ_{avg} は最大でも0.6程度に留まっている。(a)に比べると(b)は、 γ_{avg} が狭い領域にあるにもかかわらず、全エネルギーの上昇する割合が大きい（つまり飽和していない）。平均場近似がよく成り立っており、弱相関領域に対応している。

(a)、(b)ともに、光格子の閉じ込めポテンシャルの深さが十分深くなると、フリーパラメータを使わずとも理論計算と見事な一致が見られる。一方、深さが浅い場合は隣のチューブへのトンネリングが起これ、もはや純粋な1次元系でなくなる。本来もっていたはずのエネルギーの一部が、軸方向に飛行している最中に横方向へのトンネリングにも費やされてしまうため、図のように理論予測値からずれてしまう。チューブ間を横方向へ横断していくトンネリングの様子は、原子気体雲の半値全幅の2乗 Wh^2 が飛行時間中にどれだけ増加するかを見ればよく、例としてトラップ解放後の7 ms と 17 ms の Wh^2 の差、 $\Delta(Wh^2)$ も図3に示した。閉じ込めが不十分でポテンシャルが浅いとき、原子気体は水平方向にも広がり始めることが分かる。

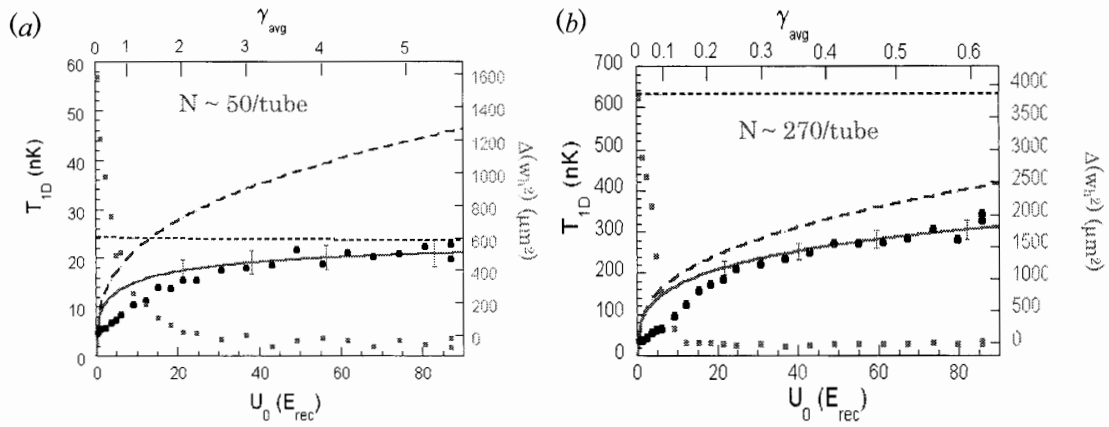


図3 1次元ボソンの1原子当たりの全エネルギー（1次元の温度に換算）。原子数密度が低い場合（(a):チューブ内の平均原子数=50）と高い場合（(b):チューブ内の平均原子数=270）の各々に対して、閉じ込めの強さを変化させて測定した。光格子ビームの最大パワーは700 mW、この時の原子のトラッピング角周波数 $\omega/2\pi = 70$ kHz、 $a_{\perp} = 42$ nm、2D 光格子ポテンシャルの深さは16 μ K (85 E_{rec})である。長い点線は平均場近似による計算、短い点線はTG 極限、実線は厳密解に基づく計算結果を示す。論文12)より転載。

フェルミオン化の最も決定的な証拠でもあり、相互作用の強さによる系の振る舞いの変化を直接観測する方法は、2原子の局所相関 $g^{(2)}$ を検出することである¹³⁾。 $g^{(2)}$ は同一点で2つの原子を同時に見出す確率に比例し、波動関数が空間的にどの程度重なりあうのか、その割合を表す。 $g^{(2)}$ の値は、凝縮していないボソンでは2 (BEC では1)、フェルミオンではゼロとなる。 $g^{(2)}$ の検出に我々は光会合法を利用した。基底状態にある2つの ^{87}Rb 原子が互いに近づき、特定の波長の光を吸収すると、片方の ^{87}Rb が励起された $^{87}\text{Rb}(P_{3/2}) - ^{87}\text{Rb}(S_{1/2})$ という一種の束縛状態として、2原子分子が生成される。その後、自然放出により基底状態に戻ると分子の多くは束縛が解け、大きな運動エネルギーを伴ってトラップから抜け出し、その結果 ^{87}Rb 原子の数は減少する。選んだ波長では、光会合は2原子間の核間距離が極めて近い ~ 1.8 nmのときに、最も効率的に起こる。この距離は典型的な原子のド・ブロイ波長($\sim 0.3 \mu\text{m}$)に比べて非常に小さく、まさに“局所”相関とみなしてよいぐらいの距離である。この光会合の効率、つまり原子数の減少する割合から $g^{(2)}$ を知ることができる。図4は、 γ を極めて広く変えたときの $g^{(2)}$ の振る舞いを示して

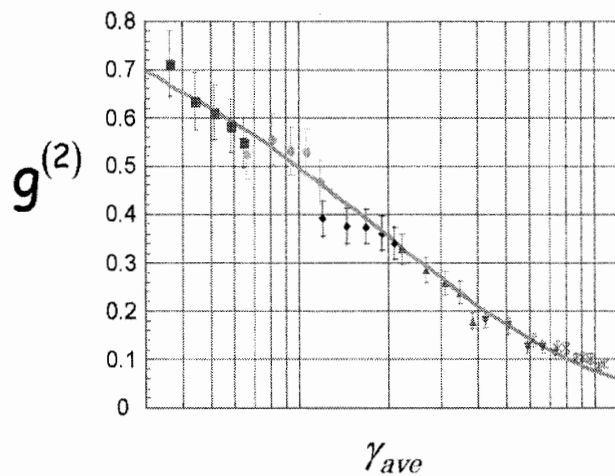


図4 2体の局所相関関数 $g^{(2)}$ の γ 依存性。実線は厳密解に基づく計算結果を示す。論文13)より転載。

いる。1に近い $g^{(2)}$ をもつ擬凝縮した状態から強相関領域に入るにつれて0に向かって減少していく様子が、理論との優れた一致とともによくわかるであろう。 γ_{ave} の増大に伴い、フェルミオン化したボソンへの緩やかなクロスオーバーの様子が捉えられている。このように原子同士の相関を直接測定できるのは、原子気体を利用した研究の強みの一つであり、現在では原子の非局所な相関関数をも測定できる方法がいくつか開発されている。

3体の局所相関関数 $g^{(3)}$ は、3体衝突が起こる頻度を与える。 $g^{(3)}$ と $g^{(2)}$ は $g^{(3)}=(g^{(2)})^3$ の関係があるので、 $g^{(2)}$ が0に近い強相関領域では3体衝突による原子のロスも劇的に小さくなる。従って、強相関領域ではフェッシュバック共鳴を使って相互作用をさらに大きくしても、あるいは引力相互作用するようにしても、加熱やロスの問題は生じない。実際、フェッシュバック共鳴を利用し、1次元引力系ボソンの研究もなされている¹⁴⁾。実験では、 γ が小さくなるにつれて $g^{(2)}=1$ に近づいていく傾向が見られる。理論上は、揺らぎのため均一な1次元系では有限温度でBECは起こらないが、トラップのある不均一な原子系では長波長揺らぎにリミットがあり、有限温度で真の1次元BECが起こると予想されている¹⁵⁾。そのためには非常に高密度が要求されるが、3体の非弾性衝突によるロスや加熱が極めて大きくなり、我々の実験では現時点では到達できていない。

ボソンの波動関数が、フェルミオンの多体波動関数(スレーター行列式)の絶対値で与えられることから、波動関数の絶対値または2乗に起因する物理量は、フェルミオンと同じ性質をもつことを示している。我々が測定した各種のエネルギーや2体の局所相関関数のほか、未だ手付かずのまま残っている素励起の性質などがこれにあたる。一方、絶対値でなく波動関数そのものが関与する、たとえば非局所相関に関連する量は、フェルミオンと異なる性質をもつ。一体の非局所相関関数およびそれをフーリエ変換して得られる運動量分布は、フェルミ分布とも凝縮したボソン特有極めて狭い幅をもつ分布とも異なる、特徴的なテールをもつことが予想されている。運動量分布の測定は難しく、我々も成功していない。

5. 可積分系としての1次元系

点接触型相互作用する1次元ボース系が相互作用の強さに依らず厳密解をもつのは、N個の粒子からなる系の相互作用が、2体相互作用の総和として完全に分解でき、N個の保存量をもつ可積分系であることがその根底にある。この保存量の存在は熱平衡状態への緩和過程に大きな制限を与える。通常、熱平衡状態が達成される道程として、位相空間内のエネルギー一定の超曲面上をエルゴード的にくまなくめぐるという描像が、統計力学の教科書ではたいてい記述されている¹⁶⁾。可積分系では自由度と同じ数だけの保存量が存在するため、位相空間内を動きまわられる道筋に強い制限があり、エネルギー一定の全微視的状态をエルゴード的にめぐることができず、熱平衡状態に達しない。保存量の数が減る、あるいは可積分性を崩す項がある程度強くなれば、熱平衡化が始まりうる。古典系でのこうした描像やモデルは、量子系ではどのように対応していくのであろうか。

まずは1次元に拘束された同種原子の2体衝突を考えてみる。原子を剛体球とみなし古典的に考えると、1次元では正面衝突しか起こりえず、2原子は反射して互いの運動量を交換しあうこと以外に、運動量とエネルギー保存則を共に満たす方法はない。一方、多数の同種原子からなる量子多体系の場合、反射と透過は区別できない。しかし、どちらが起ころうとも、2体衝突のみ起こると限定すれば、最初に系に与えた運動量分布 $\{p_1, p_2, \dots\}$ は、どの運動量をどの原子に割り当てるかのみ変わりうるだけで、分布 $\{p_1, p_2, \dots\}$ そのものは決して変化しない。従って、もし初期の運動量分布が熱平衡状態のものでなければ、古典論でも量子論でも、いつまでも非平衡状態のままで決して熱平衡状態に近づかないことになる。

現実の1次元量子系では、ではどうであろうか。原子の波束が互いに大きく重なりあうような平均場近似が成り立つ領域では、2体だけでなく3体衝突も関与してくる可能性があるが、3体衝突が起こると可積分性は破綻する。一方、強相関領域では3体衝突は無視でき、上記の古典的描像に近くなるが、原子の実験では1次元系に閉じ込めるため、1次元方向の軸に沿って弱いトラップポテンシャルを印加しており、厳密に言うと、このポテンシャルの存在が系の可積分性を崩す。従って、現実の1次元系では、可積分性が完全に保障されているとは即断できるものではなく、実験によって検証が必要である。

これまでの可積分系は、可積分性を破る弱い非線形摂動項が加わった近可積分系の研究も含めて、理論研究が主体であった。実際の物質系で創られた、それも操作性に非常に優れた量子多体系からなる可積分系で、非平衡状態、特に熱平衡から遠く離れた状態を生成できれば、量子カオスやエルゴード性など非平衡量子統計力学の基礎的問題に、微視的な観点から直接アプローチできる新たな研究手法が生まれる。我々は研究の主目的を、1次元系の原子相関が織り成す現象の理解から可積分系としての性質そのものにシフトさせて、将来的には量子非平衡過程の解明へと繋がりうる実験を行った。

6. 非平衡状態の生成

実験方針は次の通りである。まず、1次元ボース気体の運動量分布を非平衡状態、それも出来るだけ熱平衡状態から遠く離れた状態下に置く。その後、原子は各1次元チューブの軸に沿う弱いトラッピングポテンシャル中を何度も振動し、同じチューブ内の原子と衝突（反射と透過）を繰り返す。そしてある時間たった後に、運動量分布を観測して変化の度合いを見る。

初期の非平衡な運動量分布の生成のために、1次元チューブの軸に沿って、別のレーザー光による定在波をパルス的に照射した。原子波はこの定在波により回折され、 $\pm 2\hbar k$ の運動量を得た一部の原子集団と、回折されずに細いまの運動量分布をもった原子群が混在する非平衡な運動量状態が生成される。この定在波をあるパルス幅で、適当な間隔をあけて2度照射すると、ほとんどすべての原子を $\pm 2\hbar k$ の運動量の重ね合わせ状態にすることができ、熱平衡状態からより遠い非平衡状態を生成することができる¹⁷⁾。これを初期状態とする。その後、原子はチューブ内を衝突しながら何度も振動するが、運動量分布の観測には、図3の実験と同じく、

軸方向の弱いトラップのみを切り、チューブ内で気体を拡散させる方法（Time of Flight : TOF）を用いた。正確には、この方法により測定するものは、原子の運動エネルギーと原子間相互作用（平均場エネルギー）の和であり、後者はトラップ解放直後に運動エネルギーに変換されてしまい両者は区別できなくなる。ただし、前者である運動量 $\pm 2\hbar k$ の運動エネルギーが後者よりも非常に大きい限りにおいては、チューブ内の TOF から運動量分布の情報を得ることができる。もちろん、衝突のエネルギーは動径方向の閉じ込めポテンシャルのエネルギー間隔 $\hbar\omega$ より小さいので ($<0.5 \hbar\omega$)、1次元性は保持されており、また、チューブの軸方向のトラップから原子が抜け出ることもない。気体を熱平衡状態からできるだけ遠い非平衡状態下に置くことは、それが物理的にも興味深い領域であるだけでなく、測定手法をより堅実にするにも役立つ。

7. 非平衡ダイナミクス

図5に、振動の最初の1周期のスナップショットを示す¹⁸⁾。TOF 後の原子の吸収イメージなので、初期の運動量 $\pm 2\hbar k$ をもつ2つの集団が最も離れているのが、トラップの底（運動エネルギー最大）から解放された場合に相当している。一方、ほとんどが中央付近でとどまっているイメージは、ポテンシャルの“古典的”転回点に到達し、ちょうどそのときトラップから解放された場合に対応している。量子系なので衝突の際に透過がおりうること、そしてそれが反射と区別できないわけであるが、これら衝突を繰り返す1次元量子多体系を、古典的剛体球が（散逸がなければ）半永久的に衝突と振動を繰り返す「ニュートンのゆりかご」を模して、Quantum Newton's Cradle と名付けた。原子集団の位置が明瞭に異なっていたこれら一連の

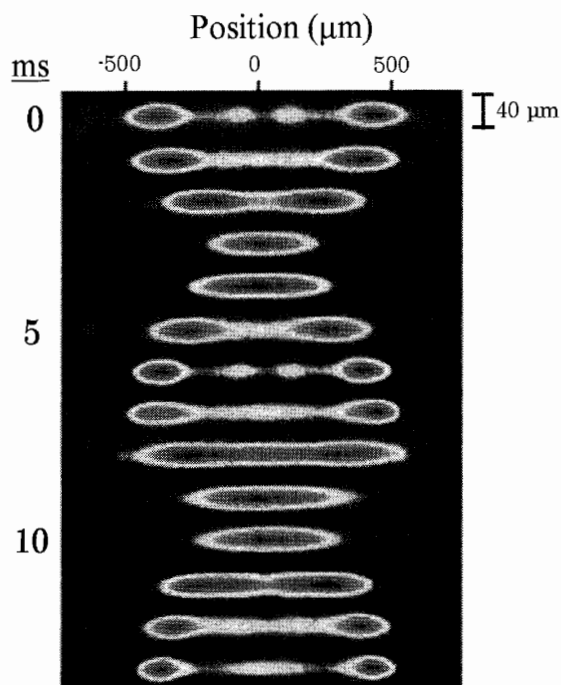


図5 振動の第1周期の1ms ごとスナップショット。チューブ内で1次元方向に27 ms の間、拡張させた後の吸収イメージング。初期の γ は1で、チューブ内の平均原子数は110 個。最初のイメージで中央付近にわずかに残っている原子集団は、1次元系では、ダブルパルスによる原子回折が完全ではないことを示す。論文¹⁸⁾より転載。

スナップショットは、周期が増加するにつれて原子集団の位置が広がり、 10τ (τ = 周期) 以降はショット時間を変えてもまったく同じイメージが得られる。これは、軸方向のトラッピングポテンシャルが厳密には調和型でないために **Dephasing** がおこり、それが周期運動を重ねるにつれて積算されていくからである。図6は第1周期の全スナップショットを平均して得られた運動量分布と完全に **Dephase** した 15τ 、 40τ 後の運動量分布を、相関の強さ (γ) を幾つか変えて測定したものである。原子数にロスはあるものの、初期の運動量分布 (の平均値) が保持されている様子がわかる。緩和が起こっているかどうかをより精確に判断するために、 15τ 後の運動量分布から加熱と原子数のロスの影響を考慮して 40τ 後に得られるであろう分布を計算し、それを実際の分布に投影して比較した。加熱と原子のロスは、チューブを形成する2次元光格子レーザー光の自然放出やバックグラウンドの非冷却原子との衝突によるものが主な原因であるが、 $\pm 2\hbar k$ の運動量を生成するパルスの照射のみを行わずに、それ以外は同じ

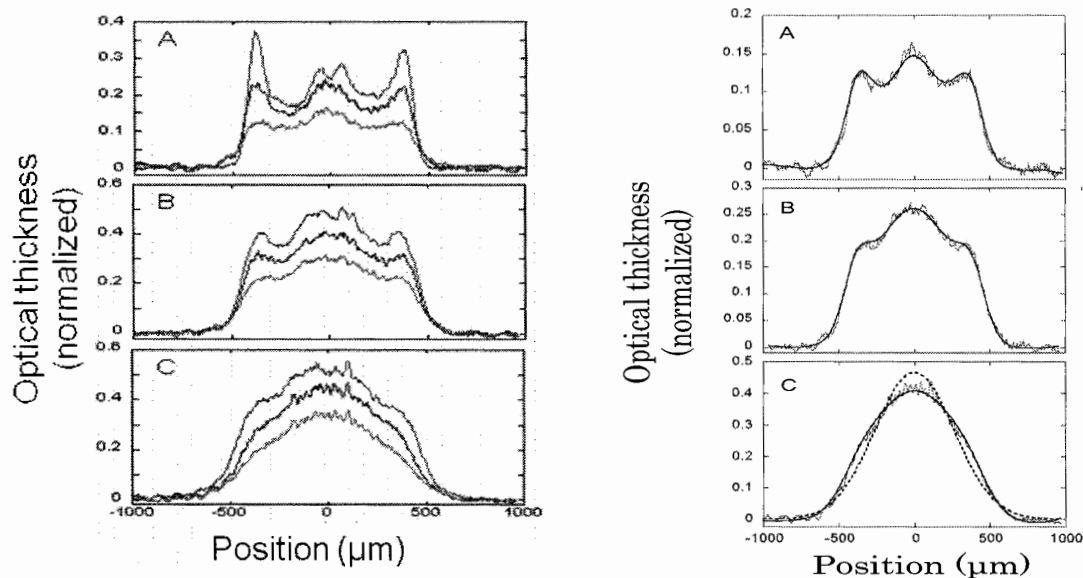


図6 (左) 各図上から、第1周期平均、 15τ 、 40τ (Aのみ 30τ) の運動量分布。Aは初期の $\gamma=4$ 、 $\tau=34\text{ms}$ 、Bは初期の $\gamma=1$ 、 $\tau=13\text{ms}$ 、Cは初期の $\gamma=0.62$ 、 $\tau=13\text{ms}$ 。論文18)より転載。

図7 (右) 15τ の分布から原子数のロスと加熱の効果を取り込んで 40τ (Aのみ 30τ) の分布を計算 (実線) し、実測した分布と比較したもの。 15τ では完全に **Dephase** しており、原子数密度 n が減少する分、 γ が増大し、 $\gamma=18$ (A)、 $\gamma=3.2$ (B)、 $\gamma=1.4$ (C) となる。Cの場合でも分布が熱平衡状態で得られる **Gaussian** でないことを示すため、同じ原子数と運動量の幅をもった **Gaussian** を破線で表す。論文18)より転載。

手法で観測したときの運動量分布の幅の増加と振幅の減少から見積もることができる。この効果をコンボリューションして投影し、実測した分布と比較したものを図7に示す。加熱やロスがあっても、それらが運動量分布をかき乱すことはなく、 15τ と 40τ (30τ) の間で、1粒子あたりの運動量分布の変化は無視できる程度であることがわかる。つまり、初期に与えた非平衡な運動量分布は、**Dephase** のために時間的に変化しないある種の定常状態に落ち着くが、

運動量 $\pm 2\hbar k$ の振幅自体はずっと保持されており、熱平衡状態に近づかないことを示している。

原子衝突による熱平衡化は透過よりも反射が寄与するが、 $2\hbar k$ の運動量をもつ原子の反射確率が理論的に計算されている⁶⁾。仮に 15τ 後から計算した 40τ の分布と実際に観測した 40τ の運動量分布とのシグナルノイズも含めたあらゆる差を、熱平衡状態(分布はほぼ Gaussian 型になる)へ近づこうとするステップと考えると、熱平衡状態への緩和には 710 ($\gamma=18$)、 9600 ($\gamma=3.2$)、 2300 ($\gamma=1.4$) 回以上の反射が最低限必要ということになる(振動周期に直すとそれぞれ、 390τ 、 1910τ 、 200τ 以上)。これらの値は、3次元気体が、例えば蒸発冷却の過程で平均 2.7 回の衝突によりほぼ熱平衡化されるという事実と比べて圧倒的に大きい。実際、全く同じ実験を3次元 BEC に対して行ったところ、運動量 $\pm 2\hbar k$ 成分の割合が時間を追うごとに急速に減少し、1次元系に比べて原子数密度が非常に低いにもかかわらず、運動量分布は 9τ 後には幅の狭い Gaussian になる。軸方向に沿うトラッピングポテンシャルはあるものの、熱平衡を引き起こす程の効果はなく、この1次元ボソン系は十分に近可積分系とみなせることを示している。

主に $\gamma > 1$ の領域において調べたが、 $\gamma \leq 1$ の場合、トラップ解放後に測定するエネルギーのうち平均場エネルギーからの寄与が増加し、上記したコンボリューションして投影する手法では熱平衡に近づくかどうか判断しづらくなる。 $\gamma < 1$ の領域では、可積分性を崩す3対衝突が起こる確率が無視できなくなるので、熱平衡状態に近づく可能性があるが、この領域での測定は行われていない¹⁹⁾。

8. 可積分性を崩す —量子系の非平衡ダイナミクスの解明にむけて—

本来維持していたはずの可積分性が崩されるに伴い、系はどのような振る舞いを示すのか？可積分系に可積分性を崩す項、しかも操作性に優れた項を印加することで、非平衡状態からのダイナミクスを詳細に観測し、究極的には非平衡過程を制御する研究へと発展できないだろうか。量子気体を用いれば、実際の量子多体系で実験・検証できる道が開けるかもしれない。この目標に向けた一つの試みとして、閉じ込めを弱くして1次元チューブ間にトンネリングを

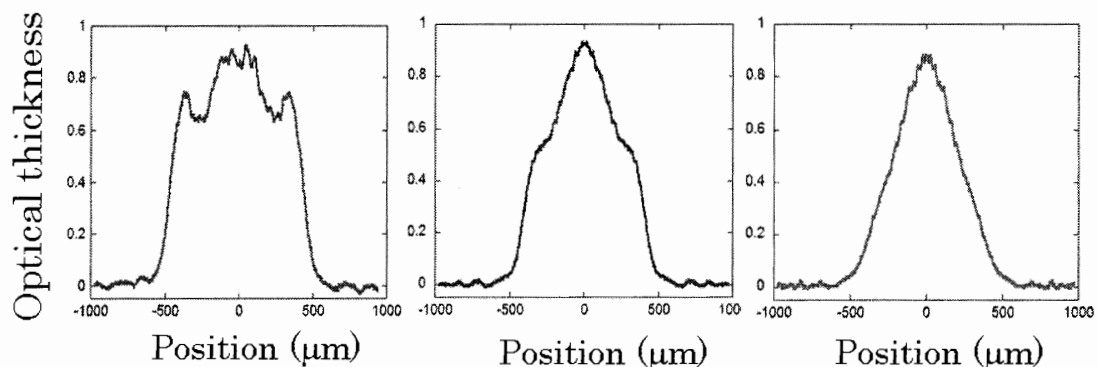


図8 トンネリングによる緩和。1次元チューブへの閉じ込め強度を3分の1程度($\sim 20E_{\text{rec}}$)に弱め、チューブ間のトンネリング可能にした場合の運動量分布の変化。左から第1周期の平均、 15τ 後、 40τ 後の分布。

引き起こし、可積分性が破られるような状況をつくってみた。この状況の下で、同じように運動量分布が $\pm 2\hbar k$ の重ね合わせ状態である非平衡状態を生成し、運動量分布が時間の経過とともにどのように変化していくかを調べた。その結果が図8である。多数の原子衝突後でも熱平衡に到達しえなかった純粋な1次元系の場合と異なり、トンネリングによりカップルした1次元系の場合には、各原子が周期運動を重ねるにつれて、運動量分布は熱平衡時に得られる幅の狭いガウス関数形に近づき、明らかに緩和していることがわかる。

熱平衡状態へのレートは、1次元への閉じ込めを弱くしトンネリングを起こしやすくするほど大きくなり（図9）、閉じ込めを弱くした極限では、最初1次元方向にのみ保持していたエネルギーは、3次元的に均等に分配されていく。

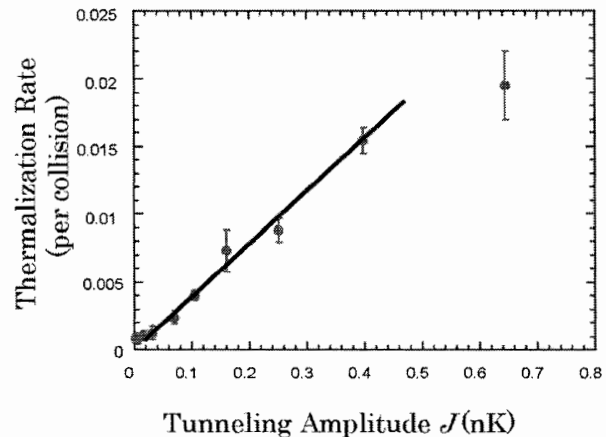


図9 熱平衡状態への緩和レート/衝突とトンネリングエネルギー J との関係。 J と閉じ込めの深さ U とは、 $J \propto e^{-U}$ の関係がある

トンネリングにより平衡状態への緩和が誘発されることが明白になったが、その緩和機構そのものは完全には理解されていない。我々の実験条件下では、2体の原子の衝突のみでは、チューブ間のトンネリングレートを増大させるほど十

分なエネルギーは解放されず、従って、現時点では、2体の衝突ではなく3体の衝突とトンネリングが関与している、という結論に達した。このシナリオを確かめるには、より複雑な理論計算が必要であり、現在もお理論グループとの共同研究が続いている。また、実際の実験では閉じ込めの深さがおよそ $6\mu\text{K}$ より大きくなると、熱平衡化は無視できるレベルになる結果が得られた。 $6\mu\text{K}$ という値を閾値とみなせるかどうか判定するには、図9の原点付近の詳細がわからなければならないが、その付近のデータは装置系の分解能の限界レベルであり、現時点では結論が下せていない。閾値の存在の有無は、古典的なKAM理論²⁰⁾の重要な帰結が、量子多体系にも適用できるかにも関わる重要な問題であり、この問題も引き続き検討中である。また、上記で熱平衡状態へ緩和すると述べたが、緩和した状態がはたして本当に通常のカノニカルアンサンブルで記述できるものなのかも実はわかっていない。こうした問題を解決するには、さらなる実験と解析が必要なのであるが、我々が直面している当面の課題は、加熱の影響をいかに見積もるか、あるいは測定の段階から取り除くか、運動量分布の測定に平均場エネルギーが影響を与えない方法に変更するなど、どれも簡単に解決できるものではない。その後の実験・解析次第では、図9の結果も変わってくることもありうる。

9. 今後の展望

近年、量子系での熱平衡化に関する理論やモデル、仮説についての研究が進展を見せている。

当然、数理的アプローチや計算機による研究が主体ではあるが、それらを実験により検証できる量子多体系、特に操作性に優れた冷却原子気体で可積分系が実現できたことには大きな意義があると考えている。もちろん原子気体で実現できる可積分系は限られていると思われるが、どのような物理量、保存量をどのような手法で非平衡状態下に置くのか、どのようにして可積分性を崩すのか、そしてどの程度崩すのか。今回の実験では、非平衡な運動量分布を生成し、トンネリングによる熱平衡化を確認したが、1次元系の軸に沿って周期的な格子をあらたに印加する、異種2原子を導入するなど、トンネリング以外にも多くの自由度があるであろう。

非平衡・非線形ダイナミクスに関する重要な問題は多々あり、量子系における KAM 理論の適用²⁰⁾、Fermi-Pasta-Ulam 実験²¹⁾、ETH (Eigenstate-Thermalization-Hypothesis)^{22), 23)}の検証など、近い将来、冷却原子気体の実験で確認されていけば大変面白いと思う。まだまだ課題は多いが、本解説記事で述べた実験がその端緒になればと思っている。

参考文献

- 1) M. T. Bachelor, *Physics Today*, January, 36, (2007) 田崎晴明 訳 パリティー 2007 年 Vol.9, 丸善
- 2) L. Tonks, *Phys. Rev.* **50**, 955 (1936).
- 3) M. Girardeau, *J. Math. Phys.* **1**, 516 (1960).
- 4) Girardeau 自身論文の中で述べているが、先年亡くなられた永宮健夫 大阪大学名誉教授が、Girardeau より 20 年も早い 1940 年に同じ結論をすでに論文として発表している。数学的な導出を含む最初の論文であり、本来なら「Tonks-Nagamiya ガス」と呼ばれてしかるべきであるが、Tonks-Girardeau の名が定着してしまっている。日本の偉大なる物理学者の先見の明に感服するとともに、本来なら 1 次元強相関系はボソン、フェルミオンのどちらにも、日本人の名が冠についていたはずで、そう思うと実に残念である。
- 5) E.H. Lieb and W. Liniger, *Phys. Rev.* **130**, 1605 (1963).
- 6) M. Olshanii, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 938 (1998).
- 7) ほとんど全ての原子がボース凝縮した状態（ほぼ絶対零度）をまず準備するのもこの理由による。最初から高い振動状態に熱励起されているのは問題となる。
- 8) For Review of Optical Lattices, I.Bloch, *Nature Physics*, **Vol.1**, 23 (2005).
- 9) T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, *Phys. Rev. A*, **71**, 011602(R) (2005).
- 10) 実際には TF 分布以外でも、例えばフラットな矩形分布を仮定しても、結果に大きな違いが無いことを確認している。

- 11) $\gamma \gg 1$ だからといって、相互作用エネルギー $\gg$ 運動エネルギーという状況が実現しているのではなく、むしろその逆である。もしも重なってしまうと相互作用が大きくなるので、常に互いに重ならないように避けあいながら（従って運動エネルギーの方が大きくなる）、強く相関しあって動くわけである。逆に弱く相互作用しあう場合（ $\gamma \ll 1$ ）では、運動エネルギーは無視できるほど小さく、相互作用エネルギー（平均場エネルギー）が支配的になっている。
- 12) T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, *Science* **305**, 1125 (2004).
- 13) T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 190406 (2005).
- 14) E. Haller, *et.al.*, *Science* **325**, 1224 (2009).
- 15) W. Ketterle and N. J. Druten, *Phys. Rev. A* **54**, 656 (1996).
- 16) この描像が正しいと主張するわけではないが、保存量の存在がダイナミクスに大きな制限を与えることは容易に理解できる。
- 17) Y. Wang, *et.al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 090405 (2005). なおこの手法を 1 次元系に適用すると、運動量 $\pm 2\hbar k$ の状態には完全には移せず、運動量ゼロ付近に一部残る。残る割合は密度（平均場エネルギー）に依存することが分かっており、密度が大きいほど多くなる。図 5 参照。
- 18) T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, *Nature* **440**, 900 (2006).
- 19) 非平衡な運動量分布を利用したわけではないが、1 次元への閉じ込めが弱い場合、最初に与えた 2 つの擬凝縮体の相対位相（コヒーレンス）が指数関数的に緩和するという実験報告がある。S. Hofferberth, *et.al.*, *Nature* , **449**, 324 (2007).
- 20) S. Coleman, *Phys. Rev. D* **11**, 2088 (1975).
- 21) E. Fermi, J. Pasta, and S. Ulam, Rep. LA-1940 (1955).
- 22) J. Deutsch, *Phys. Rev. A* **43**, 2046 (1991), M. Srednicki, *Phys. Rev. E* **50**, 888 (1994).
- 23) 本実験により触発されたものとして、M. Rigol, V. Dunjko and M. Olshanii, *Nature*, **452**, 854 (2008).